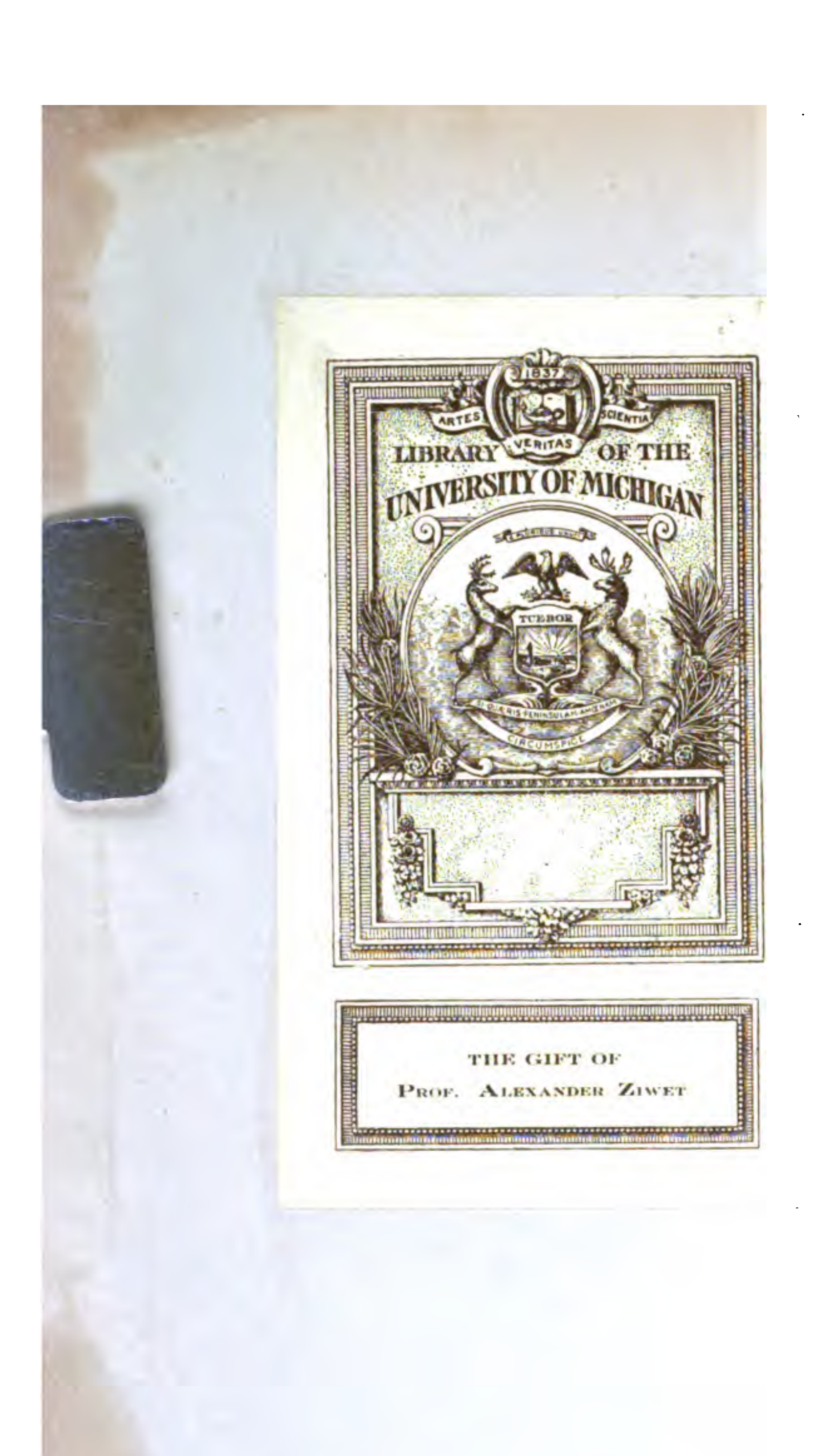





1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE



ELEMENTE

DER

VERMESSUNGSKUNDE.

EIN

LEHRBUCH DER TECHNISCHEN GEOMETRIE

VON

CARL MAX V. BAUERNFEIND.

FÜNFTE VERMEHRTE AUFLAGE.

ERSTER BAND.

STUTTGART.
Verlag der J. G. Cotta'schen Buchhandlung.
1876.

Buchdruckerei der J. G. Cotta'schen Buchhandlung in Stuttgart.

Aus früheren Vorreden.

Zur ersten Auflage des ersten Bands, 1856.

Der Leipziger Ostermesskatalog kündigte dieses Werk bereits vor neun Jahren an; es erschien aber nicht, weil mir bald nach jener Ankündigung neben meinem Lehrberufe noch ein practischer Wirkungskreis als Ingenieur angewiesen wurde, der mich an der Vollendung des Manuscripts hinderte.

Das Bedürfniss, dem ich damals nach lange fortgesetzten Studien und Arbeiten entgegen kommen wollte, besteht heute noch. Ob es durch das vorliegende Buch, welches wenigstens das „nonum prematur in annum" für sich hat, befriedigt wird, müssen entweder diejenigen entscheiden, welche dieses Werk als Leitfaden für ihre Vorträge, oder als Compendium beim Studiren, oder als Rathgeber bei ihren Vermessungsarbeiten benützen, oder jene, welche eben so gut mit der Literatur als mit der Praxis der Messkunde vertraut sind und sich die Mühe geben, es mit anderen Werken seiner Art zu vergleichen.

Um die Beurtheilung meiner Arbeit zu erleichtern, will ich die Gesichtspunkte bezeichnen, welche ich bei ihrer Durchführung festgehalten habe.

Ich gab diesem Buche, das von der Land-, Berg- und Wassermessung handelt, den Titel „Vermessungskunde", weil er nach meiner Meinung dem Inhalte am besten entspricht. Ich fügte ferner der allgemeinen Bezeichnung den beschränkenden Beisatz „Elemente" bei, um damit anzudeuten, dass hier alle wesentlichen Grundlagen der gesammten Vermessungskunde vertreten sind. Bei gehöriger Benützung sollen diese Elemente die Fähigkeit verleihen, alle Vermessungen für technische und staatswirthschaftliche Zwecke mit Sicherheit auszuführen und das Studium der grösseren Werke über Landes- und Gradmessungen mit gutem Erfolg zu betreiben.

Das Materiale, welches der Verarbeitung unterlag, habe ich in drei Hauptabtheilungen gesondert, von denen die erste die Mittel zur Messung oder die Messinstrumente, die zweite die Anwendung dieser Mittel oder die Ausführung und Berechnung der Messungen, und die dritte den eigentlichen Zweck der Messungen oder die Herstellung von Plänen und Karten behandelt. Diese Eintheilung erscheint mir als die natürlichere um so mehr, als sie keine Trennung der Messkunde in eine niedere und höhere erfordert.

Auf die im ersten Theile enthaltene Instrumentenlehre lege ich ein besonderes Gewicht, weil von der genauen Kenntniss des Baues, der Prüfung, der Berichtigung und des Gebrauchs der Messinstrumente die Zuverlässigkeit geometrischer Arbeiten vorzugsweise abhängt, und weil bis jetzt nur wenige Schriftsteller mit hinreichender Sachkenntniss auf die Theorie aller Messinstrumente, um die es sich hier handelt, eingingen. Dieser Band enthält, wie ich glaube, mehr Neues als sein Titel erwarten lässt. Der sachkundige Leser wird namentlich finden, dass ich nicht bloss bemüht war, den vorliegenden Gegenstand klar und übersichtlich zu machen, sondern dass ich es auch an einer auf Erfahrung ruhenden Beurtheilung häufig angewendeter Instrumente nicht fehlen liess und in vielen Fällen, wo es sich um den Bau oder die Theorie eines Instruments handelte, meine eigenen Wege ging. Zeuge dessen sind die Artikel: Prismenkreuz, Winkelprisma, Spiegelkreis, Distanzmesser, Stromquadrant, Pitot'sche Röhre u. s. w., welche sich wohl alle wie der erstere zu besonderen Abhandlungen geeignet hätten. Auch das glaube ich als einen Vorzug meines Buchs, wenn auch nicht als mein Verdienst anführen zu dürfen, dass es eine gedrängte Darstellung der ausgezeichneten Arbeit G. S. Ohm's, meines unvergesslichen Lehrers, über die Helligkeit und das Gesichtsfeld der Fernrohre enthält.

Dass sich ein Lehrbuch der Vermessungskunde auf die Mathematik stützen muss, versteht sich eben so von selbst, als dass mit Formelentwickelungen allein oder mit blossen Beschreibungen der Instrumente und receptartigen Anleitungen zu ihrem Gebrauche nichts gethan ist. Ich war bemüht, mich von den Uebertreibungen nach beiden Seiten hin fern zu halten und habe vor Allem getrachtet, der Theorie der Messinstrumente eine wissenschaftliche Grundlage zu geben und sie so einfach und anschaulich als möglich vorzutragen.

Man wird finden, dass ich die hierauf bezüglichen Entwickelungen nicht mit der Ausführlichkeit darlegte, wie dieses sonst wohl in Büchern zu geschehen pflegt, sondern meist nur den Gang der Rechnung,

einzelne Zwischenergebnisse und die Endresultate angab. Dieses Verfahren gewährt den mit den nöthigen mathematischen Kenntnissen ausgerüsteten Lesern Gelegenheit, sich in der Herleitung der Formeln zu üben, und ist für jene, welche von der Mathematik nur wenig verstehen und sich mit Resultaten begnügen, völlig ausreichend, während es allen Käufern des Buchs den mit der Raumersparniss verbundenen Vortheil grösserer Wohlfeilheit darbietet.

Die Abbildungen der Instrumente, womit dieser Band ausgestattet ist, wurden alle neu und gewiss auch so gezeichnet, dass sie an Deutlichkeit nichts zu wünschen übrig lassen. Zu ihrer Herstellung diente die von mir angelegte und für meine Vorlesungen bestimmte geodätische Sammlung der hiesigen polytechnischen Schule, dann mehrere Werkzeichnungen der mechanischen Institute von Ertel in München, Breithaupt in Cassel, Repsold in Hamburg, Pistor und Martins in Berlin, Starke in Wien u. s. w. Die grösseren Original-Zeichnungen hat einer meiner vorzüglichsten Schüler, der Baucandidat Herr Adolph Döhlemann, mit eben so viel Einsicht als Geschick angefertigt, während den Holzschnitt aller Figuren der Künstler Herr Leo Bock dahier in meisterhafter Weise besorgte.

Obwohl hier viele Instrumente abgebildet sind und deren Einrichtung, Wirkungsweise, Untersuchung und Gebrauch erklärt ist, so konnten doch nicht alle, welche in verschiedenen Ländern und Orten Anwendung finden, aufgenommen werden. Es war dieses auch nicht nöthig, da es Aufgabe der Theorie ist, das Wesen jeder brauchbaren Classe von Instrumenten allgemein so darzulegen und an einigen Beispielen so zu erläutern, dass man hienach die besonderen Eigenthümlichkeiten jedes dieser Classe angehörigen Instruments sofort erkennen und beurtheilen kann. Von diesem Gesichtspunkte aus lässt sich aber behaupten, dass in dem vorliegenden Bande alle nur einigermassen wichtigen Messinstrumente vertreten sind.

Zur ersten Auflage des zweiten Bands, 1858.

Fast alle Lehrbücher der practischen Geometrie sind insoferne einseitig abgefasst, als sie ihr Hauptaugenmerk nur dem Aufnehmen des Geländes zuwenden. In unserer Zeit aber, wo man ausserordentliche Summen auf Bauwerke verwendet, die vorzugsweise in Terrainveränderungen bestehen, sind die dem Aufnehmen entgegengesetzten Messoperationen, die Absteckungen, durch welche jene Veränderungen eingeleitet und geregelt werden, von der grössten Wichtigkeit, und

ausserdem haben dieselben auch an und für sich ein Interesse: ich habe sie desshalb ausführlich behandelt. Namentlich gilt dieses von dem Abstecken langer gerader Linien und grosser Curven, so wie von jenen Absteckungen, welche sich auf das Nivelliren gründen.

Gleichwie ich die Einseitigkeit in Bezug auf die Behandlung der Hauptabtheilungen der Lehre von den Messungen zu vermeiden suchte, eben so war ich auch bestrebt, in den Unterabtheilungen den verschiedenen Methoden gerecht zu werden. Ich nenne hier nur die Aufnahmen mit dem Messtische und dem Theodolithen, von welchen jeder mit der hierauf bezüglichen Literatur Vertraute weiss, dass die letzteren, trotz ihrer grösseren Genauigkeit, in den Lehrbüchern der Geodäsie äusserst dürftig behandelt werden. Diesem Mangel, welcher auch von jedem einsichtsvollen practischen Geometer gefühlt wird, suchte ich nach Kräften zu begegnen, und ich hätte dieses vielleicht noch ausführlicher gethan, wenn mir einige freundliche Mittheilungen in dieser Richtung früher zugekommen wären.

Mehrere Lehrbücher der Messkunde sind nach der Meinung ihrer Verfasser dann schon „nach dem neuesten Standpunkte der Wissenschaft“ bearbeitet, wenn sie eine grössere Abhandlung über die Methode der kleinsten Quadrate und deren Anwendung auf gewöhnliche Messungen, z. B. mit der Kette, enthalten. Nach diesem neuesten Standpunkte habe ich nicht gestrebt, da ich der Ansicht bin, dass die Fehler der Messungsresultate der sogenannten niederen Geodäsie ohne Wahrscheinlichkeitsrechnung ausgeglichen werden können und sollen, und eine Ausgleichung der Fehler nach der Methode der kleinsten Quadrate nur bei den feinsten geodätischen Messungen, wozu vor allen die Winkelbestimmungen der Dreiecke erster und zweiter Ordnung gehören, am Platze ist. Ein Lehrbuch der Geodäsie, welches von diesen Messungen wirklich handelt, kann wohl die Anwendung jener Methode zeigen, braucht aber eine weitläufige Abhandlung darüber eben so wenig als über Geometrie und Algebra, ebene und sphärische Trigonometrie, Reihenlehre und Einrichtung der Logarithmentafeln zu enthalten. Wer sich mit dem Studium der Geodäsie befassen will, muss das der Mathematik bis zu einem hinreichenden Grade schon vollendet haben und darf rein mathematische Abhandlungen nur da suchen, wo sie hin gehören.

Getreu seiner Bestimmung gibt der zweite Band nur Anleitung zur sicheren Ausführung aller Vermessungen für technische und staatswirthschaftliche Zwecke und überlässt daher die Lehre von den Gradmessungen besonderen Werken. Selbst die trigonometrischen Arbeiten

für grosse Landesvermessungen sind nur so weit behandelt als nöthig ist, eine klare Einsicht in das Wesen derselben und den Zusammenhang der Steuerblätter und topographischen Karten mit den Dreiecksnetzen und dieser mit den Meridianen und Parallelkreisen der Erde zu gewähren. Denn dieses reicht für diejenigen, welche nicht selbst solche Landesvermessungen zu leiten haben, vollkommen aus und bereitet künftige Dirigenten grosser Triangulirungen genügend vor, das für diesen Zweck unerlässliche Studium von Specialwerken, wie die von Gauss, Bessel, Struve, Hansen, Delambre u. A., erfolgreich zu betreiben und sich durch Betheiligung an bedeutenden practischen Arbeiten dieser oder ähnlicher Art vollständig auszubilden.

Zu den wichtigsten Messungen für die oben genannten Zwecke gehört ohne Zweifel das Nivelliren und dessen Anwendung zur Figurirung des Geländes mittels Horizontalcurven. Diesem selbst von den besseren Lehrbüchern der practischen Geometrie nicht genug gewürdigten Gegenstande habe ich eine um so grössere Sorgfalt zugewendet, je mehr ich Gelegenheit hatte zu beobachten, wie sehr derselbe von vielen Ingenieuren noch vernachlässigt wird, obgleich die Darstellung des Terrains durch Horizontalcurven die Grundbedingung rationeller Entwürfe von Strassen, Eisenbahnen und Canälen, die durch Berg- oder Hügelland führen, bildet.

Das Markscheiden ist hier selbstverständlich im Sinne der „neuen Markscheidekunst“ aufgefasst, wonach alle Arbeiten, deren Zweck es fordert und deren Oertlichkeit es zulässt, an der Stelle des Compasses und Gradbogens mit den vollkommeneren Instrumenten der practischen Geometrie, der Libelle, dem Messtische und dem Theodolithen, ausgeführt werden. Da jedoch die Behandlung und Anwendung dieser Messwerkzeuge theils im ersten Bande, theils in den beiden ersten Abschnitten des zweiten Bandes enthalten sind, so blieb für den dritten Abschnitt, der von den Grubenmessungen handelt, nur dasjenige anzuführen übrig, was sich ohne die daselbst bezeichneten Vorkenntnisse vom Bergbaue den Horizontal- und Verticalmessungen nicht anreihen liess, und was sich auf jene Arbeiten des Markscheiders bezieht, die er bei dem besten Willen und der gründlichsten geometrischen Ausbildung nur mit den althergebrachten Hilfsmitteln vollziehen kann.

Von den Wassermessungen wurde nur so viel aufgenommen, als zur Erforschung der Wassermenge und mechanischen Arbeit eines Flusses erforderlich ist. Hätte ich den Umfang des betreffenden Abschnitts erweitern wollen, so wären dem Zwecke dieses Buchs ferne liegende Abschweifungen in die Gebiete der Hydraulik unvermeidlich

gewesen, während der hier behandelte engere Kreis von Messungen in und an Flüssen vorzugsweise nur geometrische Operationen erheischt, also den übrigen Gebieten der practischen Geometrie ganz nahe verwandt ist.

Dem Umfange nach ist die vom Plan- und Kartenzeichnen handelnde dritte Abtheilung dieses Werks ziemlich mager ausgefallen, weil sich ihr Inhalt nur theilweise wissenschaftlich behandeln lässt und die theoretischen Anleitungen zum Entwerfen von Karten nur für ein kleines Publicum practisches Interesse haben, während sie für das grössere, dem dieses Buch vorzugsweise gewidmet ist, lediglich als eine Ergänzung vieler Lehrbücher der Geographie erscheinen.

Wenn ich mir nun das Zeugniss geben darf, dass ich nach Kräften darauf bedacht war, diesem Buche inneren Werth zu verleihen, und wenn nicht bezweifelt werden kann, dass die Verlagshandlung in der äusseren Erscheinung desselben ein Muster vorzüglicher Ausstattung aufgestellt hat: so können wir wohl beide, Verleger und ich, jeder unbefangenen Beurtheilung unseres Werks mit Ruhe entgegensehen.

Zur zweiten Auflage, 1862.

Die erfreuliche Thatsache, dass seit dem vollständigen Erscheinen der ersten starken Auflage noch keine vier Jahre verflossen sind, ist mir ein Zeichen, dass dieses Buch bei seinem Leserkreise dieselbe günstige Aufnahme fand, wie bei den Fachgelehrten, welche es öffentlich beurtheilten. Ich habe mir desshalb auch nicht erlaubt, die zweite Auflage principiell zu verändern, wohl aber war ich bemüht, ihren Inhalt zu verbessern.

Die Instrumentenlehre ist vermehrt, die Theorie der Messungen abgekürzt und theilweise umgearbeitet worden. Die Kürzungen betreffen namentlich die Lehre von der Messung der Linien und den fehlerzeigenden Dreiecken, welche noch zu ausführlich war, obgleich ich schon bei der ersten Bearbeitung alle theoretischen Sätze wegliess, welche keine Beziehung zur Praxis haben. Eine gänzliche Umarbeitung erfuhr die Lehre vom barometrischen Höhenmessen, nachdem ich in der Zwischenzeit über diesen Gegenstand umfassende Beobachtungen und Untersuchungen angestellt hatte, welche nicht unwichtige theoretische und practische Ergebnisse lieferten und auch zu neuen hypsometrischen Tafeln führten, die im Anhange enthalten sind. Die meisten Capitel liess ich unverändert, insbesondere jenes von den Grubenmessungen, über welches sich zwei öffentliche Stimmen insoferne wider-

sprachen, als es die eine für zu lang und die andere für zu kurz erklärte. In diesem Widerspruche liegt der Beweis, dass ich den für ein Lehrbuch passenden Mittelweg getroffen habe, aber auch die Aufforderung zu der wiederholten Erklärung, dass die Markscheidekunde nicht bloss in der kleinen Zahl von Blättern zu suchen ist, welche die Ueberschrift „Grubenmessungen“ führen, sondern hauptsächlich in der geodätischen Instrumentenkunde und in der Lehre von den Horizontal- und Verticalmessungen. In dem von den Grubenmessungen handelnden Abschnitte ist wesentlich nur das vorgetragen, was man die „alte Markscheidekunst“ zu nennen beliebt, und was sich bis auf Weiteres weder aus dem Gebiete der Messkunde hinausweisen noch gut mit der Geodäsie vereinigen lässt.

Diejenigen practischen Geometer, welche der Meinung sind, dass der Messtisch und die Kippregel einer unwissenschaftlichen Vergangenheit angehören, werden diese Auflage vielleicht desshalb tadeln, weil ich in ihr neben dem älteren Reichenbach'schen Menselapparate auch einen neuen dargestellt habe, welchen ich voriges Jahr bei Ertel und Sohn dahier anfertigen liess. Dieselben mögen aber bedenken, dass dieser Apparat gegenwärtig dem Theodolithen ziemlich nahe gebracht und desshalb zu Aufnahmen von geringer Genauigkeit geeigneter ist als jede andere Vorrichtung, welche die Abbildung des Gemessenen nicht unmittelbar zulässt. Diese Aufnahmen sind sehr bequem und schnell zu machen, wenn das Fernrohr der Kippregel zum Distanzmessen eingerichtet ist; eine Einrichtung, welche man auffallenderweise viel weniger verbreitet findet, als sie verdient. Um jedoch nicht missverstanden zu werden, bemerke ich ausdrücklich, dass ich für genaue Messungen die Dreiecks- und Coordinatenmethode jeder anderen vorziehe, wie ich dieses auch bereits in der ersten Auflage deutlich ausgesprochen und durch umständliche Behandlung jener Methode thatsächlich bewiesen habe.

Zur dritten Auflage, 1869.

Zu den Verbesserungen dieser Auflage rechne ich die Beseitigung mehrerer sinnstörender Druckfehler der zweiten und die Umarbeitung einiger Zeichnungen und Holzschnitte, zu den Erweiterungen, welche hoffentlich auch Verbesserungen sind, die Aufnahme verschiedener neuer Hilfsmittel der technischen Geometrie (z. B. der Spiegelprismen, des Jähns'schen Messtisches etc.) und die Einführung einer wissenschaftlich begründeten Theorie der atmosphärischen Strahlenbrechung.

Durch jene sollen die am häufigsten vorkommenden Messoperationen der Ingenieure und Geometer erleichtert und abgekürzt, durch diese die Berechnungen der trigonometrischen Höhenmessungen bestimmter und zuverlässiger gemacht werden, als sie es bisher waren, wo man den Coefficienten der terrestrischen Refraction nach Belieben zwischen sechs und zehn Hunderteln wählen konnte.

Wenn diese Wahl für Manche den Vortheil bot, ihre trigonometrischen und barometrischen Höhenmessungen ohne besondere Belastung ihres wissenschaftlichen Gewissens in Uebereinstimmung zu bringen, so hatte sie doch für die Mehrzahl der Geodäten das Unangenehme, auf Gerathewohl, d. h. ohne Rücksicht auf Temperatur, Luftdruck und Ortslage, vorgenommen werden zu müssen, weil man die Beziehungen dieser Grössen zu den Refractionscoefficienten nicht kannte.

Dieser Unannehmlichkeit ist man nunmehr überhoben, wenn man entweder die hier entwickelten trigonometrischen Höhenformeln unmittelbar anwendet oder doch den von mir gegebenen Ausdruck für die irdische Strahlenbrechung in die bisher üblichen alten Formeln, die ich absichtlich noch beibehalten habe, um den Uebergang zu den neuen zu erleichtern, einsetzt.

Zur vierten Auflage, 1873.

Seit der dritten Auflage dieses Buchs hat sich eine nicht unbeträchtliche Erweiterung desselben und damit die wiederholte Theilung des einen Bandes, in welchen die zweite und dritte Auflage zusammen gezogen waren, in zwei Bände als nothwendig erwiesen.

In erster Linie galt es den barometrischen Höhenmessungen mehr Aufmerksamkeit zu schenken, nachdem die Ingenieure angefangen haben, bei vorläufigen Tracirungen von Strassen und Eisenbahnen der Aneroïde sich zu bedienen, und die Geographen und Naturforscher keine Gebirgsreise ohne Federbarometer mehr machen. Das Höhenmessen mit Aneroïden ist jetzt Mode geworden, und in Ermangelung richtiger Einsicht schreibt man diesen Instrumenten durchschnittlich eine viel grössere Genauigkeit zu als sie besitzen und besitzen können. Liest man ja doch in technischen Zeitschriften, dass mit dergleichen Barometern vom Wagen aus ganze Strassenzüge bis auf einen halben Meter genau nivellirt worden seien, und nicht selten vernimmt man die mündliche Versicherung, dass dieser oder jener Ingenieur ein Aneroïd besitze, welches jede Höhe bis auf einen Fuss genau anzeige! Solche Täuschungen lassen sich nur mit Erfahrungs-

resultaten bekämpfen, gegen welche es begründete Einwendungen nicht gibt, und ich habe mich in diesem Kampfe anderen Beobachtern und Schriftstellern der technischen Geometrie angeschlossen.

Ausserdem war ich veranlasst, die Grundzüge der Methode der kleinsten Quadrate und ihrer Anwendung auf geodätische und hydrometrische Arbeiten darzustellen. Ich that dieses mit einigem Widerstreben, weil ich noch heute der in der Vorrede zur ersten Auflage ausgesprochenen Ansicht bin, dass gewöhnliche Messungen ohne Wahrscheinlichkeitsrechnung ausgeglichen werden können und sollen, die Begründung der Ausgleichung feiner Beobachtungen aber besonderen Werken zu überlassen ist; doch wurde diese Abneigung einerseits durch das Verlangen jüngerer Ingenieure nach einer Anleitung zur Methode der kleinsten Quadrate, andererseits durch den aus der Uebertreibung des Gebrauchs dieser Methode entspringenden Wunsch, vor falschem Eifer zu warnen, überwunden. Indessen habe ich von der Ausgleichungsrechnung nur so viel vorgetragen, als zum Verständniss ihrer Anwendung auf gute Messungen nothwendig ist, und ich bin hiebei dem bekannten Werke von Gerling gefolgt, welches den Entwickelungen von Gauss sich anschliesst und zum Studium der Quellenwerke dieses Mathematikers und der Geodäten Bessel, Hansen u. a. m. vorbereitet.

Endlich habe ich auch die Lehre von den Wassermessungen einer wiederholten Durchsicht unterzogen und, wo es nöthig schien, vermehrt und verbessert. Ich konnte mich jedoch nicht entschliessen, die von einigen Hydrotekten so hoch gepriesenen Aufstellungen der amerikanischen Ingenieurofficiere Humphreys und Abbot über die Bewegung des Wassers in Flussbetten als bewiesene Thatsachen anzusehen und behielt desshalb die auf zahlreichen Beobachtungen deutscher und französischer Wasserbau-Ingenieure beruhenden Formeln von Eytelwein, Prony u. A. auch in dieser neuen Auflage meines Buchs bei, überzeugt, dass dieselben der Wahrheit so nahe kommen als es zur Zeit möglich und für die practische Anwendung nothwendig ist.

Vorrede zur fünften Auflage.

Rasch auf einander folgende neue Auflagen eines Werks kommen nicht bloss dem Verfasser und Verleger, sondern auch der Wissenschaft und dem Publicum zu statten, insoferne es hiedurch möglich wird, alle brauchbaren neuen Forschungen und Erfindungen aus versteckten und oft schwer zugänglichen Stellen in Zeitschriften rechtzeitig auf den freien und regelmässig zubereiteten Boden der Lehrbücher zu versetzen.

Dieses gilt insbesondere von diesem Buche, das mit jeder neuen Auflage gewichtige Bereicherungen erhielt und ohne den eben genannten günstigen Umstand erst in einigen Jahren die Erweiterungen bringen könnte, mit denen es schon jetzt seine fünfte Wanderung beginnt. Ich rechne hieher die Mittheilungen über eine neue Libellenconstruction, zwei neue Messtische und einen neuen electromagnetischen Zählapparat für den Woltman'schen Flügel, sowie die Erörterungen über die Eigenschaften der Federbarometer und die in neuester Zeit in den Vordergrund sich drängenden sogenannten Tacheometer und deren practische Verwerthung.

Bei jenen Mittheilungen war es mir darum zu thun, Ingenieure und Geometer auf einige Fortschritte der Instrumententechnik aufmerksam zu machen, und bei diesen Erörterungen, die sich kundgebende übertriebene Begeisterung für Aneroïde und Tacheometer auf ihr richtiges Mass zurückzuführen und nachzuweisen, dass an den Tacheometern und der Tacheometrie nichts neu ist als die Bezeichnung, welche man in Frankreich und Italien den Nachbildungen Reichenbach-Ertel'scher Universalinstrumente und den hieran sich knüpfenden Methoden das Terrain aufzunehmen gegeben hat.

München, im Mai 1875.

Carl Bauernfeind.

Inhaltsverzeichniss des ersten Bands.

Einleitung.

1. Allgemeine Betrachtungen und Begriffe.

2. Von den bei Vermessungen gebräuchlichen Massen.

3. Vom Sehen mit dem freien Auge.

Erste Abtheilung.

Die Lehre von den Messinstrumenten.

I. Bestandtheile der Messinstrumente.

A. Mittel zur Herstellung von Absehlinien.

B. Mittel zum Lothen und Wagrechtstellen.

C. Mittel zur Vergrösserung sehr kleiner Gegenstände.

D. Mittel zur Vergrösserung weit entfernter Gegenstände.

3. Röhreninstrumente.

Einleitung.

1. Allgemeine Betrachtungen und Begriffe.

§. 1. **Messen.** Die Bestimmung des Verhältnisses zweier gleichartigen Grössen heisst messen. Bei der Verrichtung dieses Geschäftes kommen in Betracht: die zu messende Grösse, welche sich als Linie, Fläche, Körper, Zeit, Kraft darstellt; die Masseinheit oder die gegebene Grösse, womit eine andere noch unbekannte gleicher Art verglichen wird; und das Mass oder die Zahl, welche den Inhalt der gemessenen Grösse in Masseinheiten angibt.

Bestimmt man das Mass durch wirkliches Ausgleichen der zu messenden Grösse mit der Masseinheit, so verrichtet man eine unmittelbare Messung; wird aber dieses Mass aus bekannten Grössen, welche mit der zu messenden in einem bestimmten mathematischen Zusammenhange stehen, gefunden, so heisst dieser Vorgang eine mittelbare Messung. So misst man z. B. eine gerade Linie unmittelbar durch Anlegen eines die einfache oder zusammengesetzte Längeneinheit darstellenden Massstabes, und mittelbar, indem man sie mit zwei anderen Geraden zu einem Dreiecke verbindet und ihre Länge aus drei entsprechenden vorher gemessenen Stücken des Dreiecks berechnet oder zeichnet.

Zu den mittelbaren Messungen gehören auch jene, bei welchen die gemessene Grösse durch eine ihr zwar ungleichartige aber in bestimmter Beziehung zu ihr stehende Masseinheit ausgedrückt wird, wie z. B. die Geschwindigkeit v eines Körpers durch den Weg w, welchen er in der Zeiteinheit zurücklegt, oder die Temperatur t durch die Länge g der Quecksilbersäule im Thermometer. Bei diesen Messungen geht die Vergleichung zwar auch nur zwischen je zwei gleichartigen Grössen vor sich, aber man drückt von jedem Paare der verglichenen Grössen nur eine aus, da die andere stillschweigend als Einheit angenommen wird. In dem vorhin angeführten ersten Beispiele bilden die Geschwindigkeiten 1 und v das erste und die in der Zeiteinheit zurückgelegten Wege 1 und w das zweite Verhältniss einer geometrischen Proportion, aus welcher somit die Geschwindigkeit v gleich dem Wege w folgt. Nach dem zweiten Beispiele stehen zwei Temperaturen 1 und t in dem ersten und zwei Säulenlängen 1 und g in dem

zweiten Verhältniss einer Proportion, welche die Temperatur t gleich g Grad liefert.

§. 2. **Vermessungskunde.** Mit dem Ausdrucke Vermessungskunde verbindet man Begriffe von verschiedener Ausdehnung. Im weitesten Sinne versteht man darunter die Lehre von der Ausmessung aller räumlich ausgedehnten irdischen Gegenstände mit Einschluss des Erdkörpers: die practische oder technische Geometrie; im engsten Sinne bloss die Lehre von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche oder einzelner Theile derselben: die Geodäsie.

Nach der ersten Auffassung ist der Umfang der Vermessungskunde schwer zu begrenzen, indem er sich in alle Gebiete des menschlichen Wissens und Schaffens, welche eine Messung physischer Grössen erfordern oder zulassen, erstreckt; nach der zweiten wird er aber so beschränkt, dass die wichtigen Messungen in Bergwerken und an Flüssen, obwohl sie ganz auf den Lehren der Landmessung beruhen und nur noch einige besondere Hilfsmittel erfordern, keinen Platz darin finden. Es erscheint desshalb angemessen, dem Begriffe der Vermessungskunde diejenige Ausdehnung zu geben, nach welcher er die Land- und Erdmessung nebst der Markscheide- und Wassermesskunst umschliesst und sich als die Lehre von der Bestimmung der gegenseitigen Lage von festen Punkten auf und unter der Erdoberfläche und der Geschwindigkeiten fliessender Gewässer definiren lässt.

Die gegenseitige Lage von Punkten der Erdrinde wird eben so wie die Lage bloss gedachter Punkte durch Linien und Winkel bestimmt; die Geschwindigkeit eines fliessenden Wassers aber ergiebt sich aus einer Verbindung von Zeit- und Längenmessungen. In der Vermessungskunde hat man es also wie in der reinen Geometrie mit Linien und Winkeln, und ausserdem noch wie in der Mechanik mit Zeiten zu thun. Diese Grössen sind in der Geometrie und Mechanik, weil sie nur gedacht werden, mit der grössten Schärfe gegeben; in der Anwendung aber, wo sie beobachtet werden müssen, fällt diese Schärfe weg, da die Hilfsmittel der Beobachtung, Sinne und Messwerkzeuge, selbst bei der grösstmöglichen Vollkommenheit, welche sie von Natur oder durch Kunst besitzen, nie gestatten, irgend eine Grösse ganz und gar fehlerfrei zu messen. Die uns von der Natur gesetzte Grenze der Genauigkeit des Messens ist übrigens so weit hinausgerückt, dass wir innerhalb derselben alle technischen und wissenschaftlichen Bedürfnisse recht wohl befriedigen können; denn es lassen sich Längen bis auf den tausendsten Theil einer Linie und Winkel bis auf halbe Sekunden sicher messen.

§. 3. **Gestalt und Grösse der Erde.** Die Bestimmung der Gestalt und Grösse der Erde gehört zu den schwierigsten Arbeiten der Messkunst und erfordert desshalb die feinsten mechanischen und geistigen Hilfsmittel zur Durchführung. Es kann demnach auch jetzt nur von den Ergebnissen dieser lange fortgesetzten und nunmehr in der Hauptsache abgeschlossenen Arbeiten (den Gradmessungen) die Rede sein und erst später gezeigt werden,

wie man zu ihnen gelangt.[1] Diese Ergebnisse müssen wir aber schon hier kennen, nicht bloss um eine richtige Vorstellung von dem eigentlichen Gegenstande der Vermessungskunde zu erhalten, sondern auch um sie bei den folgenden Betrachtungen über Messinstrumente und Messungen zu benützen.

Nach den Arbeiten von Bessel, welche die genaueste Bestimmung der Gestalt und Grösse der Erde aus eigenen und fremden Messungen zum Ziele hatten, ist es sehr wahrscheinlich, dass die mathematische Figur der Erde, welche als Umdrehungs-Ellipsoid betrachtet wird, nicht regelmässig ist, sondern nur diesem Ellipsoid sehr nahe kommt, so dass sie sich zu ihm etwa wie die Oberfläche eines sanft bewegten Wassers zu der eines ruhigen verhält. Die Abweichungen von dem genannten Ellipsoid sind so gering, dass sie bei den meisten Messungen unberücksichtigt bleiben können.

Somit sehen wir die Erde als einen Körper an, dessen mathematische Oberfläche entsteht, wenn sich eine Ellipse, deren grosse Halbaxe $a = 3\,272\,077$ Toisen $= 6\,377\,400$ Meter, und deren kleine Halbaxe $b = 3\,261\,139$ Toisen $= 6\,356\,080$ Meter ist, um ihre kleine Axe dreht. Dieses Ellipsoid weicht auch nur wenig von einer Kugel ab, da der Unterschied der beiden Axen bloss den 300sten Theil der grossen Axe beträgt. Das Verhältniss dieses Unterschieds zur grossen Axe, die Abplattung der Erde, ist gleich

$$A = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{299,1528} \text{ oder nahezu } = \frac{1}{300} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Da die Meridiane der Erde keine regelmässigen Ellipsen sind, so kann man die mittlere Oberfläche der Erde als das arithmetische Mittel der Oberflächen zweier Ellipsoide ansehen, wovon das eine durch Drehung der Bessel'schen Ellipse um die kleine Axe und das andere durch Drehung derselben Ellipse um die grosse Axe entsteht. Berechnet man hiernach den Halbmesser einer Kugel, welche dieselbe Oberfläche wie dieses mittlere Erdellipsoid hat, so beträgt dessen Länge 3 266 608 Toisen; und bestimmt man den Halbmesser derjenigen Kugel, welche an Inhalt dem mittleren Erdellipsoid gleichkommt, so ist derselbe = 3 266 604 Toisen: zwei Grössen, wovon die eine gar nicht, die andere aber nur um 4 Toisen von dem arithmetischen Mittel der beiden Halbaxen a und b abweicht. Wegen dieser geringen Verschiedenheit kann man für sehr viele Arbeiten der Vermessungskunde, namentlich für gesonderte Aufnahme von Flurmarkungen, die Erde als eine Kugel von 3 266 608 Toisen ($\log = 6,5140971$) oder 6 366 740 Meter ($\log = 6,8039171$) Halbmesser betrachten.

§. 4. Geographische Begriffe. Zur genauen Bezeichnung von Punkten

[1] Ohne geodätische Kenntnisse zu besitzen, kann man sich über die Geschichte der Erdmessungen und die Ziele der gegenwärtig im Gange befindlichen europäischen Gradmessung unterrichten, entweder durch General Baeyer's »Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung,« Berlin 1861, oder durch des Verfassers öffentlichen Vortrag über »die Bedeutung moderner Gradmessungen,« München 1866, bei G. Franz.

der Erde denkt man sich auf und in dieser gewisse Linien gezogen, deren Bedeutung und Namen man kennen muss. Die kleine Axe der das Erdellipsoid erzeugenden Ellipse heisst die Erdaxe. Jede durch diese Axe gelegte Ebene heisst eine Meridianebene, und der Schnitt einer solchen Ebene mit der Erdoberfläche ein Meridian. Jeder Meridian ist der erzeugenden Ellipse des Erdsphäroids gleich. Sieht man die Erde als Kugel an, so ist er ein grösster Kreis. Die Ebene, welche durch den Erdmittelpunkt geht und auf der Umdrehungsaxe senkrecht steht, heisst Aequatorebene, und der grösste Kreis, nach welchem sie die Erdoberfläche schneidet, der Aequator. Jeder Durchschnitt einer dem Aequator parallelen Ebene mit der Erdoberfläche wird ein Parallelkreis oder kürzer ein Parallel genannt.

Die Lage eines Punkts auf dem Erdsphäroid wird durch zwei Winkel bestimmt, von denen der eine seine geographische Länge und der andere seine geographische Breite heisst. Denkt man sich nämlich durch den zu bestimmenden Punkt eine Meridianebene gelegt, so heisst der Neigungswinkel dieser Meridianebene gegen eine bestimmte als erste angenommene Meridianebene die geographische Länge jenes Punkts, während der Neigungswinkel der Normale des zu bestimmenden Punkts gegen die Aequatorebene seine geographische Breite genannt wird. Die geographischen Breiten werden auf den Meridianen vom Aequator aus gezählt und man unterscheidet nördliche und südliche Breiten, je nachdem sie sich auf die nördliche oder südliche Halbkugel beziehen. Die Meridianbögen, welche den einzelnen Breitengraden angehören, nehmen gegen die Pole hin an Länge zu, weil in Folge der Abplattung die Erdkrümmung in derselben Richtung abnimmt und auf einer krummen Oberfläche zwei Normalen, die einen Winkel von einem Grad einschliessen, um so weiter von einander abstehen, je kleiner die Krümmung dieser Fläche ist. Die geographischen Längen werden von den Deutschen und Franzosen von jenem Meridian an gezählt, welcher 20° westlich von dem Meridian der Pariser Sternwarte liegt und an der Insel Ferro vorbei geht; von den Engländern aber von dem Meridian ihrer Sternwarte zu Greenwich an. Von diesen ersten Meridianen aus zählt man die Längen gegen Ost bis zu 360°, oder man zählt sie gegen Ost nur bis zu 180° und über West auch bis zu 180°; dann muss man aber östliche und westliche Längen unterscheiden.

Nach diesen Erklärungen ist die am Ende dieses Buchs beigefügte Tafel I über die Längen verschiedener Grade auf der Erdoberfläche von selbst verständlich. Dieselbe vervollständigt die im vorigen Paragraph enthaltenen Angaben über die Gestalt und Grösse der Erde und leistet bei vielen Rechnungen gute Dienste.

§. 5. **Lothrechte Linien und Ebenen.** Es ist eine bekannte Wirkung der Schwerkraft, dass sie jeden auf der Erde befindlichen Körper nach einer Richtung anzieht, welche auf der Erdoberfläche senkrecht steht. Diese Richtung nennt man lothrecht oder vertical und stellt sie in

Wirklichkeit ganz einfach durch einen Faden dar, welcher an dem einen Ende festgehalten und an dem anderen mit einem schweren Körper belastet wird (Senkel, Loth). Jede durch eine lothrechte Linie gelegte Ebene heisst eine lothrechte oder verticale Ebene.

Sieht man die Erde als Kugel an, so schneiden sich alle lothrechten Linien und Ebenen in deren Mittelpunkt; betrachtet man sie aber als Umdrehungsellipsoid, so gehen nicht alle Lothe durch die Mitte, sondern nur diejenigen, welche auf dem Aequator oder an den Polen stehen, und die übrigen begegnen sich nur dann, wenn sie in einer und derselben Meridianebene liegen oder zu einem und demselben Parallelkreise gehören. Es versteht sich demnach von selbst, dass man bei dieser Annahme nicht durch irgend zwei beliebige lothrechte Linien eine Verticalebene legen kann, sondern nur durch je zwei, welche sich schneiden.

Alle Lothe auf einem Erdabschnitte sind gegeneinander geneigt; der Neigungswinkel ist aber in vielen Fällen so klein, dass er der Null gleich geachtet werden kann. Denn nimmt man die Erde als Kugel vom Halbmesser $r = 3\,266\,608$ Toisen an, so wird der Mittelpunktswinkel φ der Lothe L und L', welche um den grössten Kreisbogen $LL' = b$ von einander abstehen, nach den Proportionen

$$2\,r\,\pi : b = 360^0 : \varphi^0 = 360 \,.\, 60' : \varphi' = 360.60.60'' : \varphi''$$

$$\begin{aligned} &\text{in Graden:} && \varphi^0 = \frac{180}{\pi} \,.\, \frac{b}{r} = 57{,}2958 \,.\, \frac{b}{r} = \varrho^0 \frac{b}{r} \\ &\text{„ Minuten:} && \varphi' = \frac{180.60}{\pi} \,.\, \frac{b}{r} = 3437{,}75 \,.\, \frac{b}{r} = \varrho' \frac{b}{r} \qquad (2) \\ &\text{„ Secunden:} && \varphi'' = \frac{180.60.60}{\pi} \cdot \frac{b}{r} = 206265 \,.\, \frac{b}{r} = \varrho'' \frac{b}{r} \end{aligned}$$

wobei sich von selbst versteht, dass b und r mit einerlei Masseinheit gemessen werden müssen. (Die durch ϱ^0, ϱ', ϱ'' ausgedrückten Werthe, welche zur Ueberführung von Bogen in Winkel und umgekehrt dienen, sollen von nun an Reductionsfactoren für Winkel und Bogen heissen und stets mit diesen Buchstaben bezeichnet werden.)

Aus (2) folgt für $b = 1852^m$ der Winkel $\varphi = 60''$, es beträgt sömit die Neigung zweier Lothe, welche eine Viertelmeile auseinanderstehen, erst eine Minute, und man kann demnach in sehr vielen Fällen die lothrechten Linien als parallel ansehen.

§. 6. **Wagrechte Linien und Flächen.** Mit dem Begriffe der lothrechten Linie ist auch jener der wagrechten gegeben; denn jede Richtung, welche auf einem Lothe senkrecht steht, heisst wagrecht oder horizontal. Da die Lothlinien zweier Punkte der Erdoberfläche einen Winkel mit einander bilden, so ist klar, dass eine Gerade, welche auf dem einen Lothe senkrecht ist, es nicht auch zugleich auf dem anderen sein kann; dass folglich die wagrechte Richtung für jeden Punkt der Erde eine andere ist und streng genommen nur diejenigen Horizontallinien parallel sind, welche zu einem und demselben Lothe gehören.

Stellt man sich die Erde wieder als eine Kugel vor und denkt sich durch irgend einen Punkt L der Oberfläche und den Mittelpunkt C eine lothrechte Ebene gelegt, so schneidet diese Ebene die Kugelfläche nach einem grössten Kreise, welcher auf allen in ihm liegenden lothrechten Linien senkrecht steht. Dieser Kreis heisst die wahre Horizontallinie des Punkts L, und eine Berührende an den Kreis in diesem Punkte dessen scheinbare Horizontallinie. Da nun durch die Punkte L und C unendlich viele lothrechte Ebenen gelegt werden können, so gibt es auch unendlich viele wahre und scheinbare Horizontallinien eines Punkts (L). Denkt man sich aber alle wahren Horizontallinien zu einer krummen, und alle scheinbaren Horizontallinien zu einer ebenen Fläche vereinigt, so heisst die erstere, welche eine der Erdgestalt concentrische Kugelfläche ist, der wahre Horizont, und letztere, welche den wahren Horizont berührt, der scheinbare Horizont des Punkts L.

Die scheinbaren horizontalen Linien oder Ebenen zweier Punkte L und L', welche um den Erdbogen b von einander abstehen, schneiden sich unter einem Winkel C, der sich aus der Gleichung (2) ergibt. Es dürfen somit die Horizontalebenen nahe gelegener Punkte in den meisten Fällen als parallel angenommen werden, und wenn es z. B. auf einen Neigungswinkel von 4 Minuten nicht ankäme, sogar noch die Horizontalebenen zweier Punkte, die eine geographische Meile von einander entfernt sind.

Betrachtet man die Erdoberfläche als Ellipsoid, so stellt zwar die Berührungsebene in irgend einem Punkte L dessen scheinbaren Horizont vor, aber der wahre Horizont ist jetzt keine Kugelfläche und die wahre Horizontallinie kein grösster Kreis mehr. Jener wird unter dieser Annahme ein Umdrehungsellipsoid, dessen Axen mit denen der Erde zusammenfallen, und diese eine Curve von doppelter Krümmung, welche die geodätische Linie heisst. Unter anderen Eigenschaften besitzt diese Curve die, dass sie die kürzeste Linie ist, welche man auf dem Erdellipsoid von einem Punkte zu einem anderen ziehen kann. In der höheren Analysis und in Werken, welche eine genaue Bestimmung der Erdgestalt zum Gegenstande haben, wird das Wesen der geodätischen Linie näher erörtert.

§. 7. **Karte und Plan.** Denkt man sich an irgend einen Punkt des Erdellipsoids eine Berührungsebene gelegt, so wird dieselbe auf eine kleine Strecke um diesen Punkt herum mit der mathematischen Erdoberfläche zusammenfallen. Denkt man sich weiter auf diese Ebene alle bemerkenswerthen Punkte des Erdbodens durch lothrechte (hier als parallel zu betrachtende) Linien projicirt und die Fusspunkte dieser Linien unter sich durch gerade Linien verbunden, so gibt diese Verbindung einen natürlichen Grundriss der Gegend. Verjüngt man diesen Riss auf einer Ebene so, dass alle Seitenverhältnisse und alle Winkel sich gleich bleiben, so heisst diese dem natürlichen Grundrisse geometrisch ähnliche Abbildung ein Grund- oder Situationsplan der Gegend.

Schneidet man die vorhin gelegte Berührungsebene durch eine lothrechte

Ebene oder Cylinderfläche und denkt sich darin den Schnitt derselben mit der Erdoberfläche dargestellt, so ist dieser Schnitt der natürliche Aufriss der Gegend nach der Spur der lothrechten Schnittfläche. Wickelt man diese Fläche, falls sie nicht eben ist, in eine Ebene ab und zeichnet die in ihr enthaltene gebrochene Durchschnittslinie im verjüngten Massstabe auf eine ebene Fläche, so heisst das Bild, welches so entsteht, ein Aufriss, oder ein Nivellementsplan, oder auch ein Profil nach der Richtung der schneidenden Verticalebene oder Cylinderfläche.

Hat die aufzunehmende Erdstrecke eine grosse Ausdehnung, so kann man die in der Mitte derselben an das Erdellipsoid gelegte Berührungsebene nicht mehr für die ganze Strecke als horizontal ansehen und muss sich desshalb jetzt alle hervorragenden Punkte des Erdbodens mittels lothrechter Linien auf das Erdellipsoid selbst projicirt und die Fusspunkte der Lothe durch geodätische Linien verbunden denken. Die so erhaltene natürliche Projection kann man aber auf einer Ebene nicht geometrisch treu abbilden, weil sich eine kugelförmige Fläche nicht abwickeln lässt. Ein richtiges Bild ist nur auf einer Kugel (einem Globus) möglich. Dergleichen Abbildungen werden jedoch theils der Bequemlichkeit, theils der Kosten halber nur in sehr kleinem Massstabe[1] ausgeführt und sind folglich für die genauere Darstellung eines Landes nicht zu gebrauchen. Man war desshalb auf Hilfsmittel bedacht, durch welche mit verhältnissmässig geringer Aufopferung von Genauigkeit grössere Theile der Erdoberfläche, ja selbst Hälften derselben auf Ebenen abgebildet werden können. Diese Hilfsmittel sind Systeme von Linien, welche die Meridiane und Parallelkreise des abzubildenden Erdtheils vorstellen, und in welche alle bemerkenswerthen Punkte nach ihren geographischen Längen und Breiten eingezeichnet werden. Die Abbildung eines Landes nun, welche sich auf ein solches Liniennetz gründet, nennen wir eine Karte desselben, eine Landkarte.

§. 8. **Eintheilung.** Man pflegt die Vermessungskunde in eine niedere und höhere einzutheilen und zu jener das Aufnehmen solcher Landstrecken, bei welchen die Erdkrümmung nicht in Betracht kommt, zu dieser aber die grösseren Landesvermessungen und die Gradmessungen, welche die Ermittelung der Erdgestalt bezwecken, zu rechnen. Mit anderen Worten: man rechnet zur niederen Messkunst das Aufnehmen der Pläne und zur höheren die Herstellung der Karten.

Diese Eintheilung ist zunächst einseitig, insofern sie nur auf einen Theil der Vermessungskunde, die Geodäsie Rücksicht nimmt, und die übrigen Theile bald da bald dorthin weist. Sie ist aber auch überflüssig. Denn da sie eigentlich doch nichts anderes als eine Trennung der einfacheren Messungen und Rechnungen von den schwierigeren bewirken will, so lässt sich dieser Zweck auch dadurch erreichen, dass man, von einer natürlichen Eintheilung ausgehend und in jeder Abtheilung vom Einfachen zum Zusam-

[1] Ein nur im Massstabe von 1 : 4000 000 ausgeführter Globus hat schon 10 Fuss Durchmesser.

mengesetzten fortschreitend, nur so viel in seine Betrachtungen und Entwickelungen aufnimmt, als zur Erreichung eines vorgesteckten Zieles erforderlich ist. Wir unterscheiden daher nur folgende Hauptabtheilungen der Vermessungskunde:

I. Die Lehre von den Hilfsmitteln der Messungen, oder die Theorie der Messinstrumente;

II. die Lehre von der Anwendung der Messinstrumente auf die Lagenbestimmung von (festen und beweglichen) Punkten der Erdrinde, oder die Theorie der Messungen;

III. die Lehre von der bildlichen Darstellung des Gemessenen, oder die Theorie der Plan- und Kartenzeichnung.

Jeder dieser drei Hauptabschnitte wird hier so weit abgehandelt, als nöthig ist, um danach alle Messungen für technische und staatswirthschaftliche Zwecke mit Sicherheit und Zuverlässigkeit ausführen und das Studium der grösseren Werke über Landes- und Gradmessungen mit Nutzen betreiben zu können.

2. Von den bei Vermessungen gebräuchlichen Massen.

§. 9. **Masse im Allgemeinen.** So lange sich, wie bei den meisten Vermessungen, die Lage der zu messenden Gegenstände gegen den Beobachter nicht ändert, hat es der practische Geometer nur mit Längen-, Winkel-, Flächen- und Körpermassen zu thun. Tritt aber während der Beobachtung eine Aenderung in der Lage des zu messenden Gegenstands ein, wie z. B. bei Geschwindigkeitsmessungen fliessender Gewässer, dann kommt auch noch das Zeitmass in Anwendung. Dieses ausgenommen lassen sich alle übrigen Masse auf das Längenmass zurückführen, wesshalb dessen genaue Bestimmung von der grössten Wichtigkeit ist.

In Bezug auf das Resultat einer Grössenbestimmung ist es gleichgültig, welches Mass ihr zu Grunde liegt, da sich mit jeder gleichartigen Masseinheit, wenn sie recht angewendet wird, eine richtige Vorstellung von der Ausdehnung der gemessenen Grösse erlangen lässt. Anders aber verhält es sich, wenn man danach fragt, wie verschiedene Masseinheiten den Bedürfnissen des gesellschaftlichen Verkehrs entsprechen. Diese Frage wird allgemein dahin beantwortet, dass es besser wäre, wenn alle Völker sich nur eines und desselben Masses bedienten, weil dann keine Zeit mit Massverwandlungen verloren ginge und eine Menge von Irrungen nicht vorkäme.

Wirft man einen flüchtigen Blick auf das Entstehen der Masse, so wundert man sich vielleicht weniger mehr über deren Mannichfaltigkeit und Verschiedenheit. Für Längen hat man ursprünglich die Grösse gewisser menschlichen Körpertheile als Masseinheiten genommen; so z. B. die Länge der Füsse (Fuss, Schuh), den Abstand derselben beim Gehen (Schritt), die Breite des Daumens (Zoll), die Höhe der Faust (Palm), die Entfernung der

äussersten Endpunkte der ausgespannten Hand (Spanne), die Länge eines Arms (Elle), die Länge der beiden seitwärts gestreckten Arme (Klafter), u.s.w. Eben so wurden die Flächenmasse, wo sie sich nicht auf die vorausgehenden Längeneinheiten stützten, von ganz zufälligen Dingen entlehnt, so z. B. die Feldmasse von der Arbeitsleistung der Menschen oder Thiere in einer bestimmten Zeit, oder von der Menge Aussaat an Getreide u. dgl. mehr, wie schon die Namen der Flächeneinheiten des genannten Masses: Morgen, Tagwerk, Mannsmahd, Joch, Scheffel etc. andeuten.

Nicht weniger willkürlich als mit der Festsetzung der Masseinheit verfuhr man mit der Zusammensetzung derselben zu grösseren Einheiten, oder mit ihren Unterabtheilungen. Hier bildeten 12, dort 15, dort 16 Fuss eine Ruthe; hier 6, dort 7 und anderswo 8 Fuss eine Lachter. Bei den Unterabtheilungen huldigte man bald dem System des fortgesetzten Halbirens, wodurch man Halbe, Viertel, Achtel, Sechzehntel erhielt; bald zerfällte man die Einheit nach dem Duodecimalsystem in Halbe, Drittel, Viertel, Sechstel, Zwölftel. Von dem Wirrwarr, der dadurch entstand, kann man einen Begriff bekommen, wenn man ältere und namentlich deutsche Masstabellen durchsieht.

Um diesem Gewirre zu entrinnen, ging schon seit dem 17. Jahrhundert das Bestreben mehrerer Gelehrten und einiger Staatsregierungen dahin, eine von individuellen Zufälligkeiten unabhängige Masseinheit, ein sogenanntes Naturmass aufzufinden, das, wenn es verloren ginge, jederzeit wieder bestimmt werden könnte, insofern sich nur seine Definition durch Ueberlieferung erhielte. Zu dem Ende wurden verschiedene Längen in Vorschlag gebracht: zu Ende des 17. Jahrhunderts von Huyghens die Länge des einfachen Secundenpendels; in der Mitte des 18. Jahrhunderts von A. Böhm der Fallraum eines Körpers während der ersten Secunde; endlich zu Ende des 18. Jahrhunderts von einer aus Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet bestehenden Commission der Pariser Akademie der Wissenschaften die Länge des zehnmillionsten Theils eines Erdquadranten oder des elliptischen Meridianbogens vom Aequator bis zum Pole.

Zur Ausführung eines dieser drei Vorschläge war für Frankreich in dem letzten Jahrzehnt des vorigen Jahrhunderts ein günstiger Zeitpunkt eingetreten und es wurde derselbe auch von der damaligen Nationalversammlung benützt, indem sie sich im Jahre 1790 für die Pendellänge als Masseinheit erklärte. Nachdem man aber in der Veränderlichkeit dieser Länge mit der Lage des Ortes, an welchem sie bestimmt wird, und in dem Umstande, dass die Längeneinheit von einer ihr ungleichartigen Masseinheit, jener der Zeit, abhängig gemacht würde, Schwierigkeiten fand, die sich nicht beseitigen liessen, nahm dieselbe Versammlung drei Jahre später den Vorschlag der obengenannten Commission an, damit man, wie sie sich ausdrückte, ein unveränderliches Mass erhalte, bei dessen Bestimmung nichts zu Grunde liege, was willkürlich oder den Verhältnissen irgend eines Volks besonders angepasst sei.

Die Genauigkeit dieses Masses hing von der Schärfe ab, mit welcher

die Länge des Erdquadranten bestimmt wurde, und da man von diesem doch nur einige Grade messen konnte, seine ganze Länge also berechnen musste, von der richtigen Bestimmung der Abplattung der Erde. Diese war damals aus den französischen Gradmessungen in Peru und Lappland = 1 : 304 abgeleitet worden. Man traute aber diesen Messungen nicht ganz und liess desshalb durch Mechain und Delambre eine neue Messung vornehmen. Es wurde dazu der Meridian der Pariser Sternwarte gewählt und von diesem zwischen Dünkirchen und Barcelona ein Bogen von 9,6738 Graden gemessen, welcher eine Länge von 551 584, 72 Toisen (und zwar der Toise, welche der Peruanischen Gradmessung zu Grunde lag) ergab. Nach diesem Ergebniss wurde die Abplattung auf 1 : 334 vermindert und die Länge des Meridianquadranten auf 5 130 740, 74 Toisen berechnet. Der zehnmillionste Theil dieser Länge = 0,513074 der Toise von Peru = 443,296 Pariser Linien ist seit jener Zeit die französische Masseinheit und heisst Meter. (fr. mètre von *μέτρον*, Mass). Die Regierung liess einen parallelepipedischen Platinastab von etwa 1 Zoll Breite und 2 Linien Dicke anfertigen, dessen Endflächen bei der Temperatur des schmelzenden Eises genau um 1 Meter von einander abstehen.

Ein eigentliches Naturmass ist der Meter so wenig als die Toise von Peru oder irgend ein anderes genau bestimmtes Längenmass. Denn abgesehen davon, dass nach neueren Messungen und Rechnungen von Bessel die Meridiane der Erde wahrscheinlich ungleich lang sind und folglich aus einigen gemessenen Graden nicht mit Sicherheit berechnet werden können, hat derselbe Geometer und Astronom aus den der Bestimmung des Meters zu Grunde liegenden französischen und mehreren anderen Gradmessungen, welche er einer neuen strengen Prüfung unterwarf, gefunden, dass der elliptische Meridianquadrant nicht 10 000 000, sondern 10 000 859 Meter lang ist, und dass folglich der jetzige Meter seiner Definition nicht ganz entspricht, indem er statt des zehnmillionsten den 10 000 859sten Theil des Meridianbogens vom Aequator bis zum Pole beträgt. Dieser Bruchtheil ist aber durch Ueberlieferung fast eben so schwer zu erhalten als jener, welcher z. B. das Verhältniss des preussischen Fusses zur Länge des Quadranten angibt, nämlich 1 : 31 864 735.

Wenn nun auch die Idee, welche der Einführung des Meters zu Grunde lag, in Beziehung auf die Masseinheit selbst nicht ganz verwirklicht werden konnte, so wurde sie doch hinsichtlich der Unterabtheilungen und Zusammensetzungen der Einheit zu grösseren Einheiten mit einer Folgerichtigkeit durchgeführt, welche allgemein anerkannt und nachgeahmt zu werden verdient. Seinem strengen inneren Zusammenhange hat es das französische Masssystem zu verdanken, dass es als das vorzüglichste anerkannt und für wissenschaftliche Bestimmungen fast überall angenommen ist.

§. 10. **Französische Masse.** Nach dem französischen Masssystem wird der Meter zehntheilig zerlegt und zusammengesetzt; die Unterabtheilungen werden durch lateinische, die Zusammensetzungen durch griechische Vor-

sylben bezeichnet. Demnach heisst der zehnte Theil eines Meters Decimeter, der hundertste Theil Centimeter, der tausendste Theil Millimeter, der zehntausendste Theil Decimillimeter u. s. w. Zehn Meter geben einen Dekameter, hundert einen Hektometer, tausend einen Kilometer, zehntausend einen Myriameter u. s. w.

Als Zeichen des Meters gilt der Buchstabe m, welcher der zugehörigen Zahl in Form eines Exponenten beigefügt wird; z. B. 18 Meter = 18^m. Die Unterabtheilungen werden entweder durch Decimalbrüche oder durch Zusammenstellung der Anfangsbuchstaben ihrer Vorsylben mit dem Buchstaben m angedeutet, so dass z. B. ein Decimeter durch $0^m,1$ oder 1^{dm}, 1 Centimeter durch $0^m,01$ oder 1^{cm}, 1 Millimeter durch $0^m,001$ oder 1^{mm} bezeichnet werden kann. Für die Vielfachen des Meters bedarf man begreiflicherweise keiner besonderen Zeichen.

Die Quadrate der Längenmasse geben die Flächenmasse. Als Zeichen derselben dient ein dem m beigefügtes q (von quarré, Quadrat), und es bedeutet demnach z. B. 5^{mq} fünf Quadratmeter. Die Flächeneinheit der Feldmasse heisst Are (von arare, pflügen) und ist einem Quadratdekameter oder hundert Quadratmetern gleich. Die auf einander folgenden Unterabtheilungen heissen: Deciare, Centiare, Milliare, und die Zusammensetzungen: Dekare, Hektare, Kiliare.

Als Körpermasse gelten die Würfel der Längenmasse. Ihr Zeichen ist ein dem m beigesetztes c (von cube, Würfel), so dass 5^{mc} fünf Kubikmeter bedeutet. Für Brennholz hat der Kubikmeter den besonderen Namen Stère (von στερεὸς, fest); und für Flüssigkeiten bildet der Cubikdecimeter die Einheit, welche Liter (litre) heisst. Dieser Name ist von λίτρα, das ein bestimmtes griechisches Gewicht von ungefähr einem Pfunde bezeichnet, genommen und passt für ein Hohlmass insofern, als das Gewicht eines Liter reinen Wassers im Zustande seiner grössten Dichtigkeit bei $+ 4^0$ C die am häufigsten gebrauchte Gewichtseinheit, das Kilogramm, welches 2 deutschen Zollpfunden gleich ist, bestimmt. Die eigentliche Gewichtseinheit in Frankreich heisst Gramm und ist gleich dem Gewichte eines Cubikcentimeters Wasser von der vorhin angegebenen Beschaffenheit; 1000 Gramme geben 1 Kilogramm. Näheres über die Gewichte gehört nicht hierher.

Das französische Massystem, welches in Frankreich seit 1799 gilt, ist seit 1803 in Italien, seit 1821 in Belgien und Holland, seit 1859 in Spanien, seit 1872 im Deutschen Reiche gesetzlich eingeführt, während es in Oesterreich-Ungarn mit dem 1. Januar 1876 ins Leben tritt und in England zur Zeit noch facultativ ist. Dasselbe wird sich in kurzer Zeit über alle Culturstaaten der ganzen Erde verbreitet haben; dafür spricht die Abhaltung einer internationalen Conferenz (der Metercommission), welche in den Monaten September und October 1872 in Paris stattfand, und nicht bloss von allen europäischen, sondern auch von nord- und südamerikanischen Staaten beschickt war. Zwar handelte es sich bei den Berathungen

und Beschlüssen dieser Commission nur um die technische Ausführung und Abgleichung der metrischen Normalmasse und Gewichte, die oben nicht genannten Staatsregierungen haben aber durch Absendung von Bevollmächtigten ohne Zweifel ihre Geneigtheit zu erkennen gegeben, das metrische Mass- und Gewichtssystem über kurz oder lang in ihren Ländern einzuführen. Die wesentlichsten Beschlüsse der Metercommission werden bei Beschreibung des Normalmeters mitgetheilt werden.

§. 11. **Neue deutsche Masse.** Im Jahre 1861 trat auf Veranlassung mehrerer deutschen Regierungen (jener von Oesterreich, Bayern, Sachsen, Hannover, Württemberg, Baden, Hessen etc.) in Frankfurt eine Commission von Sachverständigen zur Ausarbeitung eines Gutachtens über ein einheitliches deutsches Mass und Gewicht zusammen. Dieses Gutachten ging einstimmig dahin, das Metermass mit seiner Decimaltheilung einzuführen, und in Folge dessen wurde auch dieses Masssystem nach der Mass- und Gewichtsordnung [1] für den Norddeutschen Bund vom 17. August 1868, mit dem Jahre 1872 im ganzen Deutschen Reiche eingeführt. Die in Form von Exponenten zu schreibenden abgekürzten Bezeichnungen, deren sich die deutsche Normalaichungscommission in Berlin bedient, sind folgende: Meter = m, Decimeter = dcm, Centimeter = cm, Millimeter = mm; Quadratmeter = qm oder □m, Quadratdecimeter = qdcm = □dcm, Quadratcentimeter = qcm = □cm, Quadratmillimeter = qmm = □mm, Ar = Quadratdekameter = a, Hektar = ha; Cubikmeter = cbm, Cubikdecimeter = Liter = l, Cubikcentimeter = cbcm, Cubikmillimeter = cbmm, Hektoliter = hl; Kilogramm = kg, Dekagramm = dkg, Gramm = g, Decigramm = dcg, Centigramm = cg, Milligramm = mg.

§. 12. **Abgeschaffte deutsche Masse.** Da noch auf Jahrzehnte hinaus Massreductionen und folglich Angaben von Massverhältnissen nöthig sind, so folgen hier die gebräuchlichsten Längen- und Feldmasse der grösseren Staaten des ehemaligen Deutschen Bundes in alphabetischer Ordnung.

Baden. Der badische Fuss ist = 3 Decimeter ($0^m,3$) = 132,989 Pariser Linien (log = 2,1238151). Er wird nach dem Decimalsystem in Zolle, Linien und Punkte eingetheilt; 10 Fuss bilden eine Ruthe, welche auch im Bergbaue statt der Lachter gebraucht wird; 29 629,63 Fuss geben 1 Meile von 2 Wegstunden, deren 25 auf einen Grad des Aequators gehen. Die Quadrate der Längenmasse sind die Flächenmasse: 1 Quadratruthe von 100 Quadratfuss ist = 9 Quadratmeter; 400 solcher Ruthen bilden 1 Morgen, der wie in Württemberg in 4 Viertel getheilt wird.

Bayern. Der Fuss = 0,29186 Meter = 129,38 Pariser Linien (log = 2,1118671) bildet die Längeneinheit. Für den bürgerlichen Verkehr ist die zwölftheilige, für Vermessungen aber die zehntheilige Zerlegung im Gebrauche. Jene gibt das Werkmass, diese das Feldmass. Demnach ist eine Werkruthe = 12 Fuss = 144 Werkzoll = 1728 Werklinien und 1 Feld-

[1] Bundesgesetzblatt vom Jahre 1868, Nr. 28, Seite 473.

ruthe = 10 Fuss = 100 Decimalzoll = 1000 Decimallinien. Eine bayerische Meile (= 2 Poststunden = 25406 Fuss bayr.) ist um 15,6 bayr. Fuss kleiner als 1 geographische Meile, wovon 15 auf 1 Aequatorgrad gehen. Der Quadratfuss bildet die Einheit des Flächenmasses für den gewöhnlichen Verkehr, und das Tagwerk zu 40 000 Quadratfuss für Feldmessungen. Den 100sten Theil eines Tagwerks von 400 Quadratfuss Inhalt nennt man eine Decimale, und es werden alle kleineren Feldflächen in Zehntel- und Hundertel-Decimalen ausgedrückt.

Braunschweig. Der Fuss hat 12 Zoll zu 12 Linien und ist = 0,285362 Meter = 126,5 Pariser Linien; 2 Fuss geben 1 Elle und 16 Fuss oder 8 Ellen 1 Ruthe = 2024 Pariser Linien (log = 3,3062105), welche beim Feldmessen in Zehntel- und Hundertelruthen abgetheilt wird; 1625 solcher Ruthen oder 26 000 Fuss bilden 1 Meile. Die Lachter enthält 968,5 braunschw. oder 850,8 Pariser Linien und wird in 8 Spann zu 10 Lachterzoll à 10 Primen eingetheilt. Der Morgen hat 120 Quadratruthen à 256 Quadratfuss.

Hannover. Die Längeneinheit ist der Fuss = 0,2920947 Meter = 129,4844 Pariser Linien. Er wird zwölftheilig in Zoll und Linien und die aus 16 Fuss oder 2071,7504 Pariser Linien (log = 3,3163374) bestehende Ruthe für Feldmessarbeiten in Zehntel-, Hundertel- und Tausendstel-Ruthen eingetheilt. Beim Nivelliren müssen die Höhenunterschiede in Fussen und D. D. Zollen ausgedrückt werden. Die im Bergbau übliche Lachter ist 78,082 hann. D. D. Zoll und wird in 8 Achtel, jedes zu 10 Zoll à 10 Linien getheilt. Die Meile ist = 1587,5 Ruthen = 7419,206 Meter und es gehen 14,976 auf 1 Grad des Aequators. Das Flächenmass besteht aus den Quadraten des Längenmasses; der Morgen hat 120 Quadratruthen à 256 Quadratfuss oder 2621 Quadratmeter.

Hessen-Cassel. Der kurhessische Fuss ist = 0,287699 Meter = 127,536 Pariser Linien = 11 rheinl. Zollen und wird nach dem Duodecimalsystem eingetheilt. Der alte Casseler oder Katasterfuss, welcher noch bei Feldmessungen im Gebrauche ist, enthält 0,2849 Meter oder 126,3 Pariser Linien. Eine (Kataster-) Ruthe ist = 14 alte Casseler Fuss = 3,98876 Meter = 1768,2 Pariser Linien (log = 3,2475314). Diese Ruthe wird in 10 Decimalfuss zu 10 Decimalzollen à 10 Decimallinien eingetheilt. Die Quadratruthe hält 196 alte Quadratfuss und 150 solche Ruthen geben 1 Acker, die Einheit der Feldflächen.

Hessen-Darmstadt. Die Längeneinheit ist der Zoll, welcher 25 Millimeter oder 11,0824 Pariser Linien misst (log = 1,0446338). Er wird zehntheilig abgetheilt und zusammengesetzt: 10 Zoll bilden 1 Fuss, 10 Fuss 1 Klafter und 3000 Klafter 1 Meile. Die Quadratklafter zu 100 Quadratfuss bildet die Einheit des Flächenmasses für alle Räume mit Ausnahme der Grundstücke, für welche der Morgen zu 400 Quadratklaftern oder 2500 Quadratmetern, der in 4 Viertel getheilt wird, die Einheit ist.

Nassau. Für Feldmessungen gilt ein in 10 Zolle getheilter Fuss, welcher = 0,5 Meter = 221,648 Pariser Linien ist (log = 2,3456638); die

zugehörige Ruthe hat 5 Meter oder 10 Fuss, die Quadratruthe folglich 100 Quadratfuss oder 25 Quadratmeter; 100 solcher Quadratruthen oder 25 franz. Aren bilden 1 Morgen. Für Vermessungen im Landesbauwesen bedient man sich eines Fusses, welcher wie der badische 3 Decimeter oder 132,989 Pariser Linien lang ist und zehntheilig eingetheilt wird.

Preussen. Die Längeneinheit ist der preussische oder rheinländische Fuss, welcher = 0,31385 Meter = 139,13 Pariser Linien ist. Für den gewöhnlichen Verkehr bilden 12 Fuss eine Ruthe und wird der Fuss nach dem Duodecimalsystem abgetheilt. Eine preussische oder rheinländische Ruthe von 12 Fuss hat 1669,56 Pariser Linien (log = 3,2226020). Für Vermessungen bedient man sich aber des Decimalsystems, nach welchem eine Ruthe in Zehntel- Hundertel- und Tausendstelruthen abgetheilt wird. Der Seefaden enthält 6 preuss. Fuss, die Berglachter 80 preuss. Zoll, die Meile 2000 preuss. Ruthen. Die Lachter wird in 8 Achtel zu 10 Lachterzollen und jeder Zoll in 10 Primen zu 10 Secunden eingetheilt. Als Flächeneinheit für den gewöhnlichen Verkehr dient der Quadratfuss zu 144 Quadratzoll à 144 Quadratlinien; für Feldmessungen aber der Morgen von 180 Quadratruthen, jede zu 144 Quadratfuss, oder die Quadratruthe und deren Unterabtheilungen nach Zehnteln.

Sachsen. Der Vermessung der Staatsgüter und dem neuen Steuersystem liegt der sächsische Fuss von 0,28319 Meter oder 125,537 Pariser Linien (log = 2,0987717) Länge zu Grunde, und es wird derselbe sowohl zwölf- als zehntheilig zerlegt. Die am häufigsten gebrauchte Längeneinheit ist aber die sächsische Elle, welche 2 sächsische Fuss umfasst und wovon 13100 gerade 1 geographische Meile geben. Die beim Feldmessen gebräuchliche Feldruthe ist = 7 Ellen 14 Zoll = 182 Zoll = 13,215 Pariser Fuss und wird in 10 Decimalfuss zu 10 Zoll à 10 Linien abgetheilt; die beim Strassenbau übliche Landruthe hat aber 8 Ellen = 192 Zoll = 13,9486 Pariser Fuss. Die sächsische Meile umfasst 2000 Landruthen oder 32 000 sächsische Fuss. Die Lachter enthält gerade 2 Meter und wird entweder zehntheilig zerlegt oder auch in 7 Lachterfusse eingetheilt; 2 solche Fuss bilden 1 Bergelle, welche bei allen Bergbauten als Einheit genommen wird. Die Quadrate der Längen dienen als Flächenmasse; für Felder aber kommt noch der Acker mit 300 geom. Quadratruthen oder 5534,2325 Quadratmeter und der Morgen, welcher = $\frac{1}{2}$ Acker ist, hinzu.

Württemberg. Der Fuss bildet die Längeneinheit und ist = 0,28649 Meter = 127 Pariser Linien (log = 2,1038037). Er wird in 10 Zolle zu 10 Linien abgetheilt und zehnfach zu einer Ruthe zusammengesetzt. Eine Meile ist = 2600 Ruthen = 26 000 Fuss. Die Quadrate der Längen geben die Flächenmasse: 1 Quadratfuss ist = 0,0820767 Quadratmeter, 1 Quadratruthe = 100 Quadratfuss, 1 Morgen, die Einheit der Feldflächen, = 384 Quadratruthen = 38 400 Quadratfuss. Der Morgen wird in 4 Viertel abgetheilt. Diese Masse gelten auch in Hohenzollern-Sigmaringen.

§. 13. **Oesterreichische Masse.** In Oesterreich - Ungarn wird das

französische Masssystem mit dem Jahre 1876 gesetzlich eingeführt. Zur Zeit bildet noch die Klafter die Einheit des Längenmasses. Dieselbe misst 1,8964838 Meter (log = 0,2779491) oder 870,7043 Pariser Linien (log = 2,924·6430). Der sechste Theil der Klafter heisst Fuss, und es wird dieser für den gewöhnlichen Verkehr nach dem Duodecimalsystem in Zolle, Linien und Punkte abgetheilt, so dass 1′ = 12″ = 144‴ = 1728⁗. Für Feldmessungen ist das Decimalsystem eingeführt, wonach 1 Klafter = 10 Feldschuh = 100 Feldzoll = 1000 Feldlinien ist. Beim Bergwesen heisst die Einheit des Längenmasses Lachter, und es besteht zwischen dieser und der Klafter gar kein Unterschied; für Markscheidungen wird sie zehntheilig zerlegt. Eine Meile ist = 4000° (Klafter) = 24000′ (Wiener Fuss). Für den gewöhnlichen Verkehr bildet die Quadratklafter zu 36 □Fuss die Flächeneinheit, für Feldmessungen aber das Joch zu 1600 □° = 57 600 □′.

§. 14. **Schweizerische Masse.** Die Längeneinheit der schweizerischen Masse ist der Fuss, welcher wie in Baden 0,3 Meter oder 132,989 Pariser Linien enthält und in 10 Zoll zu 10 Linien à 10 Strichen eingetheilt wird; 2 Fuss geben 1 Elle, 4 Fuss 1 Stab, 6 Fuss 1 Klafter, 10 Fuss eine Ruthe. Letztere, gerade 3 Meter lang, ist der waadtländischen Toise gleich. Die Wegstunde hat 16000 Fuss oder 4800 Meter. Bisher war theils die Züricher Wegstunde zu 4520,7 Meter, theils die Berner von 5278,6 Meter Länge im Gebrauch. Die Quadrate der Längenmasse geben die Einheiten der Flächenmasse. Bei technischen Messungen wird den Längen die Klafter und den Flächen die Quadratklafter zu 36 Quadratfuss zu Grunde gelegt. Die Quadratruthe = 100 Quadratfuss = 9 Quadratmeter dient als Feldmass für kleinere Flächen; grössere werden nach Juchart zu 40 000 Quadratfuss = 400 Quadratruthen = 36 franz. Aren ausgedrückt. Obwohl der Schweizer Fuss in einem einfachen Verhältnisse zum Meter steht und decimal abgetheilt ist, so geht man in der Schweiz doch damit um, das reine metrische System als Massordnung einzuführen.

§. 15. **Englische Masse.** Die Längeneinheit des englischen Masses, der Yard, soll bereits im Jahre 1101 durch König Heinrich I., welcher die Länge seines Arms dafür gelten liess, eingeführt worden sein. Nachdem seit jener Zeit gegen 200 Gesetze über Massbestimmungen erschienen waren, wurde schliesslich die Länge des Secundenpendels, welche auf dem Meeresspiegel in der Breite von London 405,3425 Pariser Linien beträgt, als die unveränderliche Grundlage des englischen Masssystems angenommen und durch die Parlamentsacte vom 17. Juni 1824 der von dem Mechaniker Bird verfertigte und mit „Standard Yard 1760“ bezeichnete Massstab als derjenige erklärt, welcher bei 62° F durch den Abstand zweier auf goldenen Stiften befindlichen Punkte das englische Normalmass darstellt. Dieser Massstab verbrannte im Jahre 1829 mit dem Parlamentsgebäude und ist seitdem durch einen neuen ersetzt worden, welcher sich ebenfalls auf das angeführte Gesetz gründet und dessen 1760fache Länge die englische Meile darstellt. (Hieraus erklärt sich die Zahl 1760 neben der Bezeichnung „Standard Yard.“)

Der englische Yard hat eine Länge von 0,9143835 Meter oder 405,3425 Pariser Linien (log = 2,6078261). Sein dritter Theil, die Länge von 0,3047945 Meter oder 135,114 Pariser Linien (log = 2,1307049) heisst Fuss und wird in 12 Zolle, der Zoll in 12 Linien, die Linie in 12 Punkte getheilt; $16^1/_2$ Fuss oder $5^1/_2$ Yard bilden 1 Ruthe (rod oder pole), 66 Fuss = 22 Yard = 4 Ruthen geben 1 Kette (chain); 5280 Fuss = 1760 Yards = 320 Ruthen = 8 Furlongs sind = 1 Meile (mile). Die Kette ist die Längeneinheit der Feldmasse und wird für diese Messungen in 100 Glieder (links) eingetheilt, wovon demnach jedes 0,66 Fuss misst. Die Flächeneinheit dieser Masse ist der Acker (acre), welcher = 10 Quadratketten = 160 Quadratruthen = 4840 Quadratyards = 43560 Quadratfuss ist. Die Seemeile ist der sechzigste Theil eines Aequatorgrads und daher = 1855 Meter = 6085 engl. Fuss, also etwas grösser als die Landmeile und = $^1/_4$ geogr. Meile.

In neuester Zeit wurde auch in England das metrische Massystem, jedoch nur facultativ, eingeführt.

§. 16. **Winkelmasse.** Für die Winkelmasse bildet glücklicherweise in allen Ländern der rechte Winkel die Einheit. Er wird aber nicht überall gleich eingetheilt, indem theilweise das Decimalsystem, nach welchem der rechte Winkel in 100 Grade, jeder Grad in 100 Minuten und jede Minute in 100 Secunden getheilt wird, weit mehr aber noch das Sexagesimalsystem, wonach der rechte Winkel aus 90 Graden, jeder Grad aus 60 Minuten, jede Minute aus 60 Secunden besteht, in Uebung ist. Selbst in Frankreich konnte die Decimaltheilung nicht ganz durchdringen, weil die Astronomen sie nicht annahmen, indem die heutigen Vergleichungen älterer und neuerer Beobachtungen zu bedeutende Reductionen veranlassen würden.

Die Centesimaltheilung der Winkel gewährt in der Schreibweise und bei Rechnungen dieselben Vortheile wie das Decimalsystem bei Längen-, Flächen- und Körpermassen. Ein Winkel von 74 Graden, 37 Minuten und 25 Secunden der Centesimaltheilung wird ganz einfach $74^0,3725$ geschrieben. Zur Verwandlung der Centesimal- und Sexagesimalgrade in einander dienen die Gleichungen: 90^0 S = 100^0 C, oder 9^0 S = 10^0 C, oder endlich 1^0 C = $0^0,9$ S. Obige $74^0,3725$ C sind somit = $0,9 \times 74^0,3725 = 66^0,935$ S = $66^0 56' 7''$ nach der Sexagesimaltheilung. Delambre empfiehlt folgendes Verfahren für dergleichen Verwandlungen:

Es seien in Sexagesimalgrade zu verwandeln:	$46,^g7865625$
Man ziehe hievon den zehnten Theil ab mit	4,6786562
Der Rest gibt in Sexagesimalgraden:	$42^0,1079062$
Mit 60 multiplicirt, in Graden und Minuten:	$42^0 6',474375$
Nochmals mit 60 multiplicirt, schliesslich:	$42^0 6' 28'',4625$
Es seien ferner in Decimalgrade zu verwandeln:	$42^0 6' 28'',4625$
Man verwandle die Secunden in Minuten:	$42^0 6',474375$
Verwandle ferner die Minuten in Grade:	$42^0,10790625$
Füge den neunten Theil dieser Grade hinzu mit	4,67865625
so ist die Summe beider der gesuchte Ausdruck:	$46,^g7865625$.

§. 17. **Massvergleichungen.** Da in den vorhergehenden Paragraphen die gesetzlichen Längeneinheiten verschiedener Länder in Pariser Linien angegeben sind, von denen 864 auf 1 Toise (toise du Pérou) und 443,296 auf 1 Meter gehen, so kann man mit nachfolgenden Zahlen leicht ein Mass in ein anderes verwandeln. Es ist

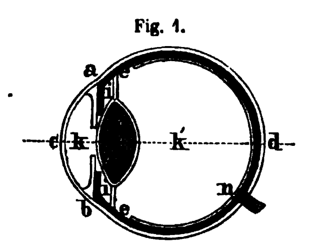
1 Toise = 864''' P (log = 2,9365137) = 1^m,949036 (log = 0,2898199),
1 Par. Fuss = 144''' P (log = 2,1583624) = 0^m,3248394 (log = 9,5116686),
1 Par. Zoll = 12''' P (log = 1,0791812) = 0^m,0270699 (log = 8,4324874),
1 Par. Linie = 1''' P = 0^m,00225583 (log = 7,353062); ausserdem ist
log 443,296 = 2,6466938, log 9 = 0,9542425, log 6 = 0,7781513.

3. Vom Sehen mit dem freien Auge.

§. 18. **Bau des Auges.** Ohne richtige Vorstellung von dem Baue des menschlichen Auges und dem Hergange des Sehens ist die Einrichtung und Wirkungsweise mehrerer Messinstrumente nicht vollständig zu beurtheilen, wesshalb hierüber Einiges mitgetheilt wird.

Der Hauptheil des Auges ist der Augapfel, von dem Fig. 1 einen Durchschnitt vorstellen soll. Derselbe liegt in einer Höhle des Kopfknochens auf einer weichen elastischen Fettmasse und kann durch Muskeln, welche ihn an die Höhle binden, innerhalb gewisser Grenzen nach allen Richtungen hin bewegt werden. Man kann sich ihn aus zwei Kugelabschnitten (a b c, a b d) von ungleichen Halbmessern, die sich an ihrer Grundfläche (a b) berühren, zusammengesetzt denken. Der grössere Abschnitt ist von einer weissen undurchsichtigen Haut a d b (tunica sclerotica) und der kleinere von einer hellen durchsichtigen Haut a c b (tunica cornea), welche mit jener auf's Innigste verbunden ist, eingeschlossen. An die innere Seite der harten Haut a d b schliesst sich zunächst eine nur aus Zellgewebe und Adern bestehende, von einem schwarzbraunen zähen Stoffe durchdrungene zarte Hülle, die Aderhaut (tunica choroidea) an, und darüber breitet sich ein feines netzartiges Nervengeflechte, die Netzhaut (tunica nervea s. retina), aus, welche als ein Ausläufer des bei n in das Auge gelangenden und aus dem Gehirne kommenden Sehnervs betrachtet werden kann. Die beiden den Augapfel bildenden Abschnitte werden durch eine aus Adern, Nerven- und Muskelfasern bestehende Haut a b, die Iris, getrennt. Dieselbe erscheint als eine Fortsetzung der Aderhaut und hat in der Mitte ein kleines Loch, das die Pupille oder Augenöffnung heisst. Die beiden durch die Iris geschiedenen Theile des Augapfels sind mit durchsichtigen Flüssigkeiten ausgefüllt, von denen die in der Vorderkammer (k) die wässerige Feuchtigkeit (humor aqueus) und die in der Hinterkammer (k') die Glasfeuchtigkeit (humor

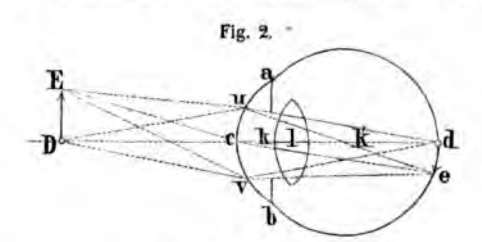
Fig. 1.



vitreus) genannt wird. Zwischen beiden, in einer häutigen durchsichtigen Kapsel, welche von den Augenlidergeweben (e, e) gehalten wird, befindet sich ein durchsichtiger Körper (l), der die **Krystalllinse** heisst. Die Substanz dieses Körpers ist nicht gleichmässig dicht, sondern in den äusseren Schichten von gallertartiger Consistenz und in den mittleren oder dem Kerne dichter als Gallerte; auch ist sie doppelbrechend und sehr elastisch. Die Krystalllinse ist nach Innen stärker gebogen als nach Aussen, indem (nach Helmholtz) der Halbmesser der Vorderfläche durchschnittlich 9 und jener der Hinterfläche 6 Millimeter beträgt.

§. 19. **Hergang beim Sehen.** Stellt D in Fig. 2 einen leuchtenden Punkt vor, der in der Augenaxe (D d) liegt, so dringt der von jenem Punkte ausgehende Strahlenkegel nur zum Theil in das Auge. Es wird nämlich alles ausserhalb der Hornhaut (a c b) auffallende Licht wegen der Undurchsichtigkeit der harten Haut zerstreut und das zwischen a und b eindringende Licht erleidet zunächst durch die wässerige Feuchtigkeit in der Vorderkammer eine Brechung gegen die Axe hin (D u d, D v d). Von den so gebrochenen Strahlen trifft ein Theil auf die Iris und macht ihre Farbe und ihr Gefüge sichtbar, während der andere durch die Pupille zur Krystalllinse gelangt, wo er eine zweite Brechung erfährt, auf die eine dritte von Seite der Glasfeuchtigkeit folgt. Durch diese verschiedenen Brechungen werden die durch die Linse dringenden Strahlen in dem Punkte d der Netzhaut zu einem Bilde von D vereinigt, wenn das Auge gesund ist und seine Entfernung vom Punkte D der **mittleren Sehweite** von 250 Millimeter gleich ist. Bei kleinerer Entfernung des leuchtenden Punkts, oder wenn das Auge weit- oder kurzsichtig wäre, würde das Bild d hinter oder vor der Netzhaut, also nicht auf ihr liegen. In gleicher Weise erzeugt sich von dem Punkte E, der ausserhalb der Axe liegt, ein Bild in dem Punkte e, den man durch Verlängerung der Verbindungslinie des Punkts E mit dem optischen Mittelpunkte des Auges erhält. Was von E gilt, ist für jeden Punkt zwischen D und E wahr; folglich bildet sich wie bei einer Convexlinse die Linie D E auf der Netzhaut wieder als solche, aber in der umgekehrten Stellung d e ab, wovon man sich durch Versuche mit den Augen frisch getödteter Thiere (namentlich der Ochsen) leicht überzeugen kann.

Fig. 2.



Das auf der Netzhaut erzeugte Bild eines Gegenstands reizt den Sehnerv und ruft auf eine noch unerklärte Weise die Empfindung des Sehens hervor. Da wir den Gegenstand trotz der verkehrten Stellung seines Bilds, wie die tägliche Erfahrung lehrt, aufrecht sehen, so kann man billigerweise nach dem Grunde dieser Erscheinung fragen. Man erklärte dieselbe aber

genügend durch die gewiss nicht unnatürliche Annahme, dass die Sehnerven nicht bloss jeden Eindruck auf die Netzhaut, sondern auch die Richtung, in welcher der Eindruck erfolgt, zu unserem Bewusstsein bringen und wir alsdann das Empfundene in derselben Richtung nach Aussen versetzen. Da wir nun z. B. den Eindruck des Bilds e in der Richtung E e empfangen, so versetzen wir das Bild e in der Richtung e E, folglich über D, welches in der Richtung d D gedacht wird.

§. 20. **Deutliches Sehen.** Der Gegenstand, welcher sich auf der Netzhaut des Auges abbildet, wird nur dann vollständig wahrgenommen werden, wenn sein Bild eine hinreichende Deutlichkeit, Helligkeit, Grösse und Dauer besitzt.

Zur Deutlichkeit gehört erstens, dass das Auge keine merkliche Kugel- und Farbenabweichung hat, damit sich jeder leuchtende Punkt wieder als solcher abbildet, und zweitens, dass jeder Bildpunkt gerade auf der Netzhaut liegt. Der Kugelabweichung ist theils durch die Iris, welche als Blende nur auf einen kleinen Theil der Krystalllinse Licht fallen lässt, theils durch die Form dieser Linse und die Wölbung der Netzhaut vorgebeugt; was aber die Farbenabweichung betrifft, so wird diese zwar durch die verschiedenen Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse der durchsichtigen Mittel des Auges grösstentheils, jedoch nicht ganz aufgehoben, wie man an einem dunklen Gegenstande beobachten kann, der nur wenige Zolle vom gesunden Auge entfernt gehalten wird, während dieses gleichzeitig an dem Gegenstande vorbei nach einem weiter entfernten Objecte sieht: der dunkle Gegenstand hat an den Rändern farbige Säume. Wegen der zweiten Anforderung sehe man §. 21.

Die Helligkeit des Bilds hängt von der Lichtmenge ab, welche vom Gegenstande in's Auge gelangt. Diese Lichtmenge richtet sich aber nach der Stärke des Lichts und nach der Grösse der Pupille; bei gleicher Stärke ist sie der Pupillenfläche und bei unveränderlicher Pupille der Stärke proportional. Die Pupille ist indessen nicht unveränderlich: sie zieht sich nämlich bei starkem Lichte zusammen und dehnt sich bei schwachem aus, so dass in dem ersteren Falle weniger und in dem letzteren mehr Licht in das Auge gelangt, als bei einer mittleren Oeffnung hineingelangen würde. Dieses Ausdehnen und Zusammenziehen hat übrigens ziemlich enge Grenzen, wesshalb bald wegen zu starken bald wegen zu schwachen Lichts kein Sehen mehr möglich ist.

Was die Grösse des Netzhautbilds betrifft, so muss dasselbe unter gewöhnlichen Umständen erfahrungsgemäss wenigstens 0,02 Millimeter betragen, wenn es noch auf die Sehnerven wirken soll; in aussergewöhnlichen Fällen, wenn nämlich entweder die Beleuchtung des Gegenstands sehr stark und sein Hintergrund dunkel, oder wenn die Netzhaut besonders empfindlich ist, kann die Grösse des Bilds viel weniger als 0,02^{mm} betragen. So sehen wir z. B. die Fixsterne deutlich, obwohl ihre Bilder auf der Netzhaut vielleicht nur 0,0002^{mm} Durchmesser haben. Die Grösse der Bilder auf der

Netzhaut bestimmt die scheinbare Grösse der Gegenstände, von der in §. 22 noch weiter die Rede ist.

Endlich ist die Dauer des Lichteindrucks nicht ohne Bedeutung für die Deutlichkeit der angesehenen Gegenstände. Ein zu kurzer Eindruck gelangt nicht zu unserem Bewusstsein, ein hinreichend langer hinterlässt noch einige Zeit nach seinem Aufhören die Empfindung seines Daseins, und ein zu langer stumpft die getroffenen Theile der Netzhaut durch Ueberreizung so ab, dass sie auf einige Zeit keine Lichtempfindungen hervorrufen. Unter übrigens gleichen Umständen wirkt der Eindruck des weissen Lichts länger als der des gelben, dieser länger als der des rothen und dieser wieder länger als der des blauen Lichts nach, und man kann annehmen, dass jeder Lichteindruck wenigstens 0,2 Secunden dauert.

§. 21. **Weite des deutlichen Sehens.** Im vorigen Paragraphen wurde angeführt, dass zum deutlichen Sehen eines Gegenstands gefordert werde, dass dessen Bild genau auf der Netzhaut des Auges liege, und aus der Optik ist bekannt, dass eine Glaslinse das Bild eines Gegenstands in um so grösserer Ferne erzeugt, je mehr ihr der letztere genähert wird. Da nun das Auge wie eine achromatische Glaslinse wirkt, so sollten folglich nur die Bilder genau auf die Netzhaut fallen, welche von Gegenständen kommen, die einen entsprechenden Abstand vom Auge haben; die Bilder fernerer Gegenstände müssten demnach vor und die näher gelegener Objecte hinter der Netzhaut liegen. Die Erfahrung lehrt jedoch, dass ein gesundes Auge in verschiedenen Entfernungen deutlich sehen kann, und es muss desshalb angenommen werden, dass etwas im Auge veränderlich ist, wodurch es die Fähigkeit erlangt, sich innerhalb gewisser Gränzen den Entfernungen der Gegenstände anzubequemen. Einige glauben, dass die Krystalllinse in solchen Fällen mehr oder weniger convex werde; andere, dass sich die Form des Augapfels entsprechend abändere; und wieder andere, dass beide Aenderungen gleichzeitig im Spiele sind. Die letztere Ansicht ist wahrscheinlich die richtigere. Wie dem aber auch sei, so hat das Anbequemungsvermögen des Auges seine bestimmten Grenzen: ein gesundes Auge sieht nämlich nur diejenigen Gegenstände ohne Anstrengung deutlich, welche ihm nicht über 220 bis 280 Millimeter genähert werden; es kann zwar diese Gegenstände auch in grösserer Entfernung noch gut erkennen, aber nicht so leicht und deutlich als in dem genannten Abstande, wesshalb man das Mittel von 250mm die Weite des deutlichen Sehens oder kürzer die mittlere Sehweite nennt. Ein Auge, das in dieser Entfernung noch nicht deutlich sieht, also einen grösseren Abstand fordert, heisst weitsichtig und wenn seine Sehweite beträchtlich unter der mittleren liegt: kurzsichtig.

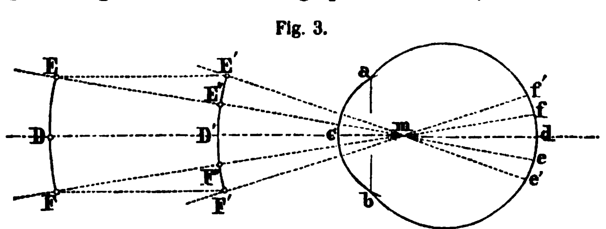
Dass ein gesundes Auge in geringerer Entfernung als 220mm nicht deutlich sieht, liegt darin, dass die zu stark auseinandergehenden Lichtstrahlen, welche von den betrachteten Punkten in's Auge gelangen, nicht auf, sondern hinter der Netzhaut zu einem Bilde vereinigt werden. Bei Weitsichtigen erzeugt sich, wenn sie den Gegenstand nur 220 bis 280mm

vom Auge weg halten, das Bild ebenfalls hinter der Netzhaut, wesshalb sie es auf diese zu bringen suchen, indem sie den Gegenstand so lange entfernen, bis sie ihn deutlich erkennen. Kurzsichtige Augen vereinigen die von einem 220 bis 280^{mm} entfernten Gegenstande kommenden Strahlen vor der Netzhaut; nähert man aber diesen Gegenstand dem Auge immer mehr, so wird er an einer bestimmten Stelle am deutlichsten gesehen, und in dieser Stellung trifft sein Bild gerade auf die Netzhaut.

§. 22. **Scheinbare Grösse.** Wir beurtheilen die Grösse der Gegenstände, welche wir mit freiem Auge betrachten und an denen wir keine eigentliche Messung vornehmen, nach der Ausdehnung des Bilds, welches sie auf der Netzhaut des Auges erzeugen, und daher können wir diese Ausdehnung, welche sich bei gleicher Entfernung direct mit der Grösse, und bei gleicher Grösse umgekehrt mit der Entfernung der Gegenstände ändert, deren scheinbare Grösse nennen. Dass diese proportionale Aenderung stattfindet, ist durch viele Versuche an Menschen- und Thieraugen dargethan. Diese Versuche lehrten, dass die Verbindungslinien irgend welcher Punkte eines Gegenstands mit deren Netzhautbildern sich alle in einem und demselben Punkte des Auges, der hinter der Krystalllinse nahe in der Mitte des Augapfels liegt und Kreuzungspunkt heisst, schneiden.

Bezeichnet (in F. 3) m diesen Punkt und EF irgend einen Gegenstand, so ist e f dessen Bild auf der Netzhaut. Rückt dieser Gegenstand dem Auge näher in die Stellung E′ F′, so wird sein Bild e′ f′ in dem Masse grösser als e f, in welchem der Abstand m D′ kleiner ist als m D. Bleibt aber der Gegenstand in der Entfernung m D′ und nimmt seine Grösse von E′ F′ bis auf E″ F″ ab, so wird sein Bild in e f in dem gleichen Verhältnisse dieser Abnahme kleiner als e′ f′, wie sich aus ganz einfachen geometrischen Sätzen ergibt. Um diese Aenderungen auf die einfachste Weise zu übersehen, fassen wir sie in einem analytischen Ausdruck zusammen. Bezeichnet nämlich

Fig. 3.



H die Grösse des Gegenstands E F,
E dessen Abstand D m vom Kreuzungspunkte,
h die Grösse des Netzhautbilds e f, und
e dessen Abstand d m vom Kreuzungspunkte,

so verhält sich, weil die beiden Kreisausschnitte E m F und e m f ähnlich sind, H : h = E : e, und es ist folglich die scheinbare Grösse

$$h = e \frac{H}{E} \cdot \qquad (3)$$

Der Abstand e ist für ein und dasselbe Auge eine unveränderliche Grösse, und die Kreisbögen EF und e f können so lange, als die betrachteten

Gegenstände deutlich gesehen werden, als gerade Linien gelten, weil nur diejenigen Gegenstände gleichmässig deutlich zu sehen sind, für welche die Winkel E m F, e m f und folglich auch die Bögen E F, e f im Vergleich zu ihren Halbmessern sehr klein sind.

Den Winkel E m F = e m f = φ nennt man den Seh- oder Gesichtswinkel, und es ist nun klar, dass die scheinbare Grösse eines Gegenstands seinem Sehwinkel proportional ist. Da nach §. 20 unter gewöhnlichen Umständen ein Gegenstand nur dann noch erkannt wird, wenn sein Netzhautbild wenigstens $0{,}02^{mm}$ beträgt, so lässt sich hienach der kleinste Sehwinkel φ' bestimmen, wenn der Abstand e bekannt ist. Dieser Abstand kann aber aus Gleichung (3) gefunden werden, wenn man die Entfernung E′ misst, in welcher dem Auge ein heller Gegenstand vom Durchmesser H bei guter Beschaffenheit der Luft und dunklem Hintergrunde gerade verschwindet. Mit H und E′ ist übrigens der kleinste Sehwinkel schon bestimmt, indem $E' \operatorname{tg} \varphi = H$ gesetzt werden darf.

Erste Abtheilung.

Die Lehre von den Messinstrumenten.

§. 23. Die Genauigkeit geometrischer Arbeiten hängt vorzugsweise von der Beschaffenheit der Messwerkzeuge und der Einsicht und Geschicklichkeit ab, womit sie gehandhabt werden. Es muss desshalb der practische Geometer vor allen Dingen seine Instrumente genau kennen, d. h. er muss wissen, wie sie eingerichtet sind, auf welchen Principien oder Naturgesetzen diese Einrichtung beruht und wie davon ihre Wirkungsweise abhängt; er muss ferner die Instrumente prüfen können, ob sie den Anforderungen, die sie befriedigen sollen, überhaupt genügen, oder in welchem Grade der Genauigkeit es der Fall ist; er muss auch seine Messwerkzeuge zu berichtigen oder diejenigen Unvollkommenheiten derselben zu beseitigen verstehen, welche sich durch besondere hiefür bestimmte Vorrichtungen wegschaffen lassen; und endlich muss er wissen, wie man die Instrumente gebraucht, um auf die vortheilhafteste Weise den Zweck zu erreichen, für den sie bestimmt sind.

Die Anleitung zum Erlangen dieser Kenntnisse nennen wir Instrumentenlehre. Dieselbe ist somit die wissenschaftliche Begründung und Beschreibung des Baues, der Prüfung, der Berichtigung und des Gebrauchs der Messwerkzeuge. Von der Ansicht ausgehend, dass diejenige Zusammenstellung der Instrumente die beste ist, welche die klarste Uebersicht der Hilfsmittel der Vermessungskunde gewährt, und um die Wiederholungen zu vermeiden, welche sich ergeben würden, wenn man nicht die wesentlichsten Bestandtheile der Messwerkzeuge besonders betrachtete, theilen wir die Instrumentenlehre in folgende sechs Abschnitte ein:

1. Bestandtheile der Messinstrumente.
2. Mittel zur Bezeichnung der Punkte auf dem Felde.
3. Instrumente zum Messen der Winkel.
4. Instrumente zum Messen der Längen.
5. Instrumente zum Messen der Höhen.
6. Instrumente zum Messen der Geschwindigkeiten.

Erster Abschnitt.

Bestandtheile der Messinstrumente.

§. 24. Wenn man die Messinstrumente zerlegt, so findet man, dass einige Bestandtheile derselben so zu sagen eine eigene Lebensfähigkeit besitzen, d. h. für sich schon zu gewissen Messverrichtungen geeignet sind, während die übrigen bloss zur Herstellung dieser Theile oder deren Verbindung unter einander dienen. Jene Bestandtheile höherer Art, von denen allein hier die Rede ist, da sich die Kenntniss der übrigen am einfachsten aus der Anschauung oder der Abbildung und Beschreibung jedes Instruments ergibt, haben immer je eine der folgenden Aufgaben zu lösen: nämlich entweder Visirlinien herzustellen, oder loth- und wagrechte Richtungen anzugeben, oder sehr kleine nahe und grössere ferne Gegenstände deutlich sichtbar zu machen, oder endlich sehr kleine Theile von geraden Linien und Kreisbögen zu messen. Nach dieser ihrer Bestimmung werden dieselben nunmehr betrachtet.

A. Mittel zur Herstellung von Visir- oder Absehlinien.

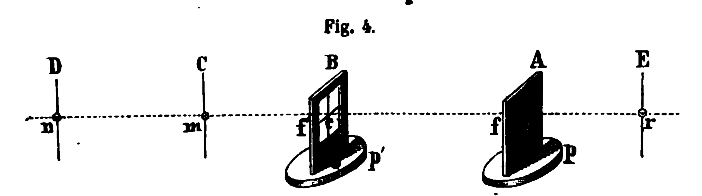
§. 25. Die gerade Richtung zwischen einem leuchtenden Punkte und dem Auge heisst ein Sehstrahl dieses Punkts. Ein freiliegender Punkt sendet dergleichen Strahlen nach allen Seiten aus und kann folglich überall gesehen werden. Will man die Lage einer Richtung, in der man ihn erblickt, gegen eine andere feststehende angeben, so gehört dazu eine Vorrichtung, welche durch zwei Punkte, deren Lage bekannt ist, eine Gerade bezeichnet, die in den Sehstrahl gebracht werden kann. Diese Gerade nennt man eine Visir- oder Absehlinie. Die Träger solcher Linien können sehr verschieden sein, da man die sie bestimmenden Punkte auf sehr verschiedene Weise darstellen kann. Die bis jetzt gebräuchlichen Mittel zur Herstellung von Absehlinien sind die Fernrohre, die Diopter, die Spiegel und die Glasprismen. Wir werden aber zunächst nur die drei letztgenannten Vorrichtungen, so weit es unser Zweck fordert, behandeln und erst später die Fernrohre als diejenigen Mittel, wodurch entfernte Gegenstände deutlich sichtbar gemacht werden, betrachten.

Die Diopter.

§. 26. **Einrichtung und Prüfung.** Jedes Diopter besteht aus zwei Theilen, dem Ocular und dem Objectiv. Das Ocular ist der Träger desjenigen Punkts der Absehlinie, welcher bei der Beobachtung dem Auge zunächst steht, und das Objectiv der Träger des zweiten entfernteren

Punkts dieser Linie. Beide Theile sind in der Regel fest mit einander verbunden, in einzelnen Fällen stehen sie aber auch lose nebeneinander.

Fig. 4.

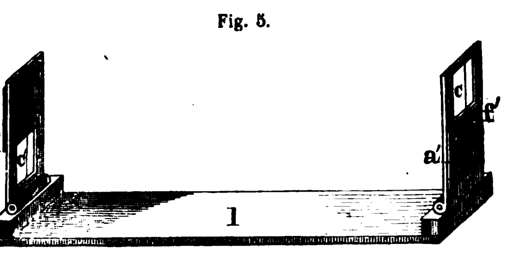


Vorstehende Figur stellt ein Diopter der letzten Art vor: A ist das Ocular, B das Objectiv. Beide bestehen aus einer Grundplatte (p, p') und einem senkrecht darauf befestigten Flügel (f, f'). In A ist eine kleine runde Oeffnung a (das Schauloch) zum Durchsehen und in der grösseren viereckigen Oeffnung von B ein Fadenkreuz (c) angebracht. Die Mitte des Schauloches und der Schnittpunkt des Fadenkreuzes bestimmen die Absehlinie. Soll dieselbe mit den Grundebenen von A und B parallel laufen, so müssen die Abstände der Punkte a und c von den Grundflächen der Platten p und p' genau gleich sein. Ob sie es sind, kann man durch folgendes Verfahren finden.

Man stelle die Diopter A und B auf einer festen Ebene etwa 8 Zoll (25 ^{cm}) auseinander und bemerke auf zwei ziemlich weit entfernten Stäben C und D die Punkte m und n, in welchen sie von der in ihre Richtung gebrachten Absehlinie getroffen werden; hierauf verwechsele man die Diopter und bemerke auf einem dritten entgegengesetzt stehenden Stabe E den Punkt r, welcher von der neuen Absehlinie gedeckt wird; endlich rücke man die Diopter aus der durch die Stäbe bezeichneten Linie und sehe zu, ob die drei Punkte n, m, r in einer Geraden liegen oder nicht. Findet eine Deckung dieser Punkte statt, so sind die Diopter richtig, wo nicht, so muss das leicht zu erkennende höhere so lange abgeschliffen werden, bis die zweite Absehlinie mit der ersten genau zusammenfällt, vorausgesetzt, dass der Kreuzungspunkt c oder das Schauloch a nicht verstellbar sind.

(Die Punkte m, n, r auf den Stäben C, D, E erhält man am einfachsten dadurch, dass man auf jedem lothrecht in dem Boden steckenden Stabe eine roth und weiss angestrichene Marke von Blech so lange auf und ab schieben lässt, bis ihre Mitte in die Absehlinie fällt.)

Fig. 5.



Die beigedruckte Figur gibt ein Bild von einem Diopter der ersten Art. Die Flügel f und f' sind hier mit einem Lineale (l) so verbunden, dass sie bei dem Gebrauche senkrecht darauf stehen, ausserdem aber mit Hilfe von Charniren umgeklappt

werden können. Das Ocular kann wie bei A und das Objectiv wie bei B in Fig. 4 beschaffen sein; es kann aber auch, wie hier angedeutet, das Ocular bloss aus einem feinen Spalt und das Objectiv aus einem angespannten dünnen Draht oder Rosshaare bestehen. Der Spalt (die Schauritze) und das Haar (der Objectivfaden) sollen eine zur Grundfläche des Lineals senkrechte Visirebene bestimmen: es müssen also beide in einer lothrechten Ebene liegen, wenn das Diopter auf einer wagrechten Fläche liegt. Ob diese Bedingung erfüllt ist, erkennt man auf folgende Weise.

Man verschaffe sich ausser einer wagrechten Unterlage für das Diopter, in ziemlich grosser Entfernung von dieser, eine lothrechte Richtung durch einen langen Senkel und überschaue, nach entsprechender Drehung des Diopters, durch den Spalt zugleich den Objectivfaden und das Loth. Wird dieses seiner ganzen Länge nach von dem Faden gedeckt, wenn auch das Auge vor der Schauritze bald höher bald tiefer steht, so ist die Vorrichtung fehlerfrei; findet aber diese Deckung nicht vollständig statt, so ist entweder in dem Objectiv, oder in dem Ocular, oder in beiden zugleich ein Fehler vorhanden, und es kommt nun darauf an, diese getrennt zu erkennen und wegzuschaffen.

Ob der Faden lothrecht steht, erfährt man dadurch, dass man, nach Verdeckung der übrigen Stellen, nur einen einzigen Punkt der Schauritze bei der vorhergehenden Untersuchung benützt und zusieht, ob der Faden nicht vom Lothe abweicht. Deckt er es, so steht er gut; weicht er aber ab, so wird er durch das Zäpfchen, womit er an dem einen Ende in ein kleines Loch gedrückt und also festgehalten wird, ein wenig zur Seite geschoben, bis die Deckung des Lothes stattfindet. Hat auf diese Weise der Faden die richtige Stellung erlangt, so wird zwar jeder Punkt der Schauritze für sich mit dem Faden in einer lothrechten Ebene liegen, aber diese Ebene wird für jeden Punkt eine andere Richtung haben und stets nur durch eine kleine Drehung des Diopters mit dem Lothe zur Deckung gebracht werden. Diese Drehung fällt weg, wenn die Schauritze senkrecht steht. Danach lässt sich also auch das Ocular untersuchen; allenfallsige Fehler desselben kann aber nur der Mechaniker verbessern, wenn er nicht dafür gesorgt hat, dass die Platte mit der Schauritze ein wenig gedreht werden kann. An dem in Fig. 5 abgebildeten Diopter ist diese Drehung möglich; denn die durch vier helle Stellen angedeuteten Schräubchen gehen durch Schlitze in der Ocularplatte und folglich lässt sich diese nach Lüftung der Schräubchen etwas seitwärts drehen und dann wieder feststellen.

Manche Diopter sind so eingerichtet, dass sich in jedem Flügel Ocular und Objectiv zugleich befinden. Solche Einrichtungen geben zwei Visirlinien nach entgegengesetzten aber parallelen Richtungen. Häufig fallen diese Absehlinien in eine Ebene, wie es z. B. in Fig. 5 der Fall ist, wo durch a, c die eine und durch a', c' die andere Visirebene bestimmt ist, welche zusammen die Ebene a c' a' c bilden.

Einige andere Formen der Diopter werden später gelegentlich vorge-

führt werden. Hier ist nur noch zu bemerken, dass diejenigen Diopter, deren Objective und Oculare durch eine inwendig geschwärzte Röhre verbunden sind, ein schärferes Visiren (Zielen) gestatten als die eben beschriebenen, welche dem Seitenlichte freien Zutritt gewähren.

§. 27. **Genauigkeit der Diopter.** Ueber die mit Dioptern zu erreichende Genauigkeit des Zielens und über die Bedingungen, wovon dieselbe vorzugsweise abhängt, hat Professor Stampfer umfassende Versuche angestellt und deren Ergebnisse in dem 18. Bande der Jahrbücher des Wiener polytechnischen Instituts veröffentlicht. Nach diesen Versuchen gewähren runde Schaulöcher eine grössere Schärfe der Visur als Spalten, und es darf der Durchmesser dieser Löcher auf eine halbe Pariser Linie und die Breite der Spalten auf ein Drittel Linie steigen, ohne dass die Genauigkeit des Zielens geringer wird als bei kleineren Oeffnungen, welche man indessen bei Ritzen nicht unter ein Fünftel Linie und bei Kreisöffnungen nicht weniger als ein Drittel Linie weit machen soll.

Diese Versuche widerlegten somit die früher verbreitete irrige Meinung, dass die Genauigkeit des Visirens dem Winkel proportional sei, welcher sich durch die Weite des Oculars und seine Entfernung vom Objectiv bestimmt; ein Winkel, der manchmal mehrere Minuten beträgt und der parallaktische Winkel genannt wird. Die Genauigkeit nimmt nur dann ab, wenn die Oeffnungen weiter sind als vorhin angegeben wurde. So lange sie jedoch in diesen Grenzen bleiben, kann man unter günstigen äusseren Bedingungen, d. h. bei scharfem Auge, guter Beleuchtung, dunklem Hintergrunde und reiner Luft, mit einem fehlerfreien und geschickt behandelten Diopter bis auf 10 Secunden genau visiren, wenn auch der parallaktische Winkel 5 bis 6 Minuten beträgt. Dass bis zu der angegebenen Grenze die Weite der Ocularöffnung keinen nachtheiligen Einfluss auf das Visiren äussert, erklärt sich dadurch, dass das Auge wegen der am Rande der Oeffnung stattfindenden Beugung der Lichtstrahlen, welche kein deutliches Sehen gestattet, von selbst die Mitte der Oeffnung aufsucht, wo es von dieser Beugung nicht beirrt wird.

Als weitere Ergebnisse der genannten Versuche sind noch anzuführen: dass die Entfernung der Diopterflügel von einander, so lange sie nur nicht kleiner ist als die deutliche Sehweite von 8 Zoll oder 25 ^{cm}, keinen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit des Zielens hat; und dass die Dicke des Objectivfadens am zweckmässigsten ist, wenn sie vom Ocular aus unter einem Sehwinkel von 1 bis 2 Minuten erscheint.

§. 28. **Ein Nachtheil der Diopter.** Die Diopter leiden an einer Unvollkommenheit, welche die Genauigkeit des Zielens sehr vermindert, aber sich nicht beseitigen lässt. Indem nämlich das Auge gleichzeitig auf den nahen Objectivfaden und den entfernten Zielpunkt sehen muss, erzeugen sich die Bilder beider nicht auf einer und derselben Stelle der Netzhaut, sondern hinter einander, wobei (nach §. 21) das des Fadens weiter zurückliegt. Es kann folglich nur eines derselben und zwar dasjenige, welches

gerade auf der Netzhaut liegt, deutlich gesehen werden, wie die Erfahrung jeden Augenblick lehrt. Zwar besitzt das Auge die Fähigkeit, sich den Entfernungen der betrachteten Gegenstände anzubequemen, aber dieses geschieht nur nach und nach, nicht auf einmal. Wenn nun bald der Faden bald der Zielpunkt deutlich, und beziehungsweise bald der Zielpunkt bald der Faden undeutlich erscheint, so findet in dem Urtheile über die Deckung der Bilder eine Unsicherheit und folglich im Zielen eine Ungenauigkeit statt. Die Grösse dieser Ungenauigkeit schätzt Prof. Stampfer auf mindestens 7 bis 8 Secunden; sie mag aber in manchen Fällen wohl noch mehr betragen. Desshalb sollte das Bestreben derer, welche sich mit der Angabe oder der Verfertigung oder dem Gebrauche von Messinstrumenten befassen, dahin gehen, die Anwendung der Diopter möglichst zu beschränken.

Die ebenen Spiegel.

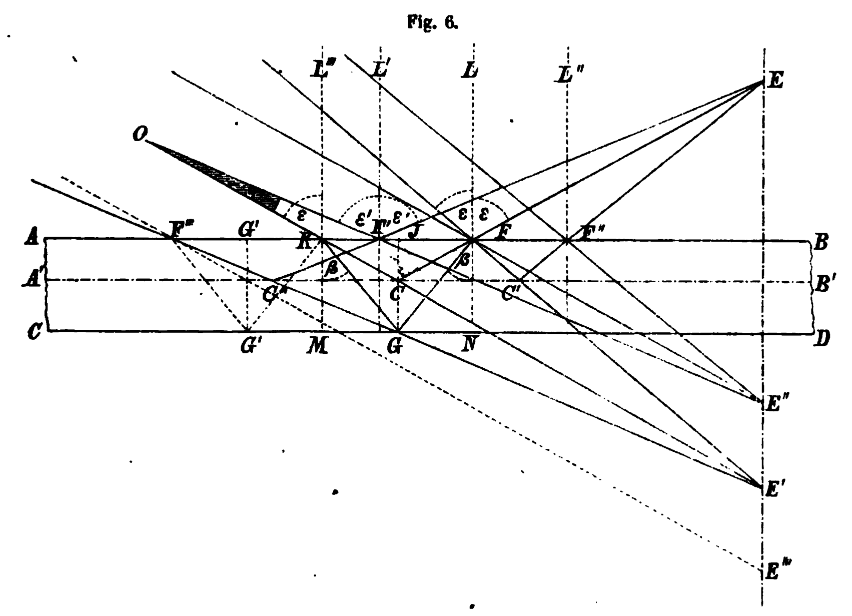
§. 29. Jede glatte Oberfläche, welche das Licht regelmässig zurückwirft, ist ein Spiegel. Dergleichen Oberflächen geben polirte Metalle, reines Quecksilber, Glas, Wasser und andere Körper. Durch Versuche hat man gefunden, dass die Menge des senkrecht zurückgeworfenen Lichts von Metallspiegeln nahehin zwei Drittel, von Quecksilber die Hälfte, von Glas ein Vierzigstel und von Wasser ein Fünfzigstel der Menge des eingefallenen Lichts beträgt. Ganz reine Metallspiegel geben erfahrungsgemäss mehr Licht als Glasspiegel, welche mit Zinnamalgam belegt sind. Gleichwohl wendet man zu Messinstrumenten blosse Metallspiegel (von Stahl u. dgl.) fast gar nicht an, da ihre Reinheit durch atmosphärische und andere Einflüsse bald getrübt und demzufolge ihre Wirkung so geschwächt wird, dass sie guten Glasspiegeln weit nachstehen. Diese leiden zwar auch von denselben Einflüssen, allein, da ihre Metallfläche von zwei Seiten geschützt ist, in geringerem Grade und erst nach längerer Zeit. Am besten sind die Glasspiegel, welche nicht mit Zinnamalgam, sondern nach einem von Liebig angegebenen Verfahren mit reinem Silber erzeugt werden und Silberspiegel heissen. Wir werden hier bloss die ebenen Glasspiegel, so weit es für die Instrumentenlehre nöthig erscheint, ohne Rücksicht auf ihre Helligkeit untersuchen und dabei die Gesetze über Zurückwerfung und Brechung des Lichts als bekannt voraussetzen.

§. 30. **Parallelspiegel.** In Fig. 6 stelle A B C D den senkrechten Durchschnitt eines auf der Rückseite belegten parallelen Glasspiegels vor. E sei ein leuchtender Punkt und E F, E F' mögen zwei von ihm ausgehende, in der Ebene des Durchschnitts liegende Strahlen bezeichnen. Von diesen vertrete E F diejenigen Lichtstrahlen, welche in das Glas eindringen und nach der Zurückwerfung an der Rückfläche in das bei O befindliche Auge gelangen; und E F' stelle jene Strahlen vor, welche von der Vorderfläche des Spiegels in das Auge O zurückgeworfen werden.

Der Strahl E F, welcher unter dem Winkel ε gegen das Loth einfällt,

wird bei F unter dem Winkel β, der sich aus dem Brechungsgesetze $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ ergibt, gebrochen, bei G unter dem gleichen Winkel zurückgeworfen und bei K abermals gebrochen. Da der letzte Brechungswinkel dem ersten gleich ist, so bildet der austretende Strahl K O, welcher das Bild E′ von E in sich trägt, mit dem Lothe in K denselben Winkel ε wie der einfallende Strahl E F mit seinem Lothe. Beide Strahlen schneiden sich in dem Punkte C unter dem Winkel $2\,\varepsilon$, woraus man sieht, dass der Glasspiegel den eingedrungenen Strahl gerade so leitet, als ob er bloss auf die durch C gelegte mit A B parallele Ebene A′ B′ gefallen wäre. Der zweite Strahl E F′, welcher mit dem Lothe den Winkel ε' bildet, wird unter dem gleichen Winkel ε' nach F′ O zurückgeworfen. In dieser Richtung liegt ein zweites Bild von E: es heisse E″. Von den zwei Bildern

Fig. 6.



E′ und E″, welche der Parallelspiegel gibt, ist das erste heller als das zweite, weil jenes von Metall, dieses von Glas erzeugt wird. Diese Helligkeiten dienen zur Unterscheidung der Bilder, so lange der Spiegel in gutem Zustande sich befindet; hat aber dessen Beleg durch den Einfluss der Atmosphäre etc. Veränderungen erlitten, so ist eine Verwechslung der Bilder und folglich ein Messungsfehler von der Grösse des Winkels E′ O E″ $= \varphi$ möglich, wobei O der Augpunkt ist, welcher irgendwo im gemeinschaftlichen Raume der sich schneidenden Lichtkegel E′ und E″ liegt.[1]

Um φ zu bestimmen, suche man vorerst die Lage des Schnittpunkts

[1] In Folge einer Abänderung der Fig. 6 sind auf Seite 32 einige falsche Bezeichnungen enthalten. Es muss nämlich in den Zeilen 7 und 3 v. u. F′ für i und in den Zeilen 4 und 2 v. u. O für E′ gesetzt werden.

C auf. Nennt man x seinen Abstand C J von der Vorderfläche des Spiegels und a dessen Dicke, so wird

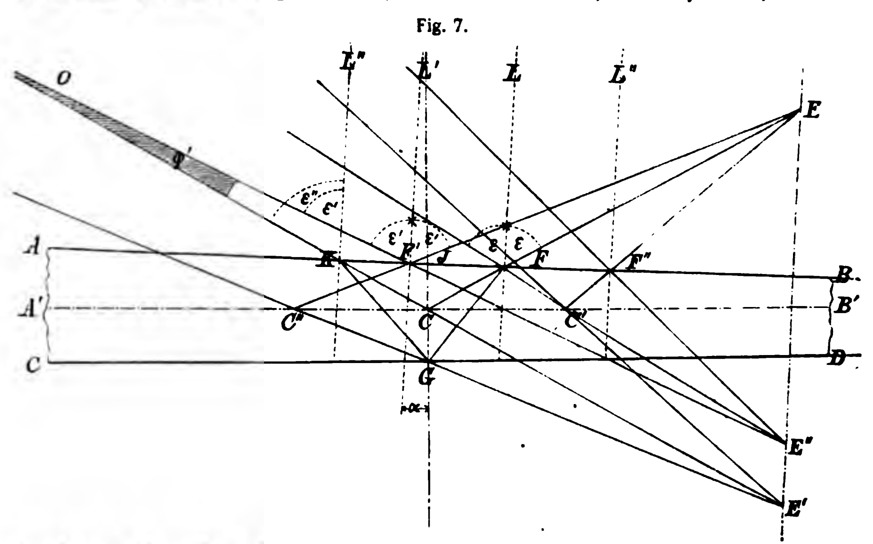
$$x \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = a \cos \varepsilon \,. \qquad (4)$$

Hierauf überzeuge man sich, dass der Abstand E′ E″ der beiden Bilder von einander 2 x ist, setze die Entfernung des Auges O vom Bilde E′ = c und entnehme aus dem Dreiecke E′ O E″ die Gleichung:

$$c \sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = 2\, a \sin \varepsilon \cos \varepsilon = a \sin 2\, \varepsilon \,. \qquad (5)$$

Hieraus folgt, dass der Winkel φ mit der Spiegeldicke a wächst und mit der Entfernung c der betrachteten Gegenstände abnimmt. Um seine Grösse in bestimmten Fällen zu überschauen, bemerken wir, dass für $n = {}^3/_2$, $\varepsilon = 65^0$ und a = 0′,01 der Winkel φ beziehlich 26,4 oder 2,6 Secunden beträgt, je nachdem c = 50′ oder = 500′ ist. Für ausserordentlich weit entfernte Gegenstände, wie z. B. Sterne, wird φ null; bei Be-

Fig. 7.



trachtung derselben hat also die Spiegeldicke gar keinen Einfluss. Ob übrigens dieser Einfluss in anderen Fällen zu beachten ist, hängt einzig und allein von dem Grad der Genauigkeit ab, den die Lage der durch den Spiegel bestimmten Absehlinien haben soll.

Die in der Richtung G K zurückkehrenden Lichtstrahlen treten nicht alle bei K gebrochen aus, sondern werden zum Theil wieder nach G′ und F‴ zurückgeworfen, wo derselbe Vorgang sich wiederholt, der eben in K stattfand. Es erzeugen sich demnach mehrere Bilder von E, welche alle in der durch E F gelegten und auf dem Spiegel senkrecht stehenden Ebene liegen. Da aber diese Bilder immer weniger Licht erhalten und selbst bei sehr hellen Gegenständen kaum das dritte Bild E‴ mehr zu bemerken ist, so geben sie auch keine Veranlassung zu Verwechslungen mit dem Hauptbilde E′, und sind desshalb nicht weiter zu beachten.

§. 31. **Prismatische Spiegel.** Wir nennen diejenigen Spiegel prismatisch, deren ebene Seitenflächen unter einem kleinen Winkel (α) gegen einander geneigt sind, und untersuchen ihre Wirkungsweise in der Absicht, sie mit den eben betrachteten Parallelspiegeln zu vergleichen.

Es sei A B C D in Fig. 7 ein Durchschnitt des Spiegels mit einer Ebene, welche zur Schnittlinie der beiden Spiegelebenen AB, CD senkrecht steht, und die Lichtstrahlen E F, E F', E F'' mögen in dieser Durchschnittsebene liegen. Von diesen drei Strahlen werde nur E F auf seinem Gange durch den Spiegel ganz verfolgt; die Wege der beiden übrigen werden hienach construirt. Der eindringende Strahl macht nach dem im vorhergehenden Paragraph erklärten Vorgange den Weg E F G K O und liefert in der Richtung O K das Hauptbild E'.

Von dem nach E F einfallenden und nach G K zurückgeworfenen Lichte wird nur ein Theil bei K austreten, ein anderer aber wieder auf C D und von hier auf A B so zurückgeworfen werden, wie bei dem Parallelspiegel erklärt wurde. Es entstehen also auch hier mehrere Nebenbilder von E durch innere Reflexionen, sie sind aber so schwach, dass sie gegen das Hauptbild E' verschwinden und desshalb nicht weiter in Betracht kommen. Nur das Bild E'', welches durch Reflexionen auf A B entsteht, ist zu beachten.

Es liesse sich auch hier wie bei dem Parallelspiegel der Winkel $E' O E'' = \varphi'$ ausdrücken, um welchen die Bilder E' und E'' auseinander liegen; man bedarf aber dieses Ausdruckes gar nicht, um einzusehen, dass dieser Winkel bei einem prismatischen Spiegel gar nie null wird, auch wenn der leuchtende Punkt E unendlich weit entfernt ist. Denn da für diesen letzteren Fall $\varepsilon' = \varepsilon$ wird, so ist der Winkel E F' O des einfallenden und von A B zurückgeworfenen Strahls $E F' = 2\varepsilon$, während der Winkel E C O, den der eindringende Strahl E F mit dem von C D zurückgeworfenen bildet, $\varepsilon + \varepsilon''$ ist. Es bilden also, selbst wenn E F und E F' parallel sind, die Strahlen E'' F' O und E' H O immer noch einen Winkel

$$\varphi' = 2\varepsilon - (\varepsilon + \varepsilon'') = \varepsilon - \varepsilon''$$

mit einander, welcher null wird, wenn $\varepsilon'' = \varepsilon$ ist. Diese Gleichheit findet aber nur statt, wenn der Spiegel nicht prismatisch ist.

Die Thatsache, dass der Winkel φ' bei einem prismatischen Spiegel nicht null werden kann, gibt ein Mittel an die Hand, einen solchen Spiegel von einem parallelen zu unterscheiden. Man braucht nämlich nur in beiden einen ausserordentlich weit entfernten sehr hellen und scharf begrenzten Gegenstand (etwa einen Stern) zu betrachten und zuzusehen, ob sich mehr als ein deutliches Bild von demselben erzeugt. Entsteht nur eines, so ist der Spiegel parallel, zeigen sich aber mehrere, so ist er prismatisch. Dabei ist vorausgesetzt, dass die Spiegelflächen vollkommene Ebenen sind. Ob sie aber diese Eigenschaft besitzen, erkennt man im Allgemeinen daran, dass sie scharf begrenzte Gegenstände rein und unverzerrt abbilden. [1]

[1] Das besondere Verfahren bei dieser Untersuchung, dessen Verständniss jedoch die Kenntniss der Fernrohre voraussetzt, ist in den Abhandlungen über die Prüfung der Plan- und Parallelgläser

Um den nachtheiligen Einfluss eines prismatischen Spiegels, der statt eines parallelen an einem Messinstrumente angebracht ist, genauer zu erkennen, wollen wir für den besonderen Fall, dass der leuchtende Punkt E unendlich weit entfernt ist, oder die von E kommenden Lichtstrahlen parallel sind, untersuchen, wie sich die Grösse des Winkels E' O E'', der in diesem Falle $= \varepsilon - \varepsilon'' = \varphi'$ ist, bestimmen lässt.

Für den einfallenden Strahl E F gilt nach den bekannten Bezeichnungen die Gleichung:

$$\sin \varepsilon = n \sin \beta$$

und für den austretenden K O wird, da $\beta'' = \beta + 2\alpha$ ist:

$$\sin \varepsilon'' = n \sin (\beta + 2\alpha).$$

Zieht man die erste Gleichung von der zweiten ab, so wird nach einigen einfachen Umformungen:

$$\sin \tfrac{1}{2} (\varepsilon'' - \varepsilon) \cos \tfrac{1}{2} (\varepsilon'' + \varepsilon) = n \sin \alpha \cos (\beta - \alpha).$$

Da ε von ε'' nur sehr wenig abweicht und α sehr klein ist, so kann man, unter der Annahme mittlerer Werthe von ε, $\cos \varepsilon$ für $\cos \frac{1}{2} (\varepsilon'' + \varepsilon)$ und $\cos \beta$ für $\cos (\beta - \alpha)$ setzen, und statt $\sin \alpha$ und $\sin (\varepsilon'' - \varepsilon)$ die Bögen α und φ' einführen, wodurch man schliesslich erhält:

$$\varphi' \cos \varepsilon = 2 \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} \qquad (6)$$

Nimmt man beispielsweise den Neigungswinkel $\alpha = 1$ Minute, den Einfallswinkel $\varepsilon = 60^0$ und das Brechungsverhältniss $n = 1{,}5$ an, so wird $\varepsilon'' - \varepsilon = \varphi' = 4{,}9$ Minuten, woraus man zur Genüge den nachtheiligen Einfluss der prismatischen Gestalt eines ebenen Glasspiegels ersehen kann.

Wenn ε nahe an 0 oder 90^0 liegt, also $\cos \frac{1}{2} (\varepsilon'' + \varepsilon)$ oder $\cos (\varepsilon - \frac{1}{2} \varphi')$ entweder nahezu $\cos \frac{1}{2} \varphi'$ oder $\sin \frac{1}{2} \varphi'$ gleich wird, so darf man die vorstehende Näherung nicht mehr anwenden, sondern muss φ' entweder aus dem richtigen Ausdrucke $\sin \frac{1}{2} \varphi' \cos (\varepsilon - \frac{1}{2} \varphi') = n \sin \alpha \cos (\beta - \alpha)$ oder aus dem genäherten $\varphi' \cos (\varepsilon - \frac{1}{2} \varphi') = 2 n \alpha \cos (\beta - \alpha)$ berechnen.

Die Glasprismen.

§. 32. In neuerer Zeit sind an verschiedenen Messinstrumenten statt ebener Spiegel Glasprismen angebracht worden, weil dieselben nicht bloss lichtstärkere Bilder, sondern auch vermöge ihrer Gestalt mannichfaltigere Richtungen der Absehlinien geben als die Spiegel. Die Anwendung dieser Prismen zu optischen und geometrischen Instrumenten gründet sich vorzugsweise auf den besondern Fall der Zurückwerfung des Lichts, welcher die Totalreflexion heisst und worüber zum besseren Verständniss des Folgenden hier eine kurze Erläuterung folgt.

Haben die Grössen ε, β, n dieselbe Bedeutung wie in dem vorigen Paragraph, so ist bekanntlich durch die Gleichung $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ ein Theil

von A. Oertling und A. Martins im 22. und 24. Jahrgange der »Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleisses in Preussen« beschrieben.

des Brechungsgesetzes ausgedrückt, während der andere Theil die Bestimmung enthält, dass der einfallende und gebrochene Strahl in einer Ebene mit dem Einfallsloth liegen. Der Brechungswinkel β erhält offenbar dann seinen grössten Werth, wenn ihn der Sinus des Einfallswinkels ε hat, und dieses ist der Fall für $\sin \varepsilon = 1$ oder $\varepsilon = 90^0$. Man findet also den grössten Werth von β aus der Gleichung $n \sin \beta = 1$.

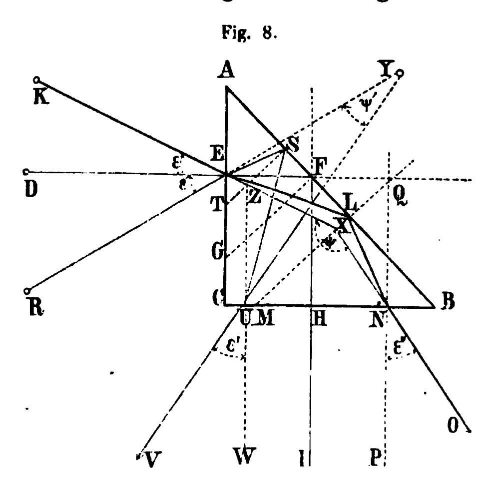
Nimmt man, wie es für Luft und Kronglas nahehin der Fall ist, das Brechungsverhältniss $n = 3:2$ an, so folgt aus der Gleichung

$$\sin \beta = \tfrac{2}{3}, \text{ der Winkel } \beta = 41^0\,48'.$$

Für Luft und Glas, dessen Brechungszahl 1,5 ist, gibt es also keinen grösseren Brechungswinkel als $41^0\,48'$. Trifft nun in einem Glase ein Lichtstrahl so auf eine Wand desselben, dass er mit dem Einfallslothe einen grösseren Winkel als $41^0\,48'$ bildet, so tritt er gar nicht mehr aus, sondern wird in das Glas gerade so zurückgeworfen, als ob er auf eine vollkommene Spiegelfläche gefallen wäre. Diese Erscheinung nennt man die **totale Reflexion des Lichts.**

§. 33. **Dreiseitige Glasprismen.** Die meiste Anwendung fand bis jetzt dasjenige senkrechte Glasprisma, dessen Grundfläche eine gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck ist, wie A B C in der beigedruckten Fig. 8.

Fig. 8.



1) Stellt D F einen in der Ebene des Querschnitts A B C liegenden Lichtstrahl vor, der in der Richtung des Loths auf A C einfällt, so dringt derselbe, weil der Einfallswinkel null ist, ungebrochen in das Prisma ein und trifft die Hypotenuse A B und das Loth G F unter einem Winkel von 45^0. Da der Winkel $D F G > 41^0\,48'$, so findet bei F eine gänzliche Zurückwerfung und demgemäss bei H ein auf B C senkrechter Austritt des Strahls D E statt. Die Richtung H I bildet mit dem Strahle D E, der das Bild des Punkts D, von welchem er ausgeht, in sich trägt, einen Winkel

$$D F I = \psi_0 = 90^0. \tag{7}$$

Der Strahl K E, welcher mit dem Lothe den Winkel ε macht und auf der Seite des Loths liegt, die einem spitzen Winkel (A) zugekehrt ist, wird nach der Richtung E L unter dem Winkel β gebrochen, der sich aus dem Brechungsgesetze $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ bestimmt, und trifft gegen das Loth in L unter einem Winkel $\gamma = 45^0 + \beta$, der grösser ist als $41^0\,48'$. Er wird folglich in L zurückgeworfen und gelangt in der Richtung L N gegen das

Loth N P, mit dem er, wie leicht einzusehen, den Winkel $LNQ = \beta'' = \gamma - 45^0 = \beta$ bildet. Da nun $\beta'' = \beta$, so muss nach dem Brechungsgesetze nothwendig auch $\varepsilon'' = \varepsilon$ sein. Der einfallende Strahl (K E) bildet demnach mit dem austretenden (N O) einen Winkel

$$KXO = \psi = 90^0 + 2\,\varepsilon. \tag{8}$$

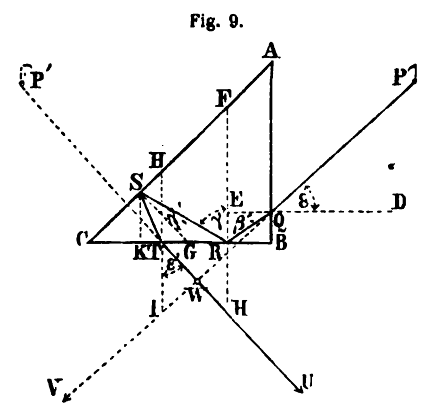
Dieser Winkel wird für $\varepsilon = 45^0$ der Summe von zwei rechten gleich, d. h. wenn ein Lichtstrahl (K E) parallel mit der Hypotenuse (A B) auf eine Kathete (A C) fällt, so tritt er auch parallel mit seiner anfänglichen Richtung an der anderen Kathete (B C) aus.

2) Verfolgen wir den Strahl R E, der unter dem Winkel ε' auf der Seite des Loths einfällt, die sich dem rechten Winkel des Prismas zuwendet, so geht dieser unter dem Winkel β' von E nach S und bildet mit dem Lothe S T den Winkel $EST = \gamma' = 45^0 - \beta'$, welcher nur so lange grösser ist als $41^0\,48'$, als β' nicht mehr als $3^0\,12'$ beträgt. So lange wird auch alles in der Richtung E S auf A B treffende Licht nach S U zurückgeworfen. Wird aber $\beta' > 3^0\,12'$ und folglich $\gamma' < 41^0\,48'$, so geht der grössere Theil des in der Richtung E S ankommenden Lichts bei S durch das Prisma und nur ein kleiner Theil schlägt die Richtung S U ein. Diese Richtung bildet in U mit dem Lothe den Winkel $SUZ = \beta''' = 45^0 - \gamma' = \beta'$; es muss folglich auch der Winkel ε''', unter welchem der Strahl S U austritt, nach dem Brechungsgesetze $= \varepsilon'$ sein. Die Figur ergibt nun sofort, dass der einfallende Strahl R E mit dem austretenden U V einen Winkel

$$RYV = \psi' = 90^0 - 2\,\varepsilon' \tag{9}$$

bildet. Für $\varepsilon' = 45^0$ wird $\psi' = o$, d. h. wenn ein Lichtstrahl so auf eine Kathete fällt, dass er mit der Hypotenuse einen rechten Winkel bildet, so tritt er aus der anderen Kathete parallel mit seiner ursprünglichen Richtung wieder aus.

Fig. 9.



Die durch die Gleichungen 7 bis 9 ausgedrückten Ergebnisse der Analyse des Wegs, den das Licht in dem vorausgesetzten Prisma macht, lassen sich in dem folgenden Satze zusammenfassen: Alle auf eine Kathetenfläche eines gleichschenklig-rechtwinkligen Prismas fallenden Lichtstrahlen, welche zweimal gebrochen und im Innern e i n m a l zurückgeworfen werden, treten auf der anderen Kathetenfläche so aus, als ob sie gar nicht gebrochen, sondern nur von der Hypotenusenfläche einfach zurückgeworfen worden wären.

3) Untersuchen wir nunmehr den Gang des Lichts, welches in einem Prisma der angegebenen Art zweimal gebrochen und z w e i m a l zurückgeworfen wird. Es sei A B C in Fig. 9 der senkrechte Querschnitt dieses

Prismas und P Q ein vom Punkte P kommender Lichtstrahl, welcher in der Ebene des Schnitts A B C liegt und an einer Stelle Q der Kathete A B auffällt, welche ihn nicht auf die Hypotenuse, sondern auf die zweite Kathete B C leitet. Der Strahl P Q geht unter dem Winkel β, der sich aus $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ ergibt, in der Richtung Q R gegen B C und macht mit dem Lothe R F einen Winkel $\gamma = 90^0 - \beta$, welcher, da β nie grösser werden kann als $41^0\ 48'$, jederzeit grösser ist als der eben angegebene Werth. Es muss folglich in R eine Totalreflexion stattfinden und der Strahl in der Richtung R S nach der Hypotenuse A C gehen, wo er das Loth S G unter dem Winkel $\gamma' = 45^0 - \beta$ trifft. So lange nun $\beta < 3^0\ 12'$ ist, wird das mit R S parallele Licht ganz zurückgeworfen, ausserdem aber tritt der grössere Theil bei S aus, der kleinere geht von S nach T zurück und bildet mit dem Lothe in T einen Winkel S T H $= \beta' = 45^0 - \gamma' = \beta$. Da $\beta' = \beta$ ist, so muss nach dem Brechungsgesetze der Austrittswinkel ε' nothwendig auch $= \varepsilon$ sein. Man wird nun in der Richtung U T des austretenden Strahls das Bild P' von P erblicken, und man entnimmt sofort aus der Figur, dass der Winkel

$$\text{U W V} = \omega = 90^0 + \varepsilon - \varepsilon' = 90^0 \qquad (10)$$

ist und von dem Einfallswinkel ε gar nicht abhängt, der von 0 bis 90^0 jeden beliebigen Werth haben kann, aber nicht negativ werden darf, weil sonst der durch Gleichung (9) bezeichnete Fall einträte, welcher $\omega = \psi = 90^0 - \varepsilon'$ liefern würde. Das in Gleichung (10) enthaltene Ergebniss lässt sich so ausdrücken: Alle auf eine Kathetenfläche eines gleichschenklig-rechtwinkligen Prismas fallenden Lichtstrahlen, welche zweimal gebrochen und zweimal zurückgeworfen werden, bilden nach ihrem Austritte aus der zweiten Kathetenfläche mit ihrer anfänglichen Richtung einen rechten Winkel.[1]

4) Die Untersuchungen 1 bis 3 lassen sich allgemeiner führen, wenn A B C kein rechtwinkliges, sondern ein beliebiges Dreieck ist. In diesem Falle erhält man bei einmaliger innerer Reflexion des Lichts den Winkel

$$\psi = \text{K X O} = 180^0 - C + (\varepsilon + \varepsilon'') \text{ und } \beta'' = \beta + (A - B),$$

woraus für $A = B$ folgt: $\beta'' = \beta$, $\varepsilon'' = \varepsilon$, $\psi = 180^0 - C + 2\,\varepsilon = 2\,(A + \varepsilon)$; und wenn $A = B = 45^0$ und folglich $C = 90^0$ ist, so wird $\psi = 90^0 + 2\,\varepsilon$, wie oben. Weiter findet man den Winkel

$$\psi' = \text{R Y V} = 180^0 - C - (\varepsilon' + \varepsilon_1) \text{ und } \beta_1 = \beta' - (A - B),$$

woraus sich für $A = B$ ergibt: $\beta_1 = \beta'$, $\varepsilon_1 = \varepsilon'$, $\psi' = 180^0 - C - 2\varepsilon' = 2\,(A - \varepsilon')$; und wenn $A = B = 45^0$ und $C = 90^0$ ist, so wird $\psi' = 90^0 - 2\,\varepsilon'$, wie in Nr. 1.

Aus dieser Entwicklung entnimmt man leicht, dass jedes dreiseitige Prisma, in welchem das Licht nur einmal reflectirt und zweimal gebrochen

[1] Auf diese Eigenschaft des dreiseitigen rechtwinklig-gleichschenkligen Prismas machte der Verfasser zuerst in seiner Abhandlung über das Prismenkreuz (München 1851), welches sich theilweise hierauf gründet, aufmerksam. (Vergl. Poggendorfs Annalen der Physik und Chemie, Bd. 93. S. 124.) Diese Eigenschaft ist nur ein besonderer Fall der allgemeineren, welche in Nr. 4 dargestellt ist.

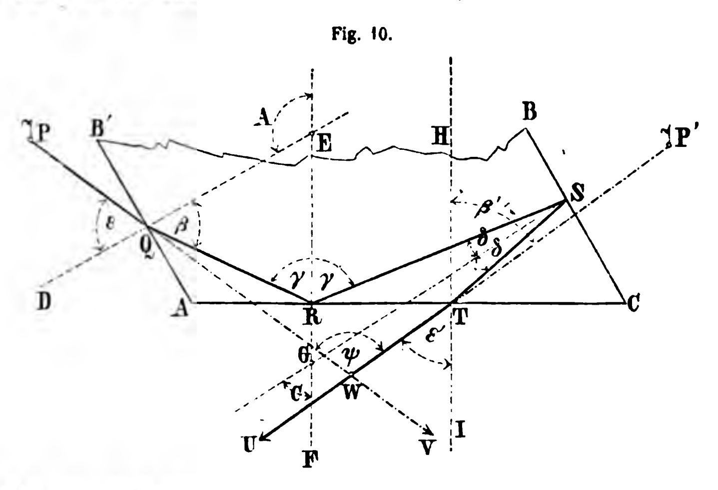
wird, wie in Fig. 8, als ein Spiegel angesehen werden kann, dessen Ebene auf der Halbirungslinie entweder des Winkels ψ oder des Winkels ψ' senkrecht steht.

Bei zweimaliger innerer Reflexion des Lichts in einem ungleichseitigen Prisma, das jetzt die Fig. 9 vorstellen soll, findet man auf die oben angedeutete Weise leicht den Winkel

$$\psi = \mathrm{P\,W\,P'} = \mathrm{B} + \varepsilon' - \varepsilon \text{ und } \beta' = \beta + 2\,\mathrm{C} - \mathrm{B},$$

woraus für $2\,\mathrm{C} = \mathrm{B}$ oder $\mathrm{C} = \frac{1}{2}\,\mathrm{B}$ folgt: $\beta' = \beta$, $\varepsilon' = \varepsilon$ und $\psi = \mathrm{B}$. Es lässt sich folglich mit einem Prisma, dessen einer Winkel C halb so gross ist als ein anderer B, jederzeit die Grösse des Winkels B auf dem Felde abstecken, und hievon kann ein zweckmässiger Gebrauch beim Distanzmessen gemacht werden. · Aus den vorstehenden Gleichungen folgt ferner für $\mathrm{B} = 90^0$ und $\mathrm{C} = 45^0$ der Winkel $\psi = 90^0$. [1]

Fig. 10.



Geht der dreiseitige Querschnitt A B C eines Glases in den eines Parallelglases B C A B' (Fig. 10) über, so finden die Gleichungen statt:

$$\psi = \mathrm{A} + \varepsilon' - \varepsilon \text{ und } \beta' = \beta + 2\,\mathrm{C} - \mathrm{A}.$$

Wird nun $2\,\mathrm{C} - \mathrm{A} = 0$ und $\mathrm{A} + \mathrm{C} = 180^0$, so ist $\mathrm{C} = 60^0$ und $\mathrm{A} = \psi = 120^0$. Mit Hilfe solcher Parallelgläser können folglich Winkel von 60^0 und 120^0 abgesteckt werden.

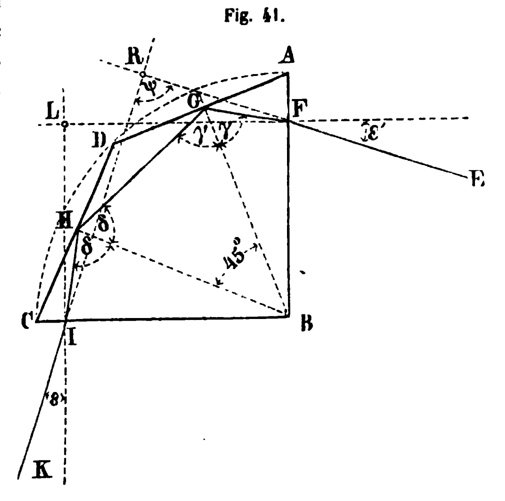
§. 34. **Vierseitige Glasprismen.** Von den vierseitigen Glasprismen lässt sich das Wollaston'sche zu Messinstrumenten anwenden, dessen Querschnitt A B C D der vierte Theil eines durch zwei senkrechte Durchmesser getheilten regelmässigen Achtecks ist und der sich ergibt, wenn man über dem rechten Winkel B einen Kreisbogen A D C beschreibt, denselben halbirt

[1] Nur diesen besondern Fall hat der Verfasser im Jahre 1851 bekannt gemacht, obgleich er schon die allgemeinen Ausdrücke für ψ und β' gefunden hatte: es schien ihm damals nur der besondere Fall von practischer Bedeutung zu sein, später zeigte sich jedoch, dass auch der allgemeine Fall eine Anwendung (auf das Distanzmessen) zulässt, wovon weiter unten die Rede ist.

und die Sehnen A D, C D zieht. In diesem Viereck ist Winkel C D A = 135^0 und B A D = B C D = $67^0,5$.

1) Stellt K I einen in der Ebene des senkrechten Schnitts A B C D liegenden Lichtstrahl vor, welcher gegen das Loth in I unter dem Winkel ε einfällt, so wird er nach I H gebrochen, wobei L I H = β = dem Brechungswinkel ist, der sich aus $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ finden lässt. Der Strahl I H bildet mit dem Lothe in H einen Winkel $\delta = 67^0,5 + \beta$ und wird folglich total reflectirt. In G angekommen, schliesst er mit dem Lothe daselbst einen Winkel $\gamma = 67^0,5 - \beta$ ein. Demzufolge wird alles in der Richtung H G ankommende Licht nach G F zurückgeworfen, so lange $\beta < 25^0\ 42'$ ist, und nur ein Theil desselben, sobald $\beta > 25^0\ 42'$ wird; der übrige Theil tritt bei G aus dem Glase. Der Strahl G F bildet mit dem Lothe in F den Winkel G F L = $\beta' = 67^0,5 - \gamma = \beta$, und tritt unter dem Winkel ε' aus, welcher, da $\beta' = \beta$, nach dem Brechungsgesetze nothwendig = ε sein muss. Die beiden Richtungen K I und F E bilden somit einen Winkel

$$K R E = \psi = 90^0 + \varepsilon - \varepsilon' = 90^0. \quad (11)$$



Es versteht sich von selbst, dass an diesem Winkel nichts geändert wird, wenn das Licht in der entgegengesetzten Richtung von E nach F, G, H geht und bei I austritt, oder wenn in dem ersten Falle ε und in dem zweiten $\varepsilon' = o$ wird. Der Winkel ψ ist demnach sowohl von der Lage als Grösse des Einfallswinkels ε oder ε' ganz unabhängig und wir können sagen:

Alle auf eine der Hauptflächen (A B, B C) eines vierseitigen Glasprismas, dessen Querschnitt der vierte Theil eines regelmässigen Achtecks ist, fallenden Lichtstrahlen treten, wenn sie eine zweimalige Brechung und Zurückwerfung erlitten haben, auf der zweiten Hauptfläche in einer Richtung aus, welche mit der anfänglichen einen rechten Winkel macht.

Dieser Satz gilt auch noch, wenn der Scheitel D des Winkels A D C nicht in dem Umfange eines regelmässigen Achtecks liegt und folglich die Winkel bei A und C ungleich sind, so lange nur deren Unterschied nicht 45^0 oder mehr beträgt, d. h. A oder C nicht 90^0 oder darüber ist.

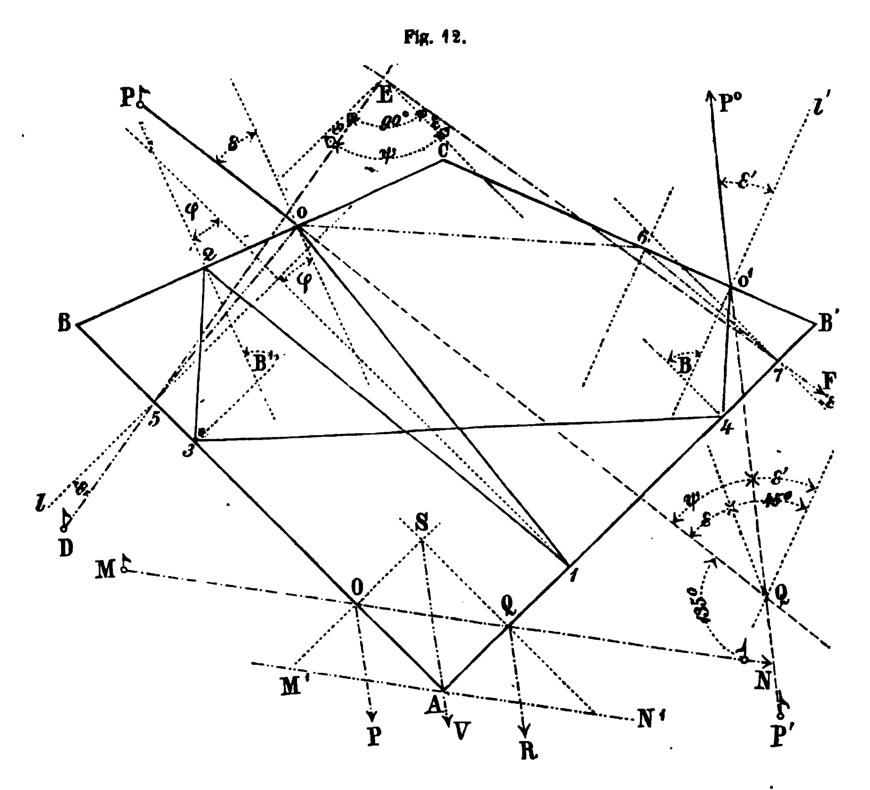
2) Mit dem Wollaston'schen Prisma lassen sich auch, wie der Verfasser im April 1868 gezeigt hat,[1] Winkel von 45^0 abstecken, wodurch es mög-

[1] 1) Sitzungsberichte der k. bayr. Akademie der Wissenschaften, 1868, Bd. I., S. 491 u. ff. und 2) Poggendorf's Annalen, Bd. 134, S. 169 u. ff.

lich wird, die Ordinaten, welche zur Aufnahme krummer Linien etc. dienen, auf dem Felde in die Abscissenaxe umzulegen und in dieser gleichzeitig mit den Abscissen zu messen.

Tritt nämlich ein Lichtstrahl P Q bei 0 (Fig. 12) so in das Prisma, dass er in einer senkrechten Querschnittsebene desselben liegt, so wird er in dieser Ebene (A B C B′) bei den Punkten 1, 2, 3, 4 entweder theilweise oder vollständig zurückgeworfen und gelangt bei 0′ in der Richtung 0′ P^0, welche mit der des einfallenden Strahls den Winkel $\psi = P\,Q\,P^0$ bildet, in das Auge, welches in der Richtung P^0 0′ Q ein Bild P′ des leuchtenden

Fig. 12.



Punkts P erblickt, das vom Gegenstande um den Winkel $P\,Q\,P' = 180^0 - \psi$ absteht. Es lässt sich leicht beweisen, dass der Winkel $P\,Q\,P^0 = 45^0$ und folglich $P\,Q\,P' = 135^0$ ist. Denn wenn

- ε den Einfallswinkel des Strahls P 0,
- ε' „ Austrittswinkel desselben (P^0 0′ l′),
- (0) „ Brechungswinkel für P 0 bei 0,
- (0′) „ zu ε' gehörigen Brechungswinkel bei 0′,
- (1) „ Reflexionswinkel bei 1,
- (2) „ gleichen Winkel bei 2 u. s. w.,

φ den Neigungswinkel von $22^1/_2{}^0$ der Seite B C gen A B',
3 φ „ Winkel $B = B' = 67^1/_2{}^0$ und folglich
4 φ „ rechten Winkel bei A

bezeichnet, so finden folgende mit der Fig. 12 leicht zu bildende Gleichungen statt:

$$\varphi = (0) + (1)$$
$$(1) + \varphi = (2)$$
$$(2) + (3) = 3\varphi$$
$$4\varphi = (3) + (4)$$
$$(4) + (0') = 3\varphi.$$

Addirt man dieselben, so folgt daraus $(0') = (0)$ und wegen des durch die Gleichungen $\sin \varepsilon' = n \sin (0')$ und $\sin \varepsilon = n \sin (0)$ ausgedrückten Brechungsgesetzes: $\varepsilon' = \varepsilon$. Weiter lehrt die Figur, dass der Winkel $\psi = 45^0 + \varepsilon - \varepsilon'$ und wegen der Gleichheit von ε und ε': $\varphi = 45^0$ und $P Q P' = 135^0$ ist, was zu beweisen war.

Da die Winkel ε und ε' in dem Ausdrucke für ψ verschwinden, so können dieselben innerhalb gewisser Grenzen eine beliebige Grösse haben, d. h. das Prisma lässt sich um seine Axe drehen, ohne dass das Bild P' seine Lage ändert. Da ferner $(0') = (0)$ und $\varepsilon' = \varepsilon$, so wird der bei 0 entstandene und durch alle Reflexionen nicht veränderte Dispersionswinkel bei 0' wieder aufgehoben, und es ist folglich das Bild P' farblos. Und da endlich die Zahl der innern Reflexionen eine gerade ist, also alle von dem Gegenstande ausgehenden Lichtstrahlen um gleiche Winkel abgelenkt werden, so hat das Bild die Stellung des Gegenstands, und es findet keine Vertauschung von rechts und links statt.

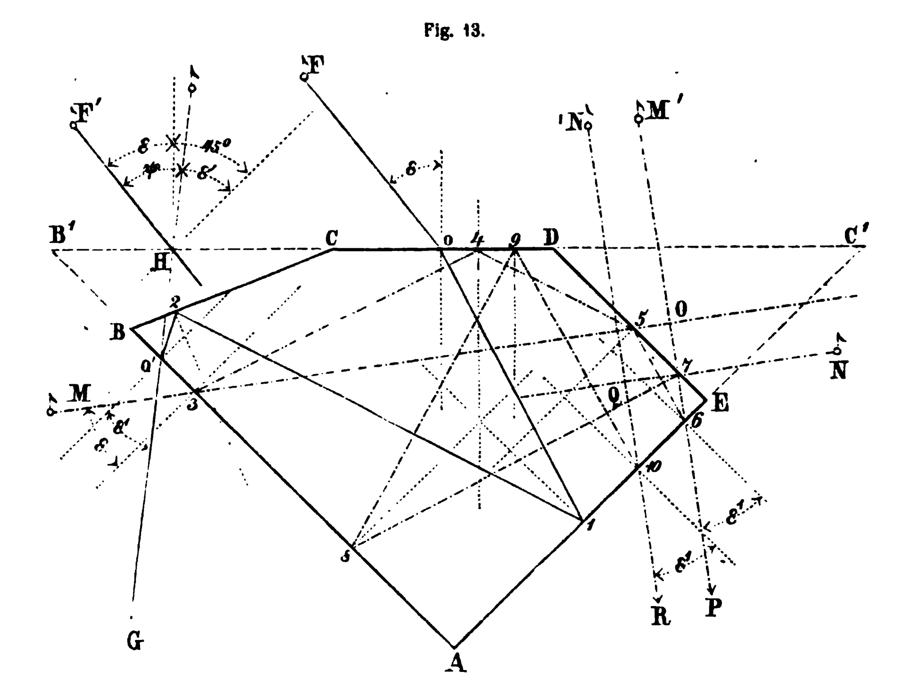
Die Helligkeit des Bilds P' würde sehr vermindert werden, wenn das bei dem Punkte 1 unter einem sehr kleinen Winkel (1) auffallende Licht grösstentheils austreten könnte. Diesem Austritte wird jedoch wirksam vorgebeugt durch die Versilberung der Kathetenflächen in der Richtung von A nach B auf etwa drei Viertel ihrer Längen A B und A B'. Polirt man überdiess diese beliebig dick zu machende Versilberung, so dass sie nach aussen und innen als Spiegel wirkt, so erwächst dadurch noch der weitere Vortheil, dass, wenn man die auf einander senkrecht stehenden Spiegel A B und A B' in die gerade Verbindungslinie zweier Punkte M und N bringt, das auf sie in den Richtungen M O und N Q treffende Licht nach O P und Q R zurückgeworfen wird, welche unter sich und mit A S parallel sind. Je näher die Treffpunkte O und Q an der Kante A liegen, desto näher rücken die Bilder von M und N einander, und sie können folglich zur Berührung gebracht werden. In dem Augenblick, wo dieses geschieht, liegt der Punkt A in der Geraden M N. Man kann also mit einem in der angegebenen Weise versilberten Wollaston'schen Prisma nicht bloss ganze und halbe rechte Winkel erzeugen (abstecken), sondern auch einen Punkt in der geraden Verbindungslinie zweier anderen Punkte angeben.

§. 35. **Fünfseitige Glasprismen.** Zu Anfang des Jahres 1868 hat der Verfasser ein fünfseitiges Spiegelprisma erfunden,[1] welches ohne jede Nebenvorrichtung constante Ablenkungswinkel von 45°, 90° und 180° gewährt, also auch zur Absteckung solcher Winkel auf dem Felde dient.

In Fig. 13 ist der senkrechte Querschnitt A B C D E gezeichnet, und es geht derselbe aus einem gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecke A B' C' leicht dadurch hervor, dass man bei C' das rechtwinklige Dreieck D E C' und bei B' das Dreieck B B' C abschneidet. Die Winkel des übrig bleibenden Fünfecks sind: $A = E = 90^0$, $B = 67\frac{1}{2}^0$, $C = 157\frac{1}{2}^0$, $D = 135^0$.

Fassen wir zuerst den Strahl M 3 ins Auge, so macht derselbe den

Fig. 13.



Weg M 3 4 5 6 P, indem er bei 4 und 5 zweimal zurückgeworfen wird und bei 6 in der Richtung 6 P austritt. Das Bild M' liegt in einer Senkrechten auf M 3 O; denn es ist, wenn

ε den Einfallswinkel des Strahls M 3,
(3) „ Brechungswinkel dieses Strahls,
(4) „ Reflexionswinkel bei dem Punkte 4,
(5) „ Reflexionswinkel bei dem Punkte 5,

[1] Beschrieben in den Sitzungsberichten der k. bayr. Akademie der Wissenschaften, 1868, Bd. I, S. 495 u. ff. und in Poggendorfs Annalen, Bd. 134, S. 172 u. ff.

(6) den Brechungswinkel des Strahls P 6,
ε' „ Austrittswinkel dieses Strahls und
ψ „ Ablenkungswinkel M O P des Strahls M 3 4 5 6 P

bezeichnet, nach der Figur:

$$(3) = (4) - (5)$$
$$(4) + (5) = 135^0$$
$$90^0 = (5) + (6)$$

folglich, wenn man diese Gleichungen addirt: (3) = (6) und wegen der durch das Brechungsgesetz gegebenen Beziehungen: $\sin \varepsilon' = n \sin (6)$ und $\sin \varepsilon = n \sin (\varepsilon)$ der Austrittswinkel des einfallenden Strahls $\varepsilon' = \varepsilon$. Mit dieser Gleichheit geht der Ausdruck für den Ablenkungswinkel M O P, nämlich $\psi = 90^0 + \varepsilon - \varepsilon'$ über in $\psi = 90^0$.

In gleicher Weise wird der Beweis geführt, dass der bei 7 einfallende Strahl N 7, nachdem er bei 8 und 9 reflectirt wurde, bei 10 in der Richtung 10 R austritt, welche auf N 7 Q senkrecht ist. Man sieht also in R das Bild N' des Punkts N. Sind die beiden Strahlen M 3, N 7 parallel, wie es der Fall ist, wenn M, N Punkte einer durch die Prismenaxe gehenden Geraden sind, so müssen auch die Richtungen der austretenden Strahlen 6 P, 10 R parallel und senkrecht auf M N sein: ein bei R P befindliches Auge sieht also beide Bilder M', N' dicht neben einander. Umgekehrt steht die Prismenaxe in der Geraden M N, wenn eine Berührung oder Deckung der Bilder M', N' stattfindet, und es ist diese Axe der Fusspunkt einer Senkrechten, welche von dem Punkte M', N' auf die Gerade M N gefällt wurde.

Der Hauptvorzug des fünfseitigen Spiegelprismas gegenüber der nach §. 34, Nr. 2 versilberten vierseitigen Camera lucida besteht darin, dass die Richtungen nach den Bildern M' N' stets senkrecht auf M N stehen, wenn auch das Prisma um seine Axe nach rechts oder links etwas gedreht wird, während diese Richtungen bei dem vierseitigen Prisma zwar parallel bleiben, aber jede Drehung desselben mitmachen.

Dass der bei 0 in der Richtung F 0 eintretende Strahl, nachdem er bei 1 und 2 reflectirt worden, unter einem Winkel $\psi = F' H \delta = 45^0$ austritt, folgt einfach aus den leicht zu bildenden Gleichungen:

$$(0) + (1) = 45^0$$
$$(2) = (1) + 22^1/_2{}^0$$
$$67^1/_2{}^0 = (2) + (0')$$

welche sofort durch Addition (0') = (0) ferner, wegen der durch das Brechungsgesetz gegebenen Relation, $\varepsilon' = \varepsilon$ und, wegen der geometrischen Beziehung $\psi = 45^0 + \varepsilon - \varepsilon'$, den Winkel $\psi = 45^0$ liefern.

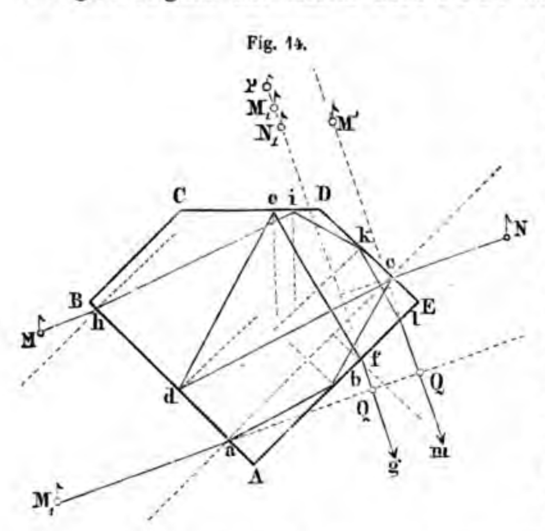
Will man auf die Möglichkeit, Winkel von 45^0 abzustecken, verzichten, so kann das Prisma A B C D E nach Fig. 14 symmetrisch gestaltet werden, indem man den Winkel $B = E = 90^0$ macht. Das Spiegelprisma hat alsdann drei rechte Winkel (A, B, E) und zwei von je 135^0 (C, D). Uebrigens

lässt sich auch bei der unsymmetrischen Form des senkrechten Querschnitts (Fig. 13) die ein etwas helleres Bild nach sich ziehende linkseitige Fläche A B dem rechtseitigen Gegenstande N zuwenden, wenn man das Prisma umkehrt.

Die Bilder M' und N' der vorigen Figur kann man zwar zur Berührung, aber nicht zur vollständigen Deckung bringen, weil die parallelen Strahlen 5, 6 und 9, 10, welche diese Bilder erzeugen, von zwei verschiedenen Ebenen (E D und C D) reflectirt werden müssen.

Wenn jedoch ein Lichtstrahl von M_1 aus parallel zu M h oder N c (Fig. 14) in der Richtung M_1 a in das Prisma tritt, so vereinigt er sich schon bei dem Punkte c mit dem von N kommenden in gleicher Richtung und geht folglich mit diesem nach c d e f weiter, bis beide bei f in der Richtung f g austreten und in deren Verlängerung zwei sich deckende Bilder M_1 und N_1 erzeugen. Denn da die Strahlen M a und N c ebenso wie die Lothe bei a und c unter sich parallel sind, so sind auch die gebrochenen Strahlen a b und c d mit einander parallel, und es ist klar, dass es bei der Veränderlichkeit des Eintrittspunkts a stets eine Reflexionsstelle b geben muss, welche das Licht unter dem Brechungswinkel b a c von b nach c wirft: es geht also, wie behauptet, der in c reflectirte Strahl b c mit dem daselbst gebrochenen c d in gleicher Richtung weiter, bis beide bei f in einer Richtung austreten, welche auf M h und N c senkrecht steht. (Sitzungsberichte der k. bayr. Akad. d. Wiss. 1869, Bd. I, S. 159 u. ff.)

Fig. 14.



B. Mittel zur Herstellung loth- und wagrechter Richtungen.

Die Senkel oder Lothe.

Der einfache Senkel.

§. 36. Jeder an einem Ende mit einem Gewichte beschwerte und am anderen Ende frei gehaltene Faden stellt einen Senkel dar und gibt bei ruhiger Luft eine lothrechte Richtung an. In dieser einfachen Gestalt

benützt man den Senkel zur lothrechten Aufstellung von Latten und Stangen, oder um einen Punkt, an den man den Senkelfaden anlegen kann, auf eine unter ihm liegende Ebene zu projiciren. Für gewöhnliche Zwecke genügt es, den schweren Kegel oder birnförmigen Körper an einer dünnen seidenen Schnur aufzuhängen; zu sehr genauen Messungen aber wird erfordert, dass die Schnur durch einen feinen Silberdraht von etwa 0,1 Millimeter Dicke ersetzt und die aufs Sorgfältigste gearbeitete Birne so an diesen Draht befestigt werde, dass ihre Spitze genau in der Verlängerung des Drahts liegt.

Der Doppelsenkel.

§. 37. Dieser Senkel (Fig. 15) dient im Allgemeinen dazu, zwei durch kein Hinderniss getrennte Punkte in eine lothrechte Richtung zu bringen, wie z. B. eine bestimmte Stelle eines Messinstruments und einen auf dem Felde bezeichneten Punkt. Er unterscheidet sich von dem einfachen Senkel nur dadurch, dass er leicht aufgehängt und nach Belieben verlängert oder verkürzt werden kann. Zu dem Zwecke befindet sich die metallene Birne (b) an dem einen Ende einer seidenen Schnur, welche durch einen mit der Birne gleich schweren Messingcylinder (c) und einen zum Aufhängen dienenden Ring (a) geht, während das andere Ende dieser Schnur in dem genannten Cylinder festgehalten wird. Sein Gebrauch versteht sich von selbst.

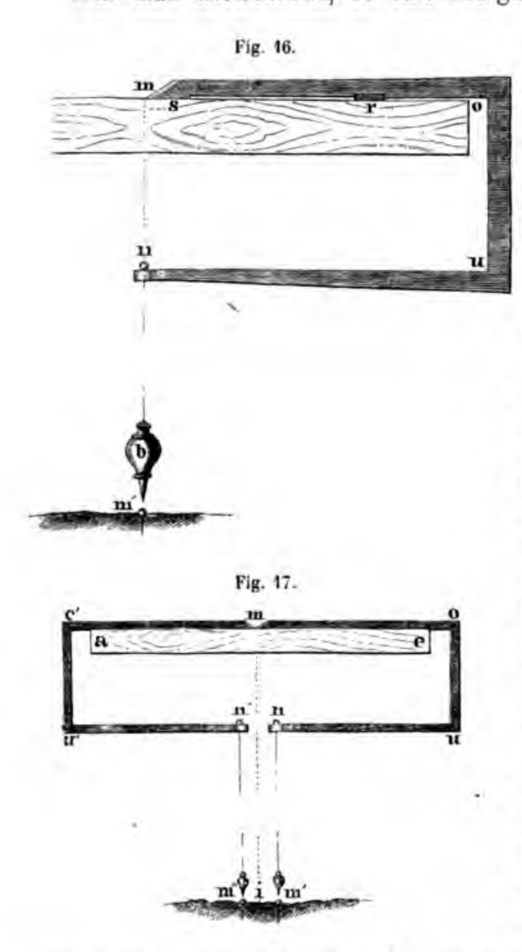
Fig. 15.

Die Lothgabel.

§. 38. Befindet sich zwischen den zwei Punkten, welche in eine lothrechte Richtung gebracht werden sollen, irgend ein Hinderniss, das die Anwendung des einfachen oder doppelten Senkels unmöglich macht, wie dieses z. B. der Fall ist, wenn der eine Punkt (m) auf einem Zeichenbrette gegeben ist, oder gesucht wird: so kann man sich der Lothgabel (Fig. 16) bedienen, welche nichts anderes als ein an einem gabelförmigen Träger angebrachter einfacher oder doppelter Senkel ist. Die Gabel kann von Metall oder Holz sein und die nebengezeichnete oder eine andere Form haben: immer kommt es nur darauf an, dass ihr oberer Schenkel eben aufgelegt werden kann und eine feine Spitze (m) hat, während der untere Schenkel gerade so lang ist, dass bei wagrechter Lage des oberen und angespannter Schnur deren lothrechte Richtung durch die Spitze (m) geht. Es ist klar, dass, wenn die Spitze der Lothgabel an den gegebenen Punkt m gebracht und so gehalten wird, dass der obere Schenkel m o wagrecht ist, die Birne b die Projection oder das Bild m' des Punkts

m anzeigt, und umgekehrt, dass, wenn die Birne erst über einen auf dem Felde gegebenen Punkt m' gebracht und die Lothgabel wie vorhin gehalten wird, die Spitze den Punkt m' in m projicirt (abbildet).

Will man untersuchen, ob eine Lothgabel richtig ist, so stelle man auf später anzugebende Weise ein ebenes Brett wagrecht und senkele einen auf demselben angenommenen beliebigen Punkt m auf das Feld. Es sei m' dessen Bild. Hierauf bringe man, wie Fig. 17 zeigt, die Lothgabel in eine der vorigen entgegengesetzte Lage, ihre Spitze aber wieder genau an m, so erhält man ein zweites Bild (m'') dieses Punkts. Ist die Lothgabel richtig, so müssen nothwendig beide Bilder zusammenfallen; hat sie aber einen Fehler, so wird dieser, wie man leicht einsieht, durch den Abstand der Bilder m' und m'' seiner Grösse und Lage nach angezeigt. In dem hier gezeichneten Falle ist der obere Schenkel zu lang; läge aber m' in m'' und umgekehrt, so wäre er zu kurz. Er müsste also in dem ersten Falle um $\frac{1}{2}$ (m' m'') verkürzt, in dem zweiten aber um eben so viel verlängert werden. Da aus leicht begreiflichen Gründen für diese Verbesserungen an der Gabel keine Vorrichtungen angebracht sind, so müssten allenfallsige Abänderungen, wenn sie nöthig werden sollten, von dem Mechaniker selbst vorgenommen werden.



Die Libellen oder Wasserwagen.

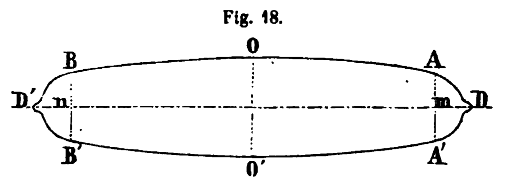
§. 39. Die Libellen sind die empfindlichsten und desshalb wichtigsten Vorrichtungen zur Herstellung wag- und lothrechter Linien und Ebenen.

Ausserdem dienen sie zur Messung geringer Abweichungen der zu ihnen parallel oder senkrecht gestellten Richtungen von der wag- oder lothrechten Lage. Sie bestehen der Hauptsache nach aus einem in Messing gefassten verschlossenen Glasgefässe, welches mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten, einer tropfbaren und einer luftförmigen, angefüllt ist, von denen die letztere als die specifisch leichtere auf der ersteren schwimmt und als Luftblase erscheint. Das Glasgefäss ist entweder wie eine Röhre oder eine runde Dose geformt, und man unterscheidet desshalb Röhren- und Dosenlibellen. Die letzteren sind aber nunmehr ziemlich ausser Gebrauch gekommen, und wo sie noch angewendet werden, bedürfen sie nur einer sehr geringen Empfindlichkeit. Die tropfbare Flüssigkeit in dem Gefässe bestand ehemals aus Wasser und die elastische aus atmosphärischer Luft; daher die Namen „Wasserwage" und „Luftblase." In neuerer Zeit wendet man aber bei den weniger feinen Libellen Weingeist und bei den feineren und feinsten Schwefeläther (Vitriolnaphta) zur Füllung an, und lässt die Luftblase nicht aus atmosphärischer Luft, sondern aus Dampf der eingefüllten Flüssigkeit bestehen. Dieser Dampf wird dadurch erzeugt, dass man das Gefäss bei gewöhnlicher Temperatur bis auf einen kleinen Raum mit Flüssigkeit anfüllt und hierauf in ein Sandbad von etwa 30° Wärme bringt, wodurch die Flüssigkeit in Folge der Ausdehnung bis an den Rand des Gefässes steigt. Schliesst man in diesem Augenblicke das letztere durch Zuschmelzen oder auf andere Weise luftdicht ab, so wird sich in demselben mit der Erwärmung der Flüssigkeit ein luftleerer Raum zu bilden suchen, den aber sofort Dampf von der eingeschlossenen Flüssigkeit ausfüllt. Dieser Dampf verdichtet sich, wenn die Flüssigkeit durch Erwärmung wieder ausgedehnt wird, so weit es erforderlich ist; es werden auf diese Weise gefährliche Spannungen in dem Gefässe vermieden, und hierin liegt der Vorzug einer Dampfblase vor der Blase aus atmosphärischer Luft.

Die Röhrenlibelle.

§. 40. **Ausschlag der Blase.** Stellt man sich unter A B in Fig. 18 einen sehr flachen Kreisbogen und unter D D′ eine seiner Sehne parallele Linie vor, so kann man sich die mathematische Form einer Libellenröhre durch Drehung des Bogens A B um die Axe D D′ erzeugt denken. Alle senkrechten Querschnitte der Röhre sind Kreise von verschiedenen Durchmessern, alle Längenschnitte durch die Axe aber einander und der Figur A B B′ A′ gleich. Für die nächstfolgenden mathematischen Betrachtungen wollen wir uns der Einfachheit halber den

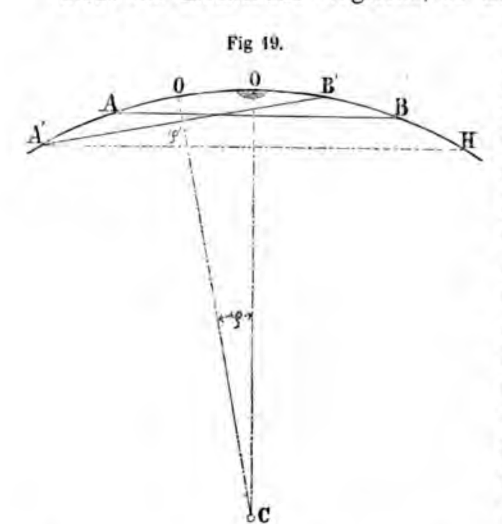
Fig. 18.



Längenschnitt der Libelle bloss aus einem Kreisbogen und seiner Sehne bestehend denken und dabei die Sehne oder eine mit ihr parallele Linie als Libellenaxe ansehen. Um die Abhängigkeit des Standes der Luftblase von der Lage der Libellenröhre zu zeigen, geht man von der physikalischen Thatsache, dass die Luftblase stets den höchsten Theil der Röhre einnimmt, und der geometrischen Wahrheit, dass der höchste Punkt eines Verticalkreises dessen Durchschnitt mit dem lothrecht aufwärts gehenden Halbmesser ist, aus und man überzeugt sich dann leicht, dass es gewisse Drehungen der Libelle gibt, bei welchen die Mitte der Luftblase ihren Ort im Raume nicht ändert, und wieder andere, bei welchen sie um einen besimmten Bogen, den man ihren **Ausschlag** nennt, von der Mitte des Röhrenbogens abweicht.

Steht die Libellenaxe wagrecht, so ist die Mitte des Röhrenbogens, weil sie am weitesten von der Axe absteht, auch der höchste Punkt der Libelle, mithin treffen die Punkte O und O′ zusammen, was man dadurch ausdrückt, dass man sagt, „die Blase spielt ein.“ Dreht man die Libelle um ihre wagrechte Axe, so wird die Luftblase stehen bleiben, weil in jedem Augenblicke ihre Mitte und der höchste Punkt der Röhre zusammenfallen; dreht man bei wagrechter Axe die Libelle um ihren lothrechten Halbmesser, so erfolgt wieder keine Ortsveränderung der Blasenmitte, weil die Punkte O und O′ nicht aus der lothrechten Drehaxe heraustreten; und dreht man endlich die Libelle um eine wagrechte Axe, welche durch den Mittelpunkt C des lothrechten Längenschnitts der Libelle geht, so gehen zwar die Punkte O und O′ um den Ausschlag O O′ auseinander, die Blase aber verlässt ihren Ort O′ nicht, während der Bogen O O′ = a den Winkel φ misst, um welchen die Libelle gedreht wurde.

Fig 19.



Denkt man sich in irgend einem beliebigen Punkte D der lothrehten Schnittebene A O′ B (Fig. 20) eine zu dieser Ebene senkrechte und folglich auch wagrechte Axe, um welche die einspielende Libelle A B gedreht wird, so ist der Vorgang dieser Drehung folgender: der wagrechte Hebelsarm D E kommt in die Lage D E′ und bildet nun mit dem Horizont einen Winkel E′ D E = φ. Zieht man in E′ eine Senkrechte auf D E′ und macht E′ C′ = E C, so ist C′ die neue Lage des Mittelpunkts C des Röhren-

bogens, und wenn man mit C' O = C O' aus C' den Bogen A' O B' beschreibt, so stellt A' B' die Libelle in ihrer neuen Lage mit dem Mittelpunkte O des Bogens vor.

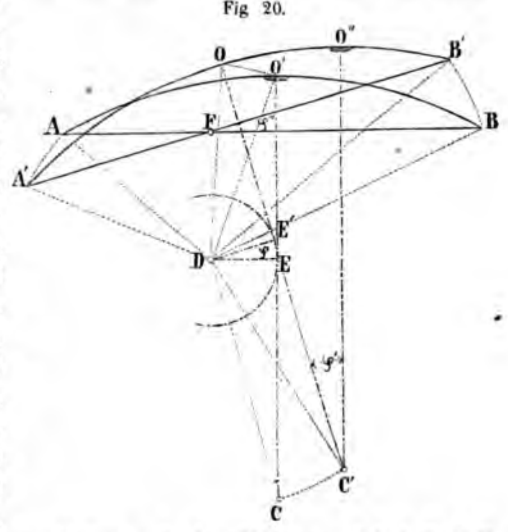


Fig. 20.

Führt man durch C' den lothrechten Halbmesser C' O", so ist dessen Schnitt O" mit dem Bogen A' B' die Mitte der Luftblase an ihrem neuen Standorte, und folglich O O" der Ausschlag a, welchen die Libelle anzeigt. Dieser Ausschlag misst offenbar den Winkel O C' O", und dieser ist = E' D E = φ, weil C' O" und C' O beziehlich auf D E und D E' senkrecht stehen. Es bildet aber auch die Libellenaxe A' B' mit dem Horizont den Winkel φ, da A B mit D E und A' B' mit D E' parallel ist, folglich misst der Bogen O O" auch den Neigungswinkel B' F B. Da nun D irgend ein beliebiger Punkt der Ebene A O' B ist, so folgt ganz allgemein der Satz:

Wenn man eine Röhrenlibelle um irgend eine zu ihrer eigenen Axe senkrecht gerichtete wagrechte Axe dreht, so ist der Ausschlag der Luftblase das Mass des Neigungswinkels der Libellenaxe gegen den Horizont.

§. 41. **Empfindlichkeit der Libelle.** Eine Libelle ist jedenfalls um so empfindlicher, je kleinere Abweichungen ihrer Axe von der wagrechten Lage sie noch anzeigt, je grösser also ihr Ausschlag im Verhältniss zum Neigungswinkel ist. Nennt man dieses Verhältniss die Empfindlichkeit der Libelle und bezeichnet durch

a den Ausschlag der Luftblase in irgend einer Längeneinheit,
r den Halbmesser des Röhrenbogens in derselben Einheit, und
φ den Neigungswinkel der Libellenaxe gegen den Horizont in Secunden,

so ist nach Gl (2) $\varrho'' \cdot a = r\,\varphi$ oder

$$\frac{a}{\varphi} = \frac{r}{206265} \tag{12}$$

d. h. die Empfindlichkeit einer Libelle wächst unter übrigens gleichen Umständen mit dem Halbmesser des Röhrenbogens.

Bei cylindrischen Röhren ist r und folglich auch die Empfindlichkeit unendlich gross; mit anderen Worten: es geht bei der geringsten Neigung der Libellenaxe die Luftblase bis an das höher gelegene Röhrenende, wie weit es auch entfernt sein mag, während bei wagrechter Lage der Axe

die Blase an jeder Stelle der Röhre stehen bleiben kann. Solche Röhren eignen sich folglich nicht zu Libellen.

Ausser dem Krümmungshalbmesser haben die Weite der Röhre, die Länge der Luftblase und die Beschaffenheit der Flüssigkeit Einfluss auf die Empfindlichkeit der Libelle und zwar insofern, als von der richtigen Beschaffenheit derselben die regelmässige Bewegung der Luftblase abhängt: je weiter nämlich die Röhre im Verhältniss zur Länge ist, desto geringer wird der Einfluss des benetzten Umfangs auf die Bewegung der Flüssigkeit; die Weite soll nicht weniger als den neunten, aber auch nicht mehr als den sechsten Theil der Röhrenlänge betragen. Wenn ferner die Libellen mit Naphta gefüllt sind, so geht die Bewegung leichter und regelmässiger von statten als bei Füllungen mit Weingeist; auf die Glätte der Röhrenwand kommt dabei wenig an. Durch die Länge der Luftblase wird endlich die Empfindlichkeit der Libelle nur dann einigermassen beeinträchtigt, wenn dieselbe mehr als ein Drittel und weniger als ein Fünftel der Röhrenlänge beträgt; lange Blasen bewegen sich unter sonst gleichen Verhältnissen schneller als kurze.

Die Grösse der Luftblase ändert sich mit der Temperatur in der Weise, dass sie bei grösserer Wärme kleiner und bei abnehmender Wärme grösser wird. Diese Aenderung hat nichts Auffallendes, wenn man bedenkt, dass der Weingeist und der Schwefeläther ein stärkeres Ausdehnungsvermögen besitzen als das Glas, in das sie gefüllt sind. Sie hindert aber auch nicht, dass die Mitte der Luftblase stets die höchste Stelle der Röhre einnehme, so lange die Temperatur der Libelle sich gleichmässig ändert. Nachtheilig wirken jedoch auf den Ausschlag der Blase örtliche Temperaturveränderungen an der Libelle, welche durch Anfassen, Anhauchen, Auffallen der Sonnenstrahlen etc. entstehen. Diese müssen daher immer sorgfältig vermieden werden.

Da bei niedriger Temperatur die Luftblase doch zu lang und bei hoher zu kurz werden kann, so hat man in neuerer Zeit in der Libellenröhre die Einrichtung getroffen, dass die Länge der Luftblase regulirt werden kann, und dieses geschieht durch eine Kammer m, n (Fig. 18), welche durch eine senkrecht zur Libellenaxe angebrachte, unten mit einer Oeffnung versehene Glaswand (AA_1, BB_1) hergestellt ist. Ist die Luftblase zu lang, so lässt man Aetherdampf in die Kammer treten, im andern Falle leitet man diesen wieder in die Röhre über.

Auf feineren Libellen findet man das Mass ihrer Empfindlichkeit durch Angabe des Ausschlags für einen bestimmten Neigungswinkel angemerkt. Aus dieser Angabe kann man sofort mit Hilfe der Gleichung (12) den Krümmungshalbmesser

$$r = 206265 \frac{a}{\varphi} \tag{13}$$

finden, indem man für a und φ die gegebenen Werthe (a in irgend einer Längeneinheit, φ aber in Secunden) setzt. So berechnet man z. B. nach

der Aufschrift: „16''' Par. = 1 Min." den Halbmesser r, wenn man in vorstehender Gleichung a = 16''' und φ = 1 Min. = 60 Secd. einstellt, gleich 55004 Par. Linien = 382 Pariser Fuss. Ganz feine Röhrenlibellen haben noch grössere Krümmungshalbmesser.

Ist dieser Halbmesser bekannt, so gibt die Gleichung (12) den zu einem bestimmten Ausschlage a gehörigen Neigungswinkel

$$\varphi = 206265 \frac{a}{r} \tag{14}$$

Wäre z. B. $r = 100^m$ und $a = 0^m,001$, so fände man $\varphi = 2,06$ Secunden.

Die feinsten Libellen an geodätischen Instrumenten haben eine Empfindlichkeit von 2 bis 4'' auf 1 Par. Linie (2,25 mm) Ausschlag, jene an grösseren Theodolithen 4 bis 6'', an gewöhnlichen Instrumenten 10 bis 30'', die Dosenlibellen für Messtische und Nivellirlatten nur 2 bis 5 Minuten.

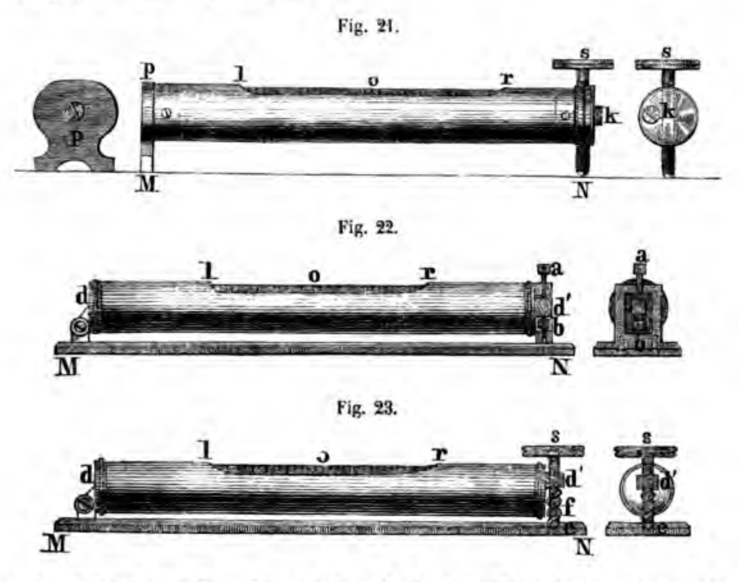
§. 42. **Libellenfassungen.** Reichenbach und Fraunhofer haben zuerst tonnenförmig ausgeschliffene Glasröhren zu Libellen angewendet und dadurch diese unentbehrlichen Hilfsmittel der Messung bedeutend vervollkommnet. Früher krümmte man, wie bei weniger feinen Libellen heute noch geschieht, cylindrische Glasröhren dadurch, dass man sie mit ihren Enden so lange über glühende Kohlen hielt, bis sie sich durch ihr eigenes Gewicht etwas bogen. Den Verschluss der Röhren nach der Füllung bewirkte man lange Zeit hindurch mit Glasplatten oder Stöpseln, die in die abgeschliffenen Enden eingepasst und mit Blase und Gummi befestigt wurden; in neuerer Zeit sind aber die meisten Mechaniker davon wieder abgegangen und zu dem Zuschmelzen der Röhrenenden zurückgekehrt, was ohne Zweifel dem erstgenannten Verschlusse vorzuziehen ist.

Jede Libellenröhre erhält auf der Seite, welche die gleichförmigste Krümmung zeigt, eine Scala mit gleichen Theilen, um danach die Luftblase einstellen oder ihren Ausschlag ablesen zu können. Diese Eintheilung hat in der Regel nur *einen* Nullpunkt in der Mitte des Röhrenbogens; manchmal aber auch *zwei*, welche dann gleichweit von der Mitte und unter einander etwas weniger abstehen als die Blase lang ist, damit deren Enden noch in die beiderseitigen Theilungen reichen. Die Grösse eines Theils der Scala ist zwar willkürlich, weicht aber gewöhnlich wenig oder gar nicht von einer Duodecimallinie ab. Die Theilstriche werden entweder in das Glas geritzt oder mit Oelfarbe fein aufgetragen; bei längeren Röhren erhalten sie eine von der Mitte ausgehende Bezifferung, welche bei kleineren wegbleiben kann.

Die fertige Röhre kommt in eine messingene Fassung, mit der sie entweder auf eine Ebene gelegt, auf eine solche oder ein cylindrisches Rohr gestellt oder an materiellen Axen aufgehängt werden kann. Je nach der Fassung unterscheidet man daher *liegende*, *stehende* und *hängende* Libellen. Die Fassungen sind nicht bloss nach der Art der Unterlage, sondern auch bei einer und derselben Unterlage nach dem Grad der Feinheit der Libelle und nach der Ansicht des Mechanikers verschieden. Wie

sie aber auch eingerichtet sein mögen, jedenfalls müssen sie, um die Bedingung zu erfüllen, dass die Libellenaxe der Axe der Unterlage parallel gestellt werden kann, Correctionsvorrichtungen enthalten.

Nachstehende Libelle (Fig. 21) dient zum Horizontalstellen von Ebenen, auf welche sie gelegt werden kann. Die Glasröhre ist von einem oben offenen Messingcylinder umgeben, welcher auf einem senkrechten Fusse (p) und einer Stellschraube (s) ruht. Durch diese Schraube kann die Röhre, indem sich die Fassung um die Unterkante (M) des Fusses dreht, gehoben und gesenkt, folglich berichtigt werden. Zur Vermeidung des todten Gangs der Schraube wird ihre zur Hälfte aufgeschlitzte Mutter mit einer Klemmschraube (k) zusammengehalten.



Auch die Libelle Fig. 22 wird auf ebenen Unterlagen gebraucht, um sie wagrecht zu stellen oder ihre geringe Neigung gegen den Horizont zu messen. Der obere offene Messingcylinder ruht auf einem ebenen Lineale (M N), mit dem er durch zwei Träger (d, d') verbunden ist, wovon der eine (d) als Stütze des Drehpunkts dient, während der andere (d') die beiden Stellschrauben a, b aufnimmt, deren Wirkungsweise sehr einfach ist. Dreht man nämlich zuerst die untere und hierauf die obere Schraube vorwärts (d. h. in die Mutter), so senkt sich der Cylinder; dreht man aber zuerst die obere und dann die untere Schraube rückwärts (also aus der Mutter), so hebt sich der Cylinder. Auf diese Weise kann die Libellenaxe mit der ebenen Unterlage der Fassung parallel gestellt werden. Damit diese Stellung möglichst gesichert ist, müssen die Schräubchen a und b fest an dem Ansatze d' anliegen.

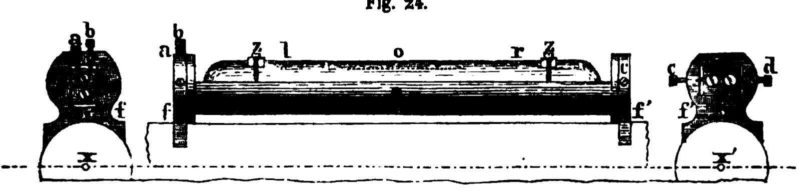
Bei der Libelle Fig. 23, welche dieselbe Bestimmung wie die vorige

hat, ist die Vorrichtung zum Parallelstellen einfacher, indem sie bloss aus einer Schraube (s) mit einer ihr gegenwirkenden und um sie gewundenen Stahlfeder (f) besteht. Die Schraube greift in das Lineal ein, während sich die Feder auf dasselbe und an den Vorsprung d' des Messingcylinders stützt. Da sich die Fassung um den Punkt d drehen kann, so wird sie durch das Vor- und Rückwärtsdrehen der Schraube gesenkt und gehoben.

Würde man bei den vorstehenden drei Libellen (Fig. 21—23) die cylindrische Fassung unten, der Stelle l o r gegenüber, genau so ausschneiden wie oben und die Röhre selbst eintheilen, so könnte man diese Libellen auch dazu benützen, zu untersuchen, ob ein ebener Körper auf seiner unteren Seite horizontal ist, indem man eine dieser Libellen anlegte und zusähe, ob die Luftblase einspielt oder nicht. Eben so würde eine auf zwei entgegengesetzten Seiten (unten und oben) getheilte Libelle, die auf einer um ihre Axe drehbaren cylindrischen Unterlage befestigt ist, durch blosses Drehen dieser Unterlage um 180° anzeigen, ob ihre Axe mit jener der Unterlage parallel ist oder nicht.

Die Libelle Fig. 24 wird auf eine cylindrische Röhre oder massive Axe

Fig. 24.



aufgesetzt und dient zur Horizontalstellung derselben oder zur Messung ihrer Abweichung von der wagrechten Lage. Die Glasröhre ruht auf untergelegten Stanniolblättchen in einem Halbcylinder (e) und wird darin durch zwei sanft angedrückte Stege (z, z) festgehalten. Das Lager der Röhre steht durch zwei Ansätze (p, p') mit eben so vielen senkrecht gestellten und unten cylindrisch ausgeschliffenen Füssen (f, f') in Verbindung und kann durch vier Schräubchen (a, b und c, d) gegen die Axe der Unterlage verstellt, d. h. auf und ab oder nach rechts und links geschoben werden.

Da nämlich c und d auf den Ansatz p' drücken, so erfolgt, wenn c rück- und d vorwärts gedreht wird, eine Bewegung der Libellenaxe von d nach c; und es tritt die entgegengesetzte Bewegung ein, wenn d rück- und c vorwärts geschraubt wird. Von den Schräubchen a und b greift das erstere in den Ansatz p ein, während das andere nur auf ihn drückt. Dreht man nun a zurück und b um gleichviel vor, so senkt sich die Libellenaxe bei f so weit als a zurückging; und dreht man erst b zurück und hierauf a vor, so hebt sich die Axe bei f um die rückgängige Bewegung von b. Man sieht hieraus leicht, dass man von den vier Stellschräubchen immer je zwei mit einander und in der rechten Folge behandeln muss, wenn sie die beabsichtigte Wirkung geben und nicht beschädigt werden sollen.

In Fig. 25 ist eine stehende Libelle, wie sie an den Ertel'schen Theodolithen (vergl. dessen Repetitionstheodolith, Abschnitt III.) über der stählernen Drehaxe des Fernrohrs angebracht wird. Die grosse Höhe der Füsse erklärt sich daraus, dass auf dem Fernrohre selbst eine Libelle ruht, über welche die der Drehaxe weggehen muss. Der Mechanismus der Fassung und der Correction stimmt mit dem der vorhergehenden Libelle (Fig. 24) im Wesentlichen überein, und es besteht dieser gegenüber nur der allen feinen Libellen eigenthümliche Unterschied, dass der Cylinder e, wenn die

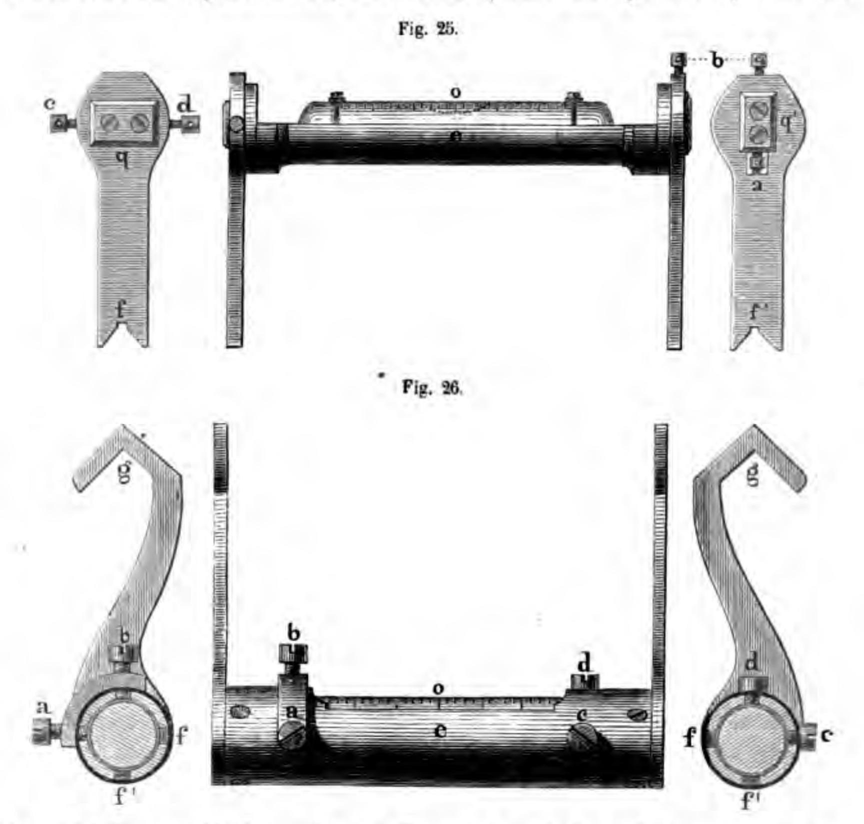


Fig. 25.

Fig. 26.

Axe richtig gestellt ist, mit den Füssen f und f' noch fester verbunden werden kann, als es durch die vier Stellschräubchen allein möglich ist. Es steht nämlich jeder der Ansätze p und p' mit einem Plättchen q in Verbindung, das durch zwei Klemmschrauben, welche auch auf p und p' angedeutet sind, gegen die Aussenfläche der Füsse gedrückt werden kann, um jede zufällige Bewegung des Lagers e zu verhüten. Wenn diese Plättchen angebracht sind, müssen selbstverständlich die Klemmschrauben gelüftet werden, ehe man die Stellschrauben dreht.

Weiter folgt hier noch in Fig. 26 die Zeichnung einer hängenden Röhren-

libelle (Hänglibelle), wie man dergleichen an älteren, namentlich Reichenbach'schen Theodolithen häufig findet. Die Fassung e ruht mit den rechtwinkligen Haken g, g auf der genau cylindrisch bearbeiteten Drehaxe des Fernrohrs, und es wird die in ihr steckende Libellenröhre an jedem Ende durch je zwei Stellschräubchen (a, b und c, d), denen je zwei Taster an einem Paare von Stahlfedern (f, f') entgegenwirken, festgehalten. Eine Veränderung der Libellenaxe in horizontalem und verticalem Sinne ist durch die genannten Schräubchen leicht zuwege zu bringen, und bedarf das anzuwendende Verfahren nach dem Vorausgegangenen wohl keiner Erläuterung mehr.

Zum Schlusse wollen wir darauf aufmerksam machen, dass in neuerer Zeit auch Röhrenlibellen mit doppelten diametral sich gegenüber liegenden Scalen angewendet werden, wie dieses insbesondere bei dem Nivellirinstrumente von Amsler-Laffon in Schaffhausen und den Kippregeln von Ott & Coradi in Kempten geschieht. Die Amsler'sche Libelle lässt sich vollständig um die Axe der cylindrischen Unterlage, die patentirte Libelle von Ott & Coradi um ihre eigene Axe drehen. Es ergeben sich dadurch Vortheile für die Berichtigung dieser Libellen und die Erhaltung ihrer cylindrischen Unterlagen, während das richtige Schleifen der Röhren allerdings sehr schwierig ist.

§. 43. **Prüfung und Berichtigung.** An einer Röhrenlibelle sind vorzugsweise zwei Eigenschaften zu untersuchen: nämlich ihre Empfindlichkeit und die Neigung ihrer Axe gegen die Unterlage, auf der sie ruht. Von diesen beiden Untersuchungen ist die erstere nur ein für allemal, die letztere aber von Zeit zu Zeit und jedesmal vor einer grösseren Messung vorzunehmen.

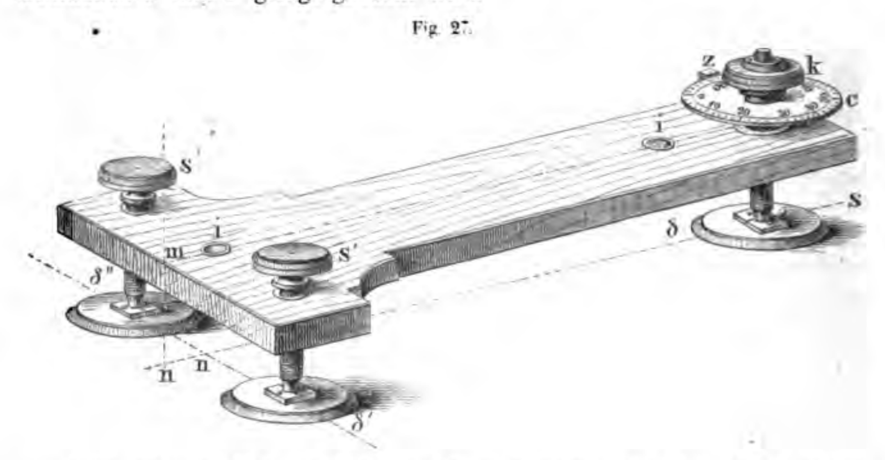
1) Die Prüfung der Empfindlichkeit einer Libelle besteht darin, dass man die Ausschläge der Luftblase für bestimmte Neigungswinkel der Axe bestimmt und untersucht, ob sich diese Ausschläge in demselben Verhältnisse ändern wie die Neigungswinkel.

Diese Prüfung erfordert eine Vorrichtung, womit man die Neigung der Libelle verändern und genau messen kann. Eine solche Vorrichtung gewährt zwar jeder Theodolith oder jedes feine Nivellirinstrument; da wir aber diese Instrumente hier noch nicht als bekannt voraussetzen können, so bedienen wir uns des einfachen Apparats, welcher ausschliesslich zur Prüfung der Libellen bestimmt ist und das Justir- oder Legebrett heisst. Die folgenden zwei Figuren stellen einen solchen Apparat vor.

Ein trapezförmiges Brett (m i) von 3^{cm} Dicke und 45^{cm} Länge wird von 3 mit beweglichen Fussplatten (δ, δ', δ'') versehenen Stellschrauben, (s, s', s') getragen und damit nach Belieben in eine wagrechte oder geneigte Lage gebracht. Die an der Spitze des Bretts befindliche Schraube (s) trägt eine am Rande in 100 gleiche Theile getheilte Kreisplatte (c), wodurch mit Hilfe eines neben ihr stehenden festen Zeigers (z) ganze und Hundertel Umdrehungen der Schraube genau gemessen und kleinere Theile als Hundertel noch geschätzt werden können. Steht das Brett auf einer festen

Unterlage, so wird es sich bei rechtseitiger Drehung der Schraube s an der schmalen Seite erheben und bei entgegengesetzter Drehung senken, indem es sich dabei um die Linie $\delta' \delta''$ dreht, welche durch die Fusspunkte der Schrauben s' und s' gelegt gedacht wird.

Fig. 27.



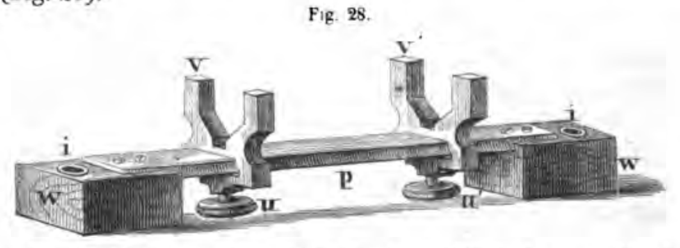
Wie viel die Neigung beträgt, hängt offenbar von der Länge e der Mittellinie n s, welche auf $\delta' \delta''$ senkrecht steht und bis an die Axe der Schraube s reicht, von der Höhe h eines Gangs dieser Schraube und von der Anzahl u der Umdrehungen ab, welche nöthig sind, um die Linie m i, die auf der Oberfläche des Bretts und in der Ebene n δ s liegt, um einen Winkel α zu bewegen. Setzt man voraus, dass die Drehungslinie $\delta' \delta''$ nahehin mit s' s' parallel und annähernd horizontal ist, so hat man genau genug e tang $\alpha =$ u h, und hieraus, da α stets ein sehr kleiner Winkel ist,

$$\alpha = 206265'' \frac{h}{e} u. \qquad (15)$$

An dem älteren Legebrette des Münchener Polytechnikums ist nach sehr genauen Versuchen das Verhältniss h : e = 0,001491 und demnach $\alpha = 307'',54$ u, an einem neuern solchen Apparate ist $\alpha = 315'',86$ u.

Um ungefasste Libellen zu prüfen, bedarf es noch eines besonderen Lagers (Fig. 28).

Fig. 28.



Dasselbe besteht aus einer 5cm breiten, 30cm langen Messingplatte (p), welche auf 2 würfelförmige Holzstücke (w, w) von gleicher Höhe

geschraubt ist, und aus 2 Gabeln (v, v'), welche sich längs der Platte p verschieben und auf ihr durch Schrauben (u, u') feststellen lassen. Diese Gabeln nehmen die Röhre und zwar so auf, dass ihre Axe nahe genug mit p parallel ist. Will man dieses Lager nicht lose auf das Brett (m i) stellen, so kann man es mit Schrauben in den Punkten (i, i) befestigen. Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, dass die Axe einer auf diese Weise mit dem Legebrette verbundenen Libelle alle Bewegungen der Linie m i theilt, und dass folglich die Gleichung (15) auch für die Libellenaxe gilt. Die Prüfung der Empfindlichkeit der Libelle besteht somit nur mehr darin, die nach dieser Gleichung bestimmten Winkel mit den auf der Röhrenscala beobachteten recht- und linkseitigen Ausschlägen zu vergleichen. Sollte sich zeigen, dass letztere sich nicht wie die Drehungswinkel ändern, so hat man, wenn es nicht schon vorher geschehen, erst die Theilung auf der Libellenröhre nachzumessen, und wenn diese gleichmässig ist, die Röhre entweder besser ausschleifen oder durch eine neue ersetzen zu lassen, vorausgesetzt, dass die Abweichungen nicht so klein sind, dass sie übersehen werden können.

2) Die Prüfung der Lage der Libellenaxe erfordert, dass man sich erst überzeugt, ob die Axen der Libelle und ihrer Unterlage in einer Ebene liegen und, wenn dieses der Fall ist, zweitens untersucht, ob beide mit einander parallel sind. Man macht diese Anforderungen desshalb, weil im Falle ihrer Erfüllung das Horizontalstellen von Linien und Ebenen am leichtesten und einfachsten geschehen kann, insofern die parallele Axe der Unterlage gleichzeitig mit der Libellenaxe horizontal wird.

Eine Libelle wird in den meisten Fällen entweder auf einer Ebene oder auf einem Cylinder stehen.[1] In dem ersten Falle ist die Axe der Unterlage deren Schnitt mit einer durch die Libellenaxe gelegten und auf der Unterlage senkrecht stehenden Ebene: es liegen folglich in diesem Falle die Axen beider immer in einer Ebene und es bedarf daher hier der ersten Prüfung nicht. In dem zweiten Falle aber wird als Axe der Unterlage die des Cylinders angesehen, auf dem die Libelle steht, oder an dem sie hängt. Soll nun die Libellenaxe mit dieser Cylinderaxe parallel werden, so muss sie vor allen Dingen mit ihr in einer Ebene liegen.

Um zu erfahren, ob diese Bedingung erfüllt ist, bedienen wir uns vorläufig, da wir noch keine andere Vorrichtung kennen, des Legebretts (Fig. 27) mit dem aufgeschraubten Lager (Fig. 28), in das wir uns einen genau gearbeiteten Cylinder gelegt denken. Auf diesen Cylinder, der in Fällen der Anwendung gewöhnlich einem Fernrohre angehört, stellen wir die nach Fig. 24 gefasste und auf den Cylinder passende Libelle. Bringt man mit der Schraube k (Fig. 27) die Libelle zum Einspielen, so ist deren Axe wagrecht, mag es die des Cylinders sein oder nicht und mögen beide in einer Ebene liegen oder nicht. Lägen beide Axen in einer Ebene, ohne parallel zu sein, so ist klar, dass die Blase nicht mehr einspielte, wenn die Libelle, wie die

[1] Andere Fälle werden bei den betreffenden Instrumenten (z. B. dem Stampfer'schen Nivellirinstrument, dem Breithaupt'schen Grubentheodolithen etc.) betrachtet.

Fig. 29 zeigt, auf dem Cylinder um einen Winkel δ zur Seite (z. B. auf die linke) gedreht würde. Die Luftblase ginge nach einer von der Neigung der Cylinderaxe abhängigen Richtung (hier von u' nach o', d. h. von hinten nach vorne) vorwärts. Drehte man hierauf die Libelle auf die entgegengesetzte Seite des Cylinders, so bewegte sich die Blase wie vorhin von u'' (hinten) nach o'' (vorne). Hieraus kann man schliessen, dass die Libellen- und Cylinderaxe in einer Ebene liegen, wenn bei entgegengesetzten Drehungen der Libelle auf dem Cylinder die Luftblase nach ein und derselben Richtung ausweicht.

Lägen aber die Libellen- und Cylinderaxe nicht in einer Ebene und stellte in Fig. 30, welche eine Verticalprojection zweier senkrechter Schnitte des Cylinders und der Libelle ist, die wagrechte Linie o u die Pro-

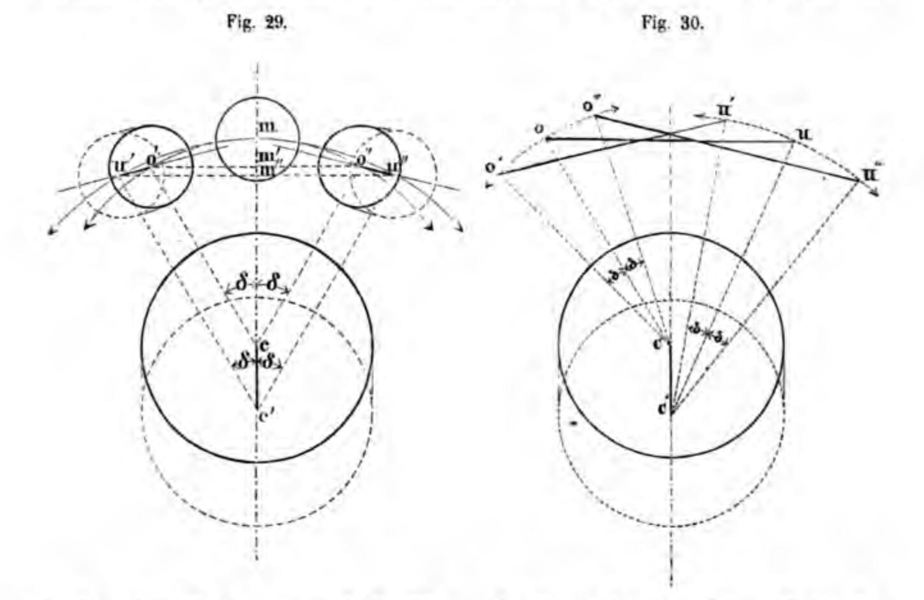


Fig. 29. Fig. 30.

jection der Libellenaxe auf die Ebene der Figur in dem Augenblicke des Einspielens vor, während die Projection der Cylinderaxe c c' ist: so würde bei einer linken Seitendrehung der Libelle um den Winkel δ die Axe o u die Lage o' u' annehmen und folglich nicht mehr wagrecht sein. Die Luftblase müsste sich in der Richtung von o' nach u' (von vorne nach hinten) bewegen. Hätte man die Libelle um den Winkel δ auf die entgegengesetzte Seite gedreht, so wäre das Ende o der Axe über das u gekommen und die Luftblase müsste von u'' nach o'', d. h. von hinten nach vorne gehen.

In diesem Vorgange besitzen wir nun ein Mittel, erstens den Fall zu erkennen, in welchem die Libellen- und Cylinderaxe nicht in einer Ebene liegen, und zweitens die gegenseitige Lage dieser Axen anzugeben. Wenn nämlich die zum Einspielen gebrachte Luftblase bei entgegengesetzten

Drehungen der Libelle auf ihrer cylindrischen Unterlage nach entgegengesetzten Enden der Libellenröhre sich bewegt, so liegen die Libellen- und Cylinderaxe nicht in einer Ebene.

Um über die gegenseitige Stellung dieser Axen klar zu werden, denke man sich vor der Fig. 30 stehend und nehme an, dass o das vordere und u das hintere Ende der Libellenaxe sei. Geht nun bei der Drehung nach rechts die Luftblase von hinten nach vorne, so liegt das vordere Ende der Libellenaxe zur Linken der Cylinderaxe, und geht bei dieser Drehung die Blase von vorne nach hinten, so findet die entgegengesetzte Lage der Libellenaxe statt. Dreht man die Libelle links und es geht die Luftblase von vorne nach hinten, so liegt das vordere Ende der Libellenaxe links von der Cylinderaxe, und bei der entgegengesetzten Bewegung der Blase das hintere Ende.

Hat man eine solche Abweichung erkannt, so wird sie mittels der Stellschräubchen c, d (Fig. 24) verbessert, indem man auf die in §. 42 angegebene Weise die Röhre gegen die Füsse so lange verrückt, bis die Luftblase, wenn sie anfänglich einspielte, bei jeder Seitendrehung der Libelle nach derselben Richtung ausweicht oder ihren Standort in der Mitte der Röhre beibehält.

Nachdem die Libellen- und Cylinderaxe in eine Ebene gebracht sind, ist es leicht zu erfahren, ob sie parallel sind und sie parallel zu machen. Man stelle die Libelle wieder auf den in Fig. 27 abgebildeten Apparat und bringe sie zum Einspielen. Ist ihre Axe mit jener der Unterlage parallel, so sind jetzt beide horizontal, und es ist klar, dass, wenn man die Libelle umsetzt (d. h. um 180^0 dreht oder den Fuss f der Libelle nach f' und f' nach f bringt, ohne an der Unterlage etwas zu ändern), die Libellenaxe wieder horizontal ist und die Luftblase einspielt. Wenn aber beide Axen nicht parallel sind, so tritt diese Erscheinung nicht ein, sondern die Luftblase weicht nach dem Umsetzen von der Mitte so weit ab, dass der Ausschlag dem doppelten Winkel entspricht, unter welchem beide Axen gegen einander geneigt sind. Denn angenommen, in Fig. 31 stelle A B die horizontal gestellte Libellenaxe und C D die Axe der Unterlage vor, und beide bilden mit einander den Winkel A F C $= \delta$, welcher sich durch die ungleichen Abstände A C und B D bestimmt: so kommt die Libellenaxe nach dem Umsetzen in die Lage A' B', welche sich ergibt, wenn man A' D $=$ A C und B' C $=$ B D macht. Es ist folglich auch der Winkel A' E D $= \delta' = \delta$. Die Libellenaxe macht nach dem Umsetzen mit dem Horizont den Winkel A' G B $= \varphi$, welcher als Aussenwinkel des Dreiecks G E F $= 2\delta$ ist, was zu beweisen war.

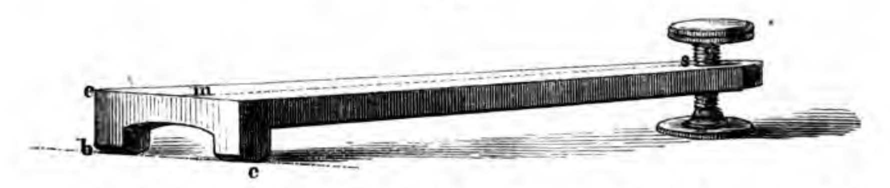
Fig. 31.

Will man nun den Fehler δ in der Lage der Axen wegschaffen, so

hat man mittels der Stellschräubchen a und b auf die in §. 42 beschriebene Art die Röhre der Libelle so lange zu heben oder zu senken, bis die Blase um die Hälfte des angezeigten Ausschlags gegen die Mitte der Scala zurückgegangen ist. Die andere Hälfte dieses Ausschlags muss an der Unterlage mittels der Schraube s verbessert werden, da diese mit dem Horizont ebenfalls einen Winkel $DEH = CFA = \delta$ bildet. Da man bei der ersten Verbesserung nicht sofort genau die Hälfte des Ausschlags an den genannten Theilen wegschaffen wird, so muss man die Libelle, nachdem sie wieder zum Einspielen gebracht ist, abermals umsetzen und den noch vorhandenen Ausschlag halb durch die Libelle und halb durch die Unterlage beseitigen. Es versteht sich von selbst, dass bei dieser Arbeit, wie überhaupt bei dem Messen, keine Spur von Staub zwischen dem Cylinder und den Füssen der Libelle sich befinden darf.

Hat man eine Libelle zu prüfen, welche auf keinen Cylinder, sondern nur auf eine Ebene aufgesetzt werden kann, so dient als Unterlage jedes ebene Brett, das sich durch Keile oder Schrauben etwas heben und senken lässt; es gibt aber auch besondere einfache Vorrichtungen für diesen Zweck, wovon eine unter dem Namen Legebrett in Fig. 27 abgebildet ist. Ein noch einfacheres Legebrett ist das folgende.

Fig. 32.



Die ebene Platte c e s, welche an dem einen Ende mit der Kante b c des senkrecht angesetzten Fusses und am anderen mit der Stellschraube s auf einer festen Unterlage ruht, kann mittels dieser Schraube beliebig gehoben und gesenkt werden; folglich ist durch diese Schraube eine Libelle, welche in der Richtung m s auf die Platte gestellt wird, zum Einspielen zu bringen. Setzt man die einspielende Libelle um, so steht die Blase entweder wieder in der Mitte oder nicht. In dem ersteren Falle ist die Libellenaxe mit der Unterlage parallel, in dem letzteren aber gibt der Ausschlag wie vorhin den doppelten Neigungswinkel der Libellenaxe gegen die Unterlage an, welcher demnach auch wie früher zur Hälfte an der Libelle und halb an der Unterlage zu verbessern ist.

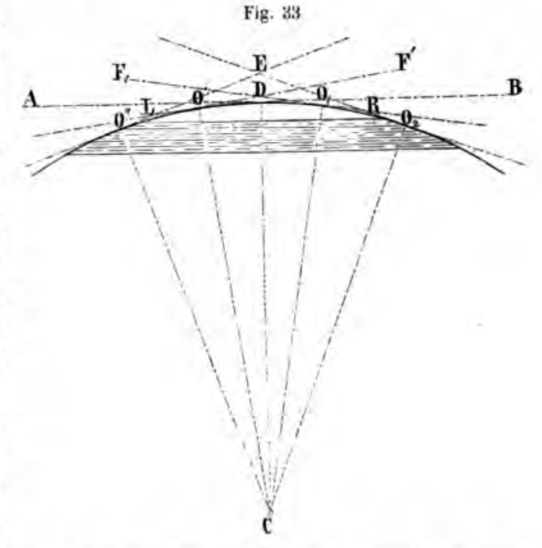
§. 44. **Gebrauch der Röhrenlibelle.** Eine Röhrenlibelle dient entweder zur Horizontalstellung von Linien und Ebenen, oder zur Messung kleiner Verticalwinkel. Diese Zwecke lassen sich leicht mit einer berichtigten, aber mit einiger Umständlichkeit auch mit einer unberichtigten erreichen. Für den Gebrauch sei hier ein für allemal bemerkt, dass die Luftblasen sehr empfindlicher Libellen nach der Veränderung ihrer Lage durch-

Schrauben stets eine oder zwei Minuten bedürfen, um wieder zur Ruhe zu kommen. Das Ablesen muss desshalb so lange verschoben werden.

1) Horizontalstellung von Linien und Ebenen. Die Linien, welche durch Röhrenlibellen horizontal gestellt werden, sind entweder Absehlinien an Fernrohren und Diopteru, oder die Axen von hölzernen und metallenen Massstäben, oder zwei sich schneidende Richtungen einer ebenen Oberfläche. Wenn man dazu eine berichtigte Libelle hat, deren Axe also mit den Absehlinien oder den untergelegten Ebenen parallel ist, so bedarf das Verfahren zur Horizontalstelluug nach dem Vorausgegangenen keiner Erläuterung mehr; wenn dagegen die Libelle unberichtigt ist, so kann folgender Betrachtung gemäss eine Linie oder Ebene horizontal gestellt werden.

Denkt man sich die Libelle auf eine wagrechte Unterlage gesetzt, so wird sie ihrer Unrichtigkeit wegen einen bestimmten Ausschlag geben. Setzt man sie auf dieser Unterlage um, so zeigt sich derselbe Ausschlag, aber auf der entgegengesetzten Seite des Nullpunkts der Scala. Wenn man nun die horizontal zu stellende Unterlage einer Libelle so lange hebt oder senkt, bis die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen gleich grosse Ausschläge gibt, so ist die Aufgabe gelöst. Und wenn man ein ebenes Brett erst nach einer Richtung und dann nach einer die erste (am besten senkrecht) schneidenden zweiten Richtung auf die eben angegebene Weise wagrecht macht, so ist es nach allen Richtungen wagrecht.

2) Messung von kleinen Neigungswinkeln. Ist die Libelle berichtigt, so gibt der Ausschlag der Luftblase sofort die Neigung der Unterlage in der Richtung der Libellenaxe an. Um jedoch den Ausschlag genau zu erfahren, muss man die Mitte der Luftblase aus den Ablesungen an ihren Enden bestimmen. Nun kann aber der Mittelpunkt D der Luftblase gegen den Nullpunkt O der Scala folgende fünf Lagen annehmen:



a) Der Punkt O fällt mit D zusammen; dann steht die Libelle horizontal und die Enden L und R der Luftblase, welche beziehlich um n und m Theilstriche von O abstehen, sind gleich weit von O entfernt. In diesem Falle ist der Neigungswinkel $\varphi = o$.

b) Der Punkt O fällt nach O' links von D, aber noch innerhalb der Blase; es liegen n Theilstriche links und m rechts, aber es ist $m > n$ und es sollen die Theilstriche links vom Nullpunkte der Scala als positive gelten. Der Neigungswinkel ist in diesem Falle $= O' C D = - \varphi'$.

c) Der Punkt O liegt links von D ausserhalb der Blase in O''; das linke Ende derselben steht um n, das rechte um m Theilstriche von O'' ab, und n wie m sind beide negativ; der Neigungswinkel ist $= O'' C D = - \varphi''$.

d) Der Punkt O kommt nach O_1 rechts von D zu stehen und ist von dem linken Ende der Blase um n, von dem rechten um m Theilstriche entfernt, wobei $n > m$ und der Neigungswinkel $O_1 C D = + \varphi_1$ ist.

e) Der Punkt O liegt rechts ausserhalb der Blase in O_2 und steht vom rechten Endpunkte der Blase um m und vom linken um n Theilstriche ab. Beide Werthe von m und n sind wie der Neigungswinkel $O_2 C D = \varphi_2$ positiv.

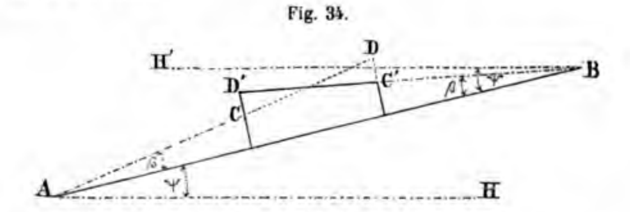
Bezeichnet man mit p den Winkel, welcher einem Theile der Scala entspricht, so lässt sich der Neigungswinkel φ in den vorstehenden fünf Fällen durch die Formel ausdrücken:

$$\varphi = \tfrac{1}{2} (m + n) p \tag{16}$$

wobei zu bemerken ist, dass m und n positiv oder negativ sind, je nachdem die Enden der Blase links oder rechts von dem Nullpunkte O der Scala liegen, und dass φ positiv oder negativ erscheint, je nachdem die Mitte der Blase links oder rechts von der Mitte der Scala sich befindet.

Mit einer unberichtigten Libelle kann man den Neigungswinkel einer Linie wie folgt finden:

Fig. 34.



Es sei A B die gegebene Linie und $B A H = \psi$ der gesuchte Neigungswinkel. Setzt man die um den Winkel $D A B = \beta$ fehlzeigende Libelle auf A B auf, so erhält man einen Ausschlag a, welcher dem Neigungswinkel der Libellenaxe $D A H = \psi + \beta = \varphi$ entspricht, und setzt man hierauf die Libelle in die Lage C' D' um, so entspricht der Ausschlag a', den man nun beobachtet, dem jetzigen Neigungswinkel der Libellenaxe $D' B H' = \psi - \beta = \varphi'$. Hat p die vorige Bedeutung, so finden folgende zwei Gleichungen statt:

$$\psi + \beta = a\,p = \varphi$$
$$\psi - \beta = a'p = \varphi'$$

aus denen durch Addition der gesuchte Winkel

$$\psi = \tfrac{1}{2} (a + a') p = \tfrac{1}{2} (\varphi + \varphi') \tag{17}$$

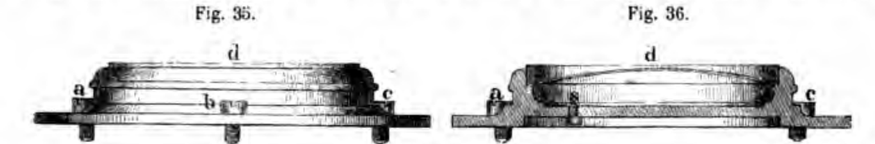
erhalten wird. Will man statt der Ausschläge a und a' oder statt der Winkel φ und φ' die Ablesungen m, n und m', n' an den Enden der Luftblase in den Ausdruck für ψ einführen, so ist nur

$$a = \tfrac{1}{2}(m + n) \text{ und } a' = \tfrac{1}{2}(m' + n') \text{ oder}$$
$$\varphi = \tfrac{1}{2}(m + n)\,p \text{ und } \varphi' = \tfrac{1}{2}(m' + n')\,p$$

zu setzen.

Die Dosenlibelle.

§. 45. **Gewöhnliche Form.** Die gemeine Dosenlibelle, wovon Fig. 35 eine geometrische Ansicht und Fig. 36 einen Durchschnitt vorstellt, besteht



aus einem cylindrischen Gehäuse von Messing, das mit einem plan- oder convexconcaven Glasdeckel geschlossen und mit Weingeist oder Schwefeläther bis auf einen kleinen als Luftblase erscheinenden Raum gefüllt ist. Der Durchmesser des Gehäuses beträgt 6 bis 12 und die Höhe desselben 2 bis 3 Centimeter. Im Boden hat es zur Füllung eine Oeffnung, welche mit einer Schraube (s) abgeschlossen werden kann. Damit weder die Flüssigkeit noch die Luft austritt, wird die Schraube, nachdem sie eingedreht ist, verklebt. Die innere Fläche des Glases ist nach einem Halbmesser von nur einigen Decimeter geschliffen, während derselbe bei Röhrenlibellen oft über hundert Meter beträgt. Auf der Oberfläche des Deckels befinden sich einige gleichweit entfernte concentrische Kreise, die ihre Mittelpunkte in der Gehäusaxe haben und zur Beurtheilung des richtigen Standes der runden Blase oder ihres Ausschlags dienen. Das Gehäuse wird in der Regel ohne Weiteres mit seinem Unterrande auf die wagrecht zu stellenden ebenen Flächen aufgesetzt; es ist aber für die Berichtigung der Libelle besser, wenn es, wie in Fig. 35, auf 3 Stellschrauben (a, b, c) ruht, welche durch einen Nebenrand desselben gehen, gleichweit von einander abstehen und durch Vor- oder Rückwärtsdrehen gestatten, die Libellenaxe, als welche wir den durch den höchsten Punkt der Innenfläche des Glasdeckels gehenden Kugelhalbmesser betrachten, gegen eine ebene Unterlage senkrecht zu stellen.

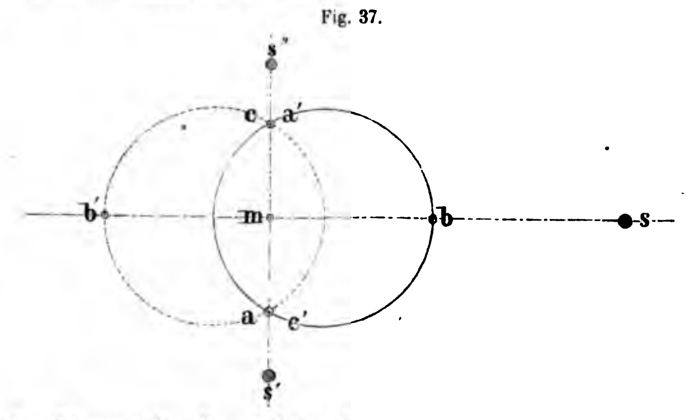
Sowie die Röhrenlibellen kann man auch die Dosenlibellen auf die Lage ihrer Axe gegen die der tragenden Fläche und auf ihre Empfindlichkeit prüfen, obwohl man in letzterer Beziehung keine grossen Ansprüche macht, da die Dosenlibellen zu feinen Arbeiten nicht benützt werden.

Um sich von dem Grade der Empfindlichkeit einer solchen Libelle zu überzeugen, stelle man dieselbe auf ein Legebrett (Fig. 27), bewege dieses auf und ab, beobachte die Ausschläge der Luftblase, welche, in der

Richtung der Bewegung entstehend, bekannten Neigungswinkeln entsprechen, und sehe endlich zu, ob diese Ausschläge und Winkel mit einander gleichmässig wachsen und abnehmen. Hat man für den Ausschlag a den Neigungswinkel φ beobachtet, so ist wie bei der Röhrenlibelle das Verhältniss von a : φ das Mass der Empfindlichkeit und es gilt, wenn die innere Fläche des Glasdeckels einer Kugel angehört, zwischen dem Ausschlage, dem Neigungswinkel und dem Krümmungshalbmesser (r) dieselbe Beziehung, welche für die Röhrenlibelle in Gleichung (12) ausgesprochen ist.

Will man bloss erfahren, ob die Axe der Dosenlibelle zu deren ebenen Unterlage senkrecht steht, so stelle man diese Libelle auf ein festes ebenes Brett, das in drei Punkten s, s', s'' (Fig. 37) nach zwei sich schneidenden Richtungen mittels Schrauben vertical bewegt werden kann, in der Art, dass zwei ihrer Fusspunkte (a, c) in die Richtung s' s'' fallen, während der dritte (b) auf m s steht. Durch die Schrauben s und s' oder s und s'' kann man bewirken, dass die Luftblase einspielt, d. h. den Mittel-

Fig. 37.



punkt des Glases oder die nächsten Kreise centrisch umgibt. Sobald dieses der Fall ist, steht die Libellenaxe lothrecht; ob sie auch zur Unterlage senkrecht steht, erfährt man durch das Umsetzen derselben, d. i. dadurch, dass man a nach a', c nach c' und b nach b' bringt. Spielt nach diesem Umsetzen die Libelle wieder ein, so ist sie richtig, ausserdem zeigt der Ausschlag der Luftblase in der Richtung b b' die doppelte Abweichung der Libellenaxe von der senkrechten Stellung gegen die Linie b b', und der Ausschlag nach s' s'' den doppelten Fehler der Axe gegen die Linie a c an.

Die Berichtigung besteht nun darin, dass man die eine Hälfte dieser Abweichungen an den Schrauben a, b und die andere Hälfte an den Schrauben s, s' verbessert. Ob diese Verbesserungen gelungen sind, zeigt sich dadurch, dass die in der Lage a' b' c' einspielende Libelle nunmehr auch in der Lage a b c einspielt. Ist noch ein Fehler vorhanden, so wird er durch Wiederholung des oben beschriebenen Verfahrens weggeschafft.

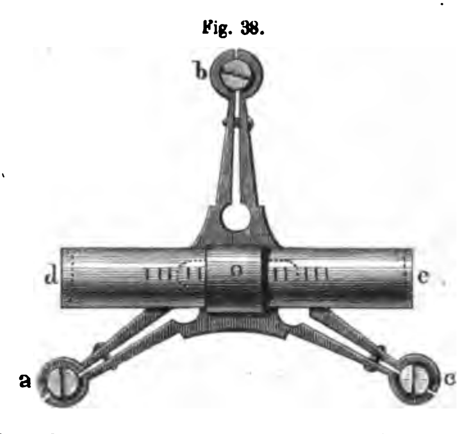
Der Gebrauch einer berichtigten Dosenlibelle zur Horizontalstellung

von Ebenen ergibt sich aus dem Vorhergehenden von selbst: es kommt dabei immer nur darauf an, die betreffende Ebene so zu bewegen, dass die an einer beliebigen Stelle auf ihr stehende Dosenlibelle einspielt. Denn sobald dieses der Fall ist, steht die Libellenaxe lothrecht, und da die durch die Fusspunkte der Stellschrauben (a, b, c) bestimmte Grundebene der Libelle auf dieser Axe senkrecht steht und zugleich in der Ebene liegt, welche horizontal gestellt werden soll, so ist auch diese Ebene senkrecht zur Libellenaxe und folglich wagrecht.

Der Umstand, dass die Dosenlibelle die Neigung einer Ebene, worauf sie ruht, oder einer Verticalaxe, womit sie senkrecht verbunden ist, gleichzeitig nach zwei Richtungen anzeigt, macht ihren Gebrauch (namentlich für Messtische und Nivellirlatten) bequem, und desshalb findet sie immer noch Anwendung.

§. 46. **Dosenlibelle besonderer Art.** Es gibt auch Wasserwagen, welche einen Uebergang von der Röhrenlibelle zur Dosenlibelle darstellen. Einen solchen Uebergang zeigt Fig. 38: a b c ist ein Dreifuss, welcher den drei Fussschrauben der Figuren 35 und 36 entspricht, und d e ist eine Röhrenlibelle von geringer Empfindlichkeit, welche in ihrer Mitte von einer messingnen Hülse o gefasst und in eine durch die Mitte des Dreifusses gehende Bohrung so eingelassen ist, dass sie um deren verticale Axe in jede Richtung, besonders aber in die Richtungen a c und b o, oder in die a b, b c, c a gedreht werden kann. Es versteht sich nach dem, was über die Libellen bereits mitgetheilt ist, nunmehr von selbst, dass mit einer berichtigten Libelle der vorstehenden Art (d. h. mit einer Libelle, deren Axe der durch die drei Fusspunkte a, b, c bestimmten Ebene in jeder Richtung parallel ist) eine Ebene horizontal gestellt werden kann, wenn man diese Ebene so bewegt, dass die Libelle erst in der Richtung a c und dann in der Richtung b o, oder nacheinander in den Richtungen a b, b c, c a einspielt. Eben so ist aus Früherem klar, wie die Prüfung und Berichtigung in dem vorliegenden Falle vorzunehmen sind.

Fig. 38.



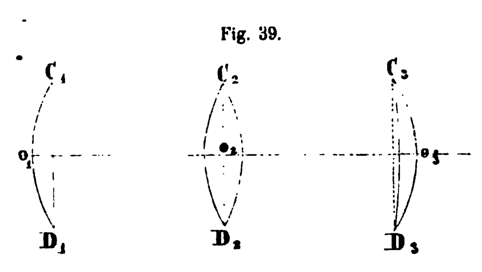
C. Mittel zur Vergrösserung kleiner sehr naheliegender Gegenstände.

Die Lupen.

§. 47. An vielen Messinstrumenten befinden sich so feine Theilungen, dass das Ablesen derselben mit blossem Auge entweder ganz unmöglich

oder doch sehr schwierig ist. Man bedarf also Mittel, wodurch sich diese feinen Theilungen dem Auge vergrössert darstellen, damit sie deutlich erkannt werden können. Solche Mittel bieten die convexen Glaslinsen dar, deren Form entweder ein einfacher Kugelabschnitt oder eine Zusammensetzung von zweien ist, wobei sich die ebenen Grundflächen (C D) decken.

Fig. 39.



Denkt man sich jeden solchen Glaskörper von einer durch die Mittelpunkte seiner Kugelflächen gelegten Ebene geschnitten, so entstehen die vorhergehenden drei Figuren, wovon die erste der planconvexen, die zweite der biconvexen und die dritte der concavconvexen Linse angehört. Diese Linsen haben folgende Benennungen gemein. Man nennt die Mittelpunkte ihrer Kugelflächen geometrische Mittelpunkte. Jede Linse hat deren zwei: bei der planconvexen Linse liegt der zweite in unendlicher Entfernung, weil die ebene Seitenfläche als Kugel von unendlich grossem Halbmesser anzusehen ist. Denkt man sich die geometrischen Mittelpunkte durch eine gerade Linie verbunden, so stellt diese die Axe der Linse vor. Da bei planconvexen Linsen der zweite Mittelpunkt unendlich entfernt ist, so bestimmt man die Axe durch den ersten Mittelpunkt, indem man von ihm aus eine Linie senkrecht zur ebenen Grundfläche zieht. Die Durchschnitte der Axe mit den Linsenflächen heissen die Scheitelpunkte dieser Flächen; ihr Abstand von einander bestimmt die Dicke, und der Durchmesser des kreisförmigen Randes beider Flächen die Oeffnung der Linse.

Die Convexlinsen haben die Eigenschaft, die von entfernten und nicht zu weit von der Axe abliegenden Punkten auf sie treffenden Strahlen so zu brechen, dass sie nach ihrem Durchdringen der Linse hinter derselben sich wieder vereinigen und physische Bilder der leuchtenden Punkte erzeugen. Wegen dieser Eigenschaft heissen sie Sammellinsen. Sind die leuchtenden Punkte ausserordentlich weit entfernt, so kann man die auffallenden Lichtstrahlen als parallele ansehen, und in diesem Falle nennt man die Stelle, an welcher sich die gebrochenen Strahlen sammeln, den Brennpunkt der Linse, während seine Entfernung von der Linse deren Brennweite heisst.

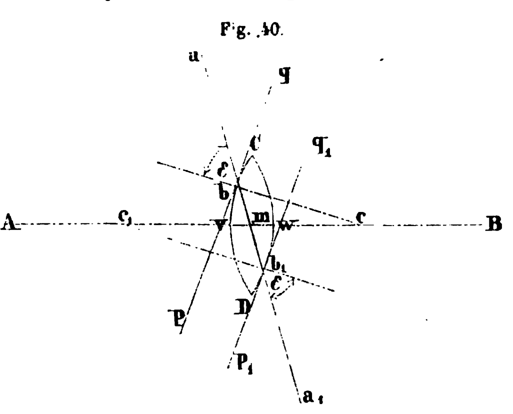
Befindet sich ein leuchtender Gegenstand so nahe vor einer Convexlinse, dass seine Entfernung kleiner ist als die Brennweite, so sammeln sich, wie Theorie und Erfahrung lehren, die Lichtstrahlen hinter der Linse nicht, sondern gehen in Richtungen auseinander, die sich nach ihrer Verlängerung vor der Linse schneiden und dort ein geometrisches Bild des Gegenstands darstellen, welches grösser ist als dieser. Aus diesem Grunde heissen die convexen Linsen auch Vergrösserungsgläser. Man kann die Linsen so einrichten, dass sie stark oder schwach vergrössern. Eine stark ver-

grössernde nennt man **einfaches Mikroskop**, eine Linse von geringer Vergrösserung aber **Lupe** (frz. Loupe). Die Theorie der Lupen stimmt mit jener der Convexlinsen überein; wir theilen daher nachfolgend das Wesentlichste über Convexlinsen mit.

§. 48. **Optischer Mittelpunkt.** Ausser den geometrischen Mittelpunkten ist noch ein anderer Punkt der Linsenaxe von Bedeutung, nämlich der **optische Mittelpunkt**. Man versteht darunter denjenigen Axenpunkt einer nur von Luft oder einem anderen gleichartigen Mittel umgebenen dünnen Linse, welcher die ausgezeichnete Eigenschaft besitzt, dass alle durch ihn gehenden Lichtstrahlen ihre Richtung nicht verändern, wie dieses auch bei Parallelgläsern der Fall ist. Alle durch den optischen Mittelpunkt einer Linse gehenden Lichtstrahlen heissen **Hauptstrahlen**. Es ist wichtig, die Lage dieses Mittelpunkts zu kennen, weil man erstens durch seine Verbindung mit dem leuchtenden Punkte sofort einen Hauptstrahl oder die Richtung erhält, in welcher nothwendig der Bildpunkt liegen muss, und weil zweitens von dem optischen Mittelpunkte aus Gegenstand und Bild unter einerlei Sehwinkel erscheinen.[1]

Um die Lage des optischen Mittelpunkts einer ungleichseitigen biconvexen Glaslinse zu finden, sehe man in der nebenstehenden Figur A B als die Axe, C D als den Querschnitt der Linse an, und betrachte einen beliebigen Strahl a b, der in irgend einem Punkte b der Linse unter dem unbestimmten Winkel ε gegen das Loth c b einfällt. Soll der Strahl a b, nachdem er durch die Linse gegangen ist, in einer mit a b parallelen Richtung b_1 a_1 austreten, so muss er nothwendig mit dem Lothe c_1 b_1, das c b parallel ist, wieder den Winkel ε bilden, d. h. er muss von b nach einem Punkte b_1 gehen, welcher so liegt, dass die Brechungswinkel bei b und b_1 einander gleich sind. Der Punkt m, in welchem der Strahl b b_1 die Axe schneidet, ist der optische Mittelpunkt.

Fig. 40.



Bezeichnet man den Halbmesser c b der vorderen Linsenfläche mit r, den der hinteren c_1 b_1 mit r_1, die Dicke v w mit d und den Abstand des

[1] Bei den folgenden Betrachtungen ist vorausgesetzt, die Linsen seien überall nur von Luft umgeben und so dünn, dass ihre Dicke vernachlässigt werden kann. Unter dieser Voraussetzung fallen die von Gauss und Möbius in dio Dioptrik eingeführten Cardinalpunkte (2 Haupt- und 2 Knotenpunkte) in einen einzigen, den optischen Mittelpunkt, zusammen. (Vergl. C. Neumann, die Haupt- und Brennpunkte eines Linsensystems, 1866, und E. Reusch, Constructionen zur Lohre von den Haupt- und Brennpunkten eines Linsensystems, 1870.)

optischen Mittelpunkts von der vorderen Fläche oder m v mit x, so findet man aus den beiden ähnlichen Dreiecken m b c und m b_1 c_1 sehr leicht

$$x = \frac{r\,d}{r + r_1}. \tag{18}$$

Für $r = r_1$ wird $x = \frac{1}{2} d$; in gleichseitigen biconvexen Linsen liegt also der optische Mittelpunkt in der Mitte derselben.

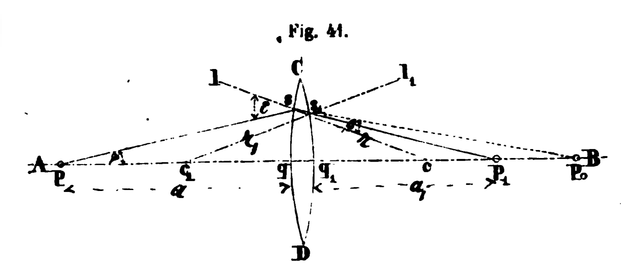
Für $r < r_1$ wird $x < \frac{1}{2} d$, was andeutet, dass in ungleichseitigen biconvexen Linsen der optische Mittelpunkt näher an der stärker gekrümmten Fläche sich befindet.

Für $r_1 = \infty$ wird $x = o$, d. h. in planconvexen Linsen liegt der optische Mittelpunkt im Scheitel der gekrümmten Fläche.

Für einen negativen Werth von r_1 und $r_1 > r$ wird auch x negativ, d. h. in concavconvexen Linsen liegt der optische Mittelpunkt vor der stärker gekrümmten Fläche.

§. 49. **Hauptformel für Linsen.** In der folgenden Figur stelle C D eine ungleichseitige biconvexe Linse von den Halbmessern $c\,s = r$ und $c_1\,s_1$

Fig. 41.



$= r_1$ vor, und p bezeichne einen in der Axe A B liegenden leuchtenden Punkt, welcher die Entfernung $p\,q = a$ hat. Ein von diesem Punkte ausgehender Strahl p s wird von der ersten Linsenfläche nach s s_1 p_0 und von der zweiten nach s_1 p_1 gebrochen. Da nun von p aus auch ein Strahl in der Axe fortgeht, welcher ebenfalls das Bild von p in sich trägt, so muss dieses nothwendig in dem Schnittpunkte p_1 liegen.

Nennt man die Entfernung p_1 q_1 (oder die Bildweite) a_1, das Brechungsverhältniss zwischen der Luft und dem Linsenmateriale n, und setzt man voraus, dass die von p ausgehenden Strahlen (p s) mit der Axe nur sehr kleine Winkel (φ) bilden, so findet man in jedem Lehrbuche der Physik die Formel entwickelt:

$$(n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}. \tag{19}$$

In dem besonderen Falle, dass der leuchtende Punkt p ausserordentlich weit entfernt, also $a = \infty$ ist, geht die Bildweite a_1 in die Brennweite f und der Bildpunkt p_1 in den Brennpunkt über. Es ist alsdann

$$(n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) = \frac{1}{f}. \tag{20}$$

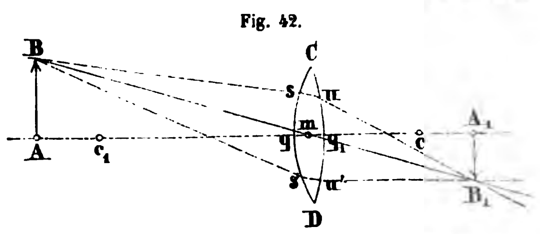
und durch Verbindung der vorstehenden zwei Gleichungen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}. \qquad (21)$$

Diese Formel stellt eine eben so einfache als wichtige Beziehung zwischen der Brennweite einer Linse, der Entfernung eines leuchtenden Punkts und seiner Bildweite dar; und obwohl wir sie nur für den Fall, dass der leuchtende Punkt in der Axe der Linse liegt, erklärt haben, so gilt sie doch auch noch für ausserhalb der Axe gelegene Punkte, wenn die Voraussetzung erfüllt wird, dass die Neigungswinkel der Lichtstrahlen gegen die Axe sehr klein und die Linsendicken nicht gross sind. Unter diesen Annahmen gilt sie folglich auch für eine Reihe von Punkten, welche eine Linie, und für eine Reihe von Linien, welche eine Fläche bilden.

§. 50. **Lage und Grösse des Bilds.** Stellt in der 42. Figur A B eine zur Axe $c\,c_1$ senkrecht stehende leuchtende Linie vor, für welche die oben ausgesprochene Voraussetzung stattfindet, so bildet sich der Punkt A auf dem Hauptstrahle A m in A_1 und der Punkt B auf dem Hauptstrahle B m in B_1, und somit die Linie A B in $A_1\,B_1$ ab. Das Bild $A_1\,B_1$ steht in der Entfernung $A_1\,m = a_1$ senkrecht zur Linsenaxe und hat nothwendig die verkehrte Stellung des Gegenstands A B.

Fig. 42.



Aus der Formel (21) ergibt sich die Bildweite

$$a_1 = \frac{a\,f}{a - f} \qquad (22)$$

und aus der vorstehenden Figur die Stellung und Grösse des Bilds. Denn aus den beiden ähnlichen Dreiecken A B m und $A_1\,B_1\,m$, (wenn darin $A\,m = a$, $A_1\,m = a_1$, $A\,B = h$ und $A_1\,B_1 = -\,y$ gesetzt wird) und aus der Gleichung (22) folgt

$$y = -\,\frac{h\,f}{a - f} \qquad (23)$$

und es ist hier die Stellung des Bilds durch das Vorzeichen und dessen Grösse durch den absoluten Werth von y bestimmt. Grösse, Stellung und Entfernung des Gegenstands sind durch die positiven Werthe von h und a, und die Brennweite der Linse ist durch den positiven Werth f vorgestellt.

Aus den vorstehenden Gleichungen kann man leicht die Werthe von a_1 und y finden, welche verschiedenen Werthen von a entsprechen: uns liegt zunächst an jenem Werthe von a, welcher 1) ein Bild liefert, das wie der Gegenstand selbst vor der Linse liegt, also a_1 negativ macht; 2) dem Bilde dieselbe Stellung gibt, welche der Gegenstand hat, somit y positiv macht; 3) den Gegenstand vergrössert zeigt, d. h. den Werth von

y grösser als den von h macht; und der endlich 4) das vergrösserte Bild in die deutliche Sehweite bringt.

Diesen vier Bedingungen entspricht aber nur der Werth $a < f$, d. h. eine Stellung des Gegenstands innerhalb der vorderen Brennweite der Linse. Setzt man $a = f - e$, wobei e die positive Entfernung des Gegenstands vom vorderen Brennpunkte bezeichnet, so gehen die Ausdrücke für a_1 und y über in:

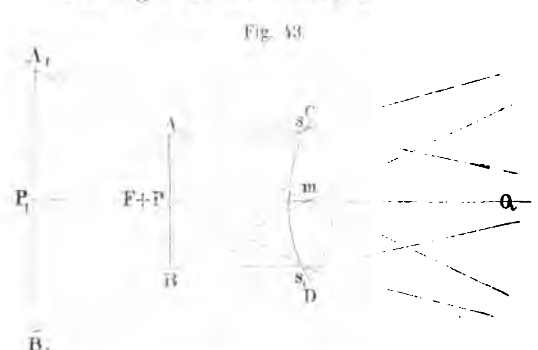
$$a_1 = -(f - e)\frac{f}{e} \tag{24}$$

$$y = +h\frac{f}{e} \tag{25}$$

und man erkennt leicht, dass dadurch die aufgestellten Anforderungen erfüllt werden, wenn man berücksichtigt, dass das Verhältniss $f : e$ stets grösser als 1 ist, da e immer kleiner als f sein muss.

Die Figur 43 stellt das, was die letzten zwei Gleichungen aussagen, bildlich dar: C D ist eine biconvexe Linse, F ihr vorderer Brennpunkt, F m die Brennweite f. In dem Punkte P, der um das Stück P F = e innerhalb der Brennweite liegt, steht der Gegenstand A B von der Grösse h aufrecht. Die von A und B ausgehenden Hauptstrahlen A m und B m müssen die Bilder von A und B enthalten; diese Hauptstrahlen werden aber von den übrigen Strahlen wie A s und B s_1 nicht hinter, sondern vor der Linse in A_1 und B_1 geschnitten; also sind A_1 und B_1 die Bilder von A und B, und A_1 B_1 stellt das Bild von A B, wie es gewünscht wird, erstens vor der Linse, zweitens in aufrechter Stellung und drittens vergrössert dar.

Fig. 43.



Zunächst lehren die Gleichungen (24) und (25), dass nicht bloss eine biconvexe, sondern jede convexe Linse als Lupe gebraucht werden kann, da für jede dieser Linsen a_1 und y ihre Vorzeichen behalten, weil sich das von f nicht ändert, wie aus Gleichung (20) folgt, wenn man daselbst für r und r_1 alle Werthe setzt, welche den drei Formen der Convexlinsen entsprechen. Ausser den biconvexen Linsen werden häufig planconvexe als Lupen angewendet, weil diese eine geringe Kugelabweichung haben und folglich scharfe Bilder geben. Uebrigens lassen sich auch Glaskugeln als Lupen gebrauchen. (Wegen der Forderungen 3 und 4, welche Vergrösserung und Sehweite betreffen, vergleiche man §. 51.)

§. 51. **Vergrösserung der Lupen.** Der Ausdruck (24) lehrt, dass die Entfernung a_1 des Bilds vor der Linse um so grösser wird, je kleiner

der Nenner e ist, je näher also der Gegenstand am vorderen Brennpunkte der Linse steht. Da es jedoch bei einer Lupe darauf ankommt, dass man das Bild deutlich sieht, so muss a_1 für jedes Auge einen bestimmten Werth haben, welcher dessen Sehweite entspricht, und diesen Werth erhält a_1 dadurch, dass man die Lupe dem Gegenstande mehr oder weniger nähert. Heisst nun die deutliche Sehweite eines Auges, das wir uns im Punkte Q der vorigen Figur denken wollen, w und sein Abstand Q m von der Linse d, so muss, wenn das Bild in der Sehweite erscheinen soll, offenbar $w - d = - a_1$ und desshalb

$$e\,(w - d) = f\,(f - e)$$

werden. Hieraus findet man

$$\frac{f}{e} = \frac{w - d}{f} + 1. \qquad (26)$$

Versteht man unter der Vergrösserung v einer Lupe das Verhältniss der Grösse des Bilds zu der des Gegenstands, also das Verhältniss von y : h, so folgt aus Gleichung (25)

$$v = \frac{f}{e} \qquad (27)$$

d. h. die Vergrösserung ist gleich der Brennweite der Lupe getheilt durch den Abstand des Gegenstands vom Brennpunkte. Je kleiner e wird, desto mehr beträgt die Vergrösserung; für ein bestimmtes w kann aber e nur den Werth haben, welcher sich aus Gleichung (26) ergibt. Dieser Werth von e ist für einen Weitsichtigen kleiner als für einen Kurzsichtigen, und desshalb vergrössert eine und dieselbe Lupe für jenen mehr als für diesen. Für d = o wird

$$v = \frac{w}{f} + 1 \qquad (28)$$

d. h. wenn man das Auge ganz nahe an die Lupe hält, so beträgt ihre Vergrösserung eine Einheit mehr als der Quotient aus der Brennweite in die Weite des deutlichen Sehens. Wird d = f, so folgt

$$v = \frac{w}{f} \qquad (29)$$

d. h. wenn sich das Auge um die Brennweite der Linse hinter dieser befindet, so ist deren Vergrösserung geradezu dem Quotienten aus der Brennweite in die Sehweite gleich.

Aus den Gleichungen (28) und (29) ergibt sich noch unmittelbarer als aus (27), dass eine und dieselbe Lupe für einen Weitsichtigen mehr als für einen Kurzsichtigen vergrössert.

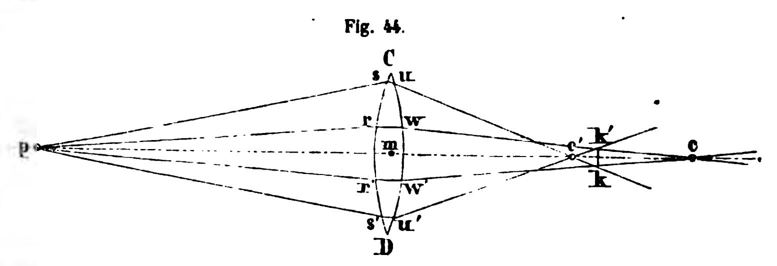
§. 52. **Kugelabweichung.** Theorie und Erfahrung lehren, dass die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen von einer aus Kugelflächen gebildeten Linse nur dann wieder in einem physischen Punkte vereinigt werden, wenn sie ganz dicht an der Axe dieser Linse einfallen; ausserdem aber durchschneiden die gebrochenen Strahlen die Linsenaxe um so früher, je grösser der Abstand der einfallenden Strahlen von der Axe ist, wie

Fig. 44 zeigt, bei der die auffallenden Strahlen als von einem ziemlich weit entfernten Punkte (p) kommend angenommen wurden.

Bezeichnen p s, p s' alle Randstrahlen, welche gleiche Abstände (m s, m s') von der Axe haben, so schneiden sich dieselben in einem Punkte c' der Axe, und sind die Abstände m s, m s' die grösstmöglichen, so ist c' der nächste Schnittpunkt an der Linse. Stellen dagegen p r und p r' alle gleichweit abliegenden, sehr nahe an der Axe befindlichen Strahlen vor, so ist c der entfernteste Schnittpunkt der Strahlen. Alle Strahlen, welche zwischen r s und r' s' liegen, treffen die Linsenaxe in der Strecke c' c und gehen durch die Kreisfläche von dem Durchmesser k k', den man sich sehr klein zu denken hat.

Zu dieser Kreisfläche hat sich das Bild des leuchtenden physischen Punkts p ausgedehnt. Ein anderer neben diesem gelegener Punkt wird sich in gleicher Weise abbilden, und es ist klar, dass die Bilder beider in einander übergreifen und daher die Deutlichkeit eines jeden stören müssen. Da diese Störung einzig und allein von der Kugelgestalt der Linsenflächen herrührt, so hat man derselben den Namen sphärische Aberration oder

Fig. 44.



Kugelabweichung gegeben. Eine nähere Darstellung des Wesens dieser Abweichung liegt nicht in unserem Zwecke und kann nur in den ausführlichen Lehrbüchern der Optik gesucht werden; aber die Mittheilung folgender Ergebnisse der über die Kugelabweichung geführten Untersuchungen halten wir nicht für überflüssig:

1) Durch Rechnung kann man die Formen von plan- und biconvexen Linsen, welche keine Kugelabweichung haben, bestimmen; die Erfahrung lehrt aber, dass die Herstellung der hyperboloidischen und ellipsoidischen Flächen, welche sie erfordern, zu schwierig ist.

2) Die Kugelabweichung einer Linse wird vermindert, wenn man ihre Oeffnung durch eine Blende, d. h. durch einen den Rand verdeckenden undurchsichtigen Ring verkleinert: die Breite des unbedeckten Theils soll weniger als ein Drittel der Brennweite betragen oder höchstens halb so gross sein als der Halbmesser der am stärksten gekrümmten Linsenfläche.

3) Eine biconvexe Linse hat eine grössere oder kleinere Kugelabweichung, je nachdem ihre stärker oder schwächer gekrümmte Fläche dem Bilde des leuchtenden Gegenstands zugewendet ist: man soll also die Fläche vom kleinsten Halbmesser zur Vorderfläche machen, wenn sich das

Bild hinter der Linse erzeugt; ausserdem aber zur Hinterfläche, wie bei den Lupen.

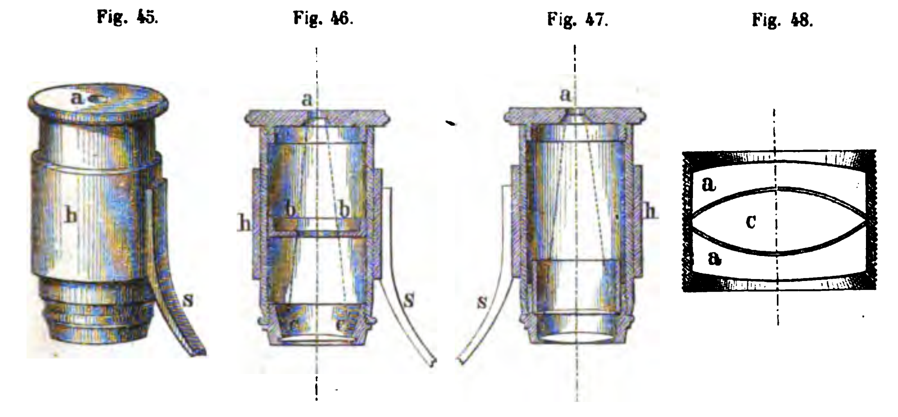
4) In Beziehung auf Kugelabweichung hat eine biconvexe Linse die beste Form, wenn sich der Halbmesser r ihrer Vorderfläche zum Halbmesser r_1 der Hinterfläche wie $(4 + n - 2\,n^2)$ zu $(2\,n^2 + 1)$ verhält, wobei n seine bisherige Bedeutung hat.

5) Die planconvexe Linse steht der biconvexen von bester Form dann am nächsten, wenn ihre ebene Fläche, in gleicher Weise wie bei der biconvexen Linse die flache Krümmung, der Bildseite zugewendet ist.

6) Zwei nahe an einander gestellte Linsen von entsprechenden Krümmungshalbmessern geben eine von der Kugelabweichung befreite Doppellinse. Dergleichen Linsen sind bessere Lupen als die einfachen, weil sie gleichzeitig grössere Deutlichkeit und stärkere Vergrösserung gewähren.

§. 53. **Fassung der Lupen.** Die Lupen für Messinstrumente sind entweder in einen Ring oder einen Messingcylinder gefasst. Diese Fassung wird

Fig. 45. Fig. 46. Fig. 47. Fig. 48.



gewöhnlich von einem Stiele getragen, der mit dem Instrumente verbunden und so eingerichtet ist, dass sich die Lupe über die von ihr zu vergrössernde Theilung bewegen und dieser nach Bedürfniss nähern lässt.

An den später zu beschreibenden Messinstrumenten sind verschiedene Lupen abgebildet. Hier wird es genügen, einige Worte über die Wilson'sche Lupe zu sagen, von der Fig. 45 eine Ansicht und Fig. 46 einen Durchschnitt gibt. Die Cylinderfassung ist so lang als die Brennweite und hat der Linse gegenüber einen Deckel mit Sehloch (a), an welches das Auge zu halten ist. Diese Fassung entspricht also dem durch Gleichung (29) vorgestellten Falle. In der Mitte der Fassung befindet sich ein ringförmiges Blech (b, b), welches die Blendung oder das Diaphragma heisst und den Zweck hat, die Randstrahlen der Linse, welche die Deutlichkeit des Bilds stören, nicht in das Auge gelangen zu lassen. Um alle Spiegelungen an der Cylinderwand zu entfernen, wird die Fassung inwendig schwarz angestrichen oder doch wenigstens matt gearbeitet.

Da einfache Linsengläser nicht bloss mit dem Fehler der Kugelabweichung, sondern auch mit dem der Farbenabweichung behaftet sind, letzterer aber durch zwei oder mehr Linsen gehoben werden kann, so stellt man auch achromatische Lupen aus zwei Gläsern (Fig. 47) oder dreien (Fig. 48) her, deren Theorie auf den in §. 56 entwickelten Sätzen beruht.

D. Mittel zur Vergrösserung weit entfernter Gegenstände.

§. 54. Die Vorrichtungen, welche entfernte Gegenstände so abbilden und vergrössern, dass sie deutlich erkannt werden können, heissen Fernrohre. Dieselben bestehen im Allgemeinen entweder bloss aus Linsen, oder aus Linsen und Spiegeln, welche durch Rohre in bestimmter Weise verbunden sind. Zu Vermessungen gebraucht man nur Fernrohre der ersten Gattung (dioptrische); für astronomische Beobachtungen sind aber auch noch Fernrohre der zweiten Gattung (katoptrische) im Gebrauch.

Die dioptrischen Fernrohre sind mannichfaltiger Einrichtungen fähig und man unterscheidet desshalb verschiedene Arten derselben; als Messfernrohr wird jedoch fast nur das astronomische und selten das terrestrische angewendet. Wir werden daher hier auch nur jenes betrachten.

Das astronomische Fernrohr.

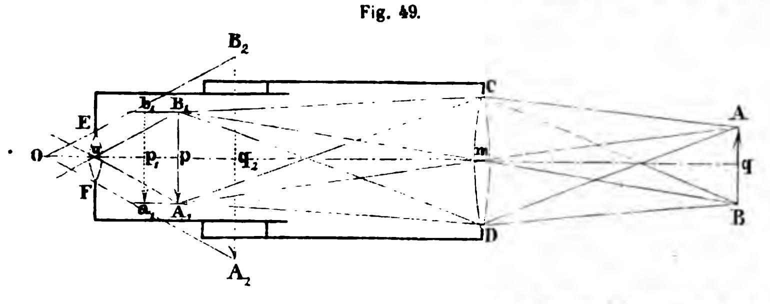
§. 55. **Einfachster Bau.** Das astronomische oder Kepler'sche Fernrohr besteht in seiner einfachsten Gestalt aus zwei convexen Glaslinsen, welche in eben so viele verschiebbare cylindrische Röhren gefasst sind. Die grössere Linse, welche beim Beobachten stets gegen den Gegenstand (das Object) gerichtet ist und die von diesem kommenden Lichtstrahlen in ihrem Brennpunkte oder dessen Nähe zu einem Bilde vereinigt, heisst das Objectiv, und die kleinere Linse, durch welche man das von der grösseren erzeugte Bild betrachtet, das Ocular. Das Objectiv befindet sich in der Objectivröhre und das Ocular in der Ocularröhre. Beide sollen sich gegen einander so verschieben lassen, das ihre Axen in eine gerade Linie fallen. Die Axe der Objectivröhre heisst die mechanische Axe und die Axe des Objectivs die optische Axe des Fernrohrs.

Bei den zunächst folgenden Betrachtungen über die Wirkungsweise eines so einfachen astronomischen Fernrohrs, wie es eben beschrieben wurde, werden wir voraussetzen, dass die Axen sowohl der beiden Gläser als der beiden Röhren eine einzige gerade Linie bilden; später wird dann von den Folgen die Rede sein, welche aus einer hievon abweichenden Lage dieser Axen hervorgehen.

§. 56. **Lage des Bilds.** Fig. 49 stelle den Durchschnitt eines Fernrohrs von der eben angegebenen Einrichtung vor: C D sei das Objectiv, E F das Ocular und u m q die gemeinschaftliche Axe.

Ein sehr weit entfernter Gegenstand A B bildet sich (nach §. 49) in dem Brennpunkte p des Objectivs verkehrt ab. Das Bild A_1 B_1 wird durch das Ocular, welches genau wie eine Lupe wirkt, vergrössert und deutlich

Fig. 49.



erscheinen, wenn es sehr nahe am Brennpunkte dieses Glases, jedoch ein wenig innerhalb desselben sich befindet (§. 50). Hieraus folgt, dass bei sehr weit entfernten Gegenständen die gegenseitige Entfernung der beiden Linsen fast genau gleich ist der Summe ihrer Brennweiten.

Ist der Gegenstand A B nicht sehr weit vom Objectiv entfernt, so fällt das Bild A_1 B_1 über den Brennpunkt p hinaus nach p_1, weil nach der Gleichung (22) die Bildweite a_1 grösser wird als die Brennweite f, sobald diese gegen die Entfernung a des Gegenstands nicht vernachlässigt werden darf. Damit man aber das Bild a_1 b_1, welches nun entsteht, deutlich sehe, muss das Ocular wieder um seine Brennweite u $p_1 = f_1$ von ihm abstehen: es ist daher für nicht sehr weit entfernte Gegenstände der Abstand beider Linsen etwas grösser als die Summe ihrer Brennweiten.

Die Gleichung (22) gibt die Grösse der Aenderungen in der Entfernung der Linsen eines bestimmten Fernrohrs, wenn man sich daraus für verschiedene Entfernungen (a) des Gegenstands die zugehörigen Bildweiten (a_1) berechnet. So ist für eine Objectivlinse von 1 Fuss Brennweite (f) der Abstand des Bilds = 1,005 Fuss, wenn der Gegenstand 200 Fuss entfernt ist, und die Bildweite = 1,111 Fuss bei einer Entfernung des Gegenstands von nur 10 Fuss. Der Unterschied in den Bildweiten beträgt somit hier einen Decimalzoll (32 Millimeter), und um so viel muss sich auch der Abstand der Linsen ändern lassen.

Hieraus ergibt sich die Nothwendigkeit des Verschiebens der Röhren oder allgemeiner: das Bedürfniss einer Vorrichtung zur Aenderung des Abstands des Oculars vom Objective. Bei manchen Fernrohren kann nämlich, während das Ocular feststeht, das Objectiv gegen dieses bewegt werden; in den meisten Fällen ist aber das Ocular verschiebbar und es gilt für dessen Bewegung die Regel, dass es bei grösseren Entfernungen des Gegenstands dem Objective zu nähern und bei kleineren Entfernungen von ihm zu entfernen ist. Um wie viel man es zu verschieben hat, zeigt jede Beobachtung von selbst an, indem man immer die Stellung sucht, bei der das Bild am deutlichsten erscheint. Mit Rücksicht auf die Bemerkung zu

Gleichung (27) erklärt sich auch die Erscheinung, dass das Ocular, wenn es für ein normales Auge die richtige Stellung hat, für ein kurzsichtiges noch etwas vor-, für ein weitsichtiges aber noch etwas zurückgeschoben werden muss.

§. 57. **Vergrösserung.** Ein Fernrohr wirkt hauptsächlich durch seine Vergrösserung, worunter man das Verhältniss der scheinbaren Grössen des Bilds und des Gegenstands zu verstehen hat. Die scheinbare Grösse ω des Gegenstands ist aber, wenn h dessen Durchmesser, a seine Entfernung vom Objective des Fernrohrs und l dessen Länge bezeichnet, ausgedrückt durch

$$\omega = \frac{h}{a + l}$$

während man für die scheinbare Grösse ω' des Bilds, wenn y die wirkliche Grösse dieses Bilds, v die Vergrösserung des Oculars und w die deutliche Sehweite vorstellt, findet:

$$\omega' = \frac{v\,y}{w}.$$

Das Verhältniss von ω' zu ω gibt die Vergrösserung des Fernrohrs

$$v_1 = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{(a + l)\,v\,y}{w\,h} \tag{30}$$

und setzt man für y und v die Werthe, welche dafür in den Gleichungen (23) und (29) entwickelt worden sind (wobei jedoch berücksichtigt werden muss, dass die Brennweite des Objectivs eine andere ist als die des Oculars), so wird

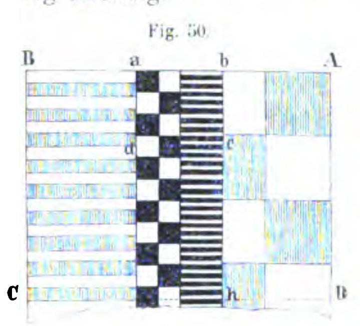
$$v_1 = \frac{a + l}{a - f} \cdot \frac{f}{f'} \tag{31}$$

In Berücksichtigung des Umstands, dass die Länge l des Fernrohrs und die Brennweite f des Objectivs gegen die Entfernung a des Gegenstands sehr klein sind, nimmt man das Verhältniss von $a + l$ zu $a - f$ gleich der Einheit an, und daher ist die Vergrösserung eines Fernrohrs gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Oculars in die Brennweite des Objectivs.

Da aus dem Ausdrucke für v_1 in Gleichung (30) die deutliche Sehweite w wegfiel, indem man die Werthe für y und v einsetzte, so folgt daraus, dass ein und dasselbe Fernrohr für einen Kurz- und Weitsichtigen gleich stark vergrössert. Freilich ist dabei stillschweigend die Voraussetzung gemacht, dass der Kurzsichtige auch den entfernten Gegenstand sehen könne. Da er das mit blossem Auge nicht kann, so wäre für ihn die Vergrösserung des Fernrohrs eigentlich unendlich gross, wenn man nicht annehmen dürfte, dass er die scheinbaren Grössen des Gegenstands und seines Bilds durch die Brille betrachtet, welche er trägt. Es lässt sich leicht zeigen, dass die scheinbare Grösse des Gegenstands, welche die Brille gibt, von der mit blossem Auge gesehenen im Allgemeinen nur sehr wenig und in dem Falle gar nicht abweicht, wo die Brille dicht am Auge steht.

Kennt man die Brennweiten der beiden Linsen eines Fernrohrs nicht, so kann man dessen Vergrösserung auf dem Wege des Versuchs dadurch bestimmen, dass man eine gleichgetheilte Latte mit dem einen Auge durch das Fernrohr, mit dem anderen aber frei betrachtet und die Zahl der vergrösserten Theile abzählt, welche eine gewisse Anzahl unvergrösserter Theile decken. Der Quotient aus beiden gibt die Vergrösserung.

Fig. 50.

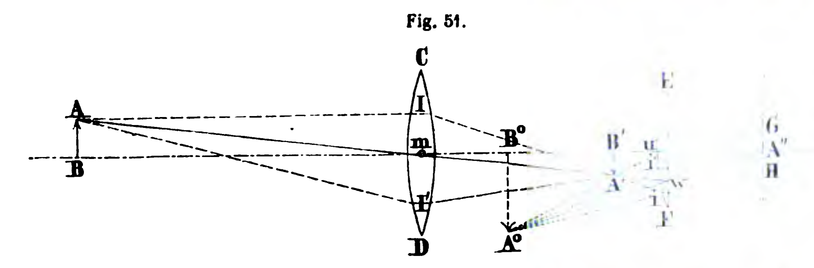


Ist z. B. a b c d in Fig. 50 die gleichgetheilte Latte, wie sie dem unbewaffneten Auge erscheint, so wird A B C D das durch das Fernrohr gesehene Bild von ihr sein. Decken sich in der Richtung C D zwei Theilstriche der Latte und ihres Bilds, so hat man nur die Theile von b bis h und von B bis C zu zählen und mit der kleineren Zahl in die grössere zu dividiren, um die Vergrösserung zu erhalten, welche in dem vorliegenden Falle = 53 : 18 oder nahezu = 3 ist. Ein anderes Verfahren zur Bestimmung der Vergrösserung auf practischem Wege ist bei der Prüfung des Fernrohrs (§. 66) angegeben.

§. 58. Augenpunkt. Für die Beobachtung durch ein Fernrohr ist es nicht unwichtig, die Stelle zu kennen, an welche man das Auge zu bringen hat, um durch das Ocular das vom Objectiv erzeugte Bild möglichst hell und vollständig zu erblicken. Diese Stelle, welche der Augenpunkt des Fernrohrs heisst, kann man theoretisch durch folgende Betrachtung finden.

Stellt A in Fig. 51. irgend einen Punkt einer leuchtenden Fläche A B,

Fig. 51.



C D den Durchschnitt des Objectivs und E F den des Oculars vor, so macht der von A ausgehende Hauptstrahl A m den Weg A m A' w A'', welcher leicht aufzufinden ist. Die zu diesem Hauptstrahle gehörigen Lichtkegel, deren Axe er ist, sind I A I', I A' I', i A' i' und G A° H; der Strahl selbst schneidet die Linsen- und Fernrohraxe in dem Punkte A''. Was für den Punkt A gilt, lässt sich von allen Punkten der leuchtenden Fläche sagen: dass nämlich die Axen der von diesen Punkten ausgehenden Lichtkegel, welche das Bild der leuchtenden Fläche erzeugen, durch den optischen Mittelpunkt des Objectivs gehen und nach ihrer Brechung durch das Ocular in

dem Punkte A'' der Linsenaxe sich schneiden. Denkt man sich nun an den Punkt A'' die Mitte der Pupille gebracht, so gehen die Hauptstrahlen durch diese Mitte weiter in das Auge, welches damit die grösste Menge des von der Fläche A B ausgehenden Lichts auffasst. Da kein anderer Punkt vor dem Ocular diese Eigenschaft besitzt, so stellt A'' den gesuchten Augenpunkt vor.

Seine Entfernung A'' u = d von dem Ocular ergibt sich, wenn man, der vorausgehenden Betrachtung gemäss, den optischen Mittelpunkt m des Objectivs als leuchtenden Punkt ansieht und in die dioptrische Hauptformel (21) für die Brennweite f die Brennweite f' des Oculars, für a die Entfernung des Punkts m vom Ocular = f + f' und für a_1 die gesuchte Entfernung d des Auges einsetzt. Dadurch erhält man

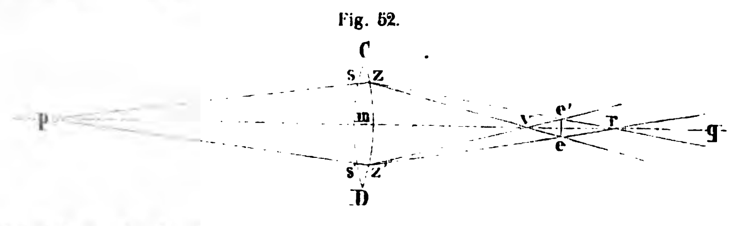
$$d = \frac{f + f'}{f} \cdot f' \tag{32}$$

oder nahehin d = f', was andeutet, dass man bei dem einfachen astronomischen Fernrohre das Auge um die Brennweite des Oculars vor dieses halten soll, wenn man den abgebildeten Gegenstand in möglichster Ausdehnung und Helligkeit übersehen will.

§. 59. **Farbenabweichung.** Ein Fernrohr, dessen Objectiv bloss aus einer einzigen Convexlinse besteht, leidet an zwei Uebelständen, welche in der Optik mit dem Namen Kugelabweichung (sphärische Aberration) und Farbenabweichung (chromatische Aberration) bezeichnet werden. Von der Kugelabweichung war bereits in §. 52 kurz die Rede, und mit der Farbenabweichung hat es folgende Bewandtniss.

Das weisse Licht wird in Folge der Brechung durch die Linse in verschiedenartig gefärbte Strahlen zerlegt, von denen jeder sein eigenes Brechungsvermögen besitzt. Die stärkste Brechbarkeit besitzen die violetten und die geringste die rothen Strahlen; zwischen diesen liegen die blau, grün, gelb und orange gefärbten Strahlen. Wegen des ungleichen Brechungsverhältnisses der farbigen Strahlen entsteht in dem Brennraume der Linse eine Reihe von Farbenbildern, wovon das violette dem Glase zunächst liegt, das rothe aber am weitesten entfernt ist. Zwischen diesen befindet sich das gelbe Bild, welches wegen seiner grösseren Lichtstärke vorzugsweise betrachtet wird. Fig. 52 gibt hiervon eine Anschauung.

Fig. 52.



Es sei p ein in der Axe gelegener leuchtender Punkt und p s, p s' seien zwei in gleichen Abständen von der Axe einfallende Strahlen, so dass sie sich, wenn keine Zerstreuung des Lichts in Farben stattfände, in

einem Punkte der Axe wieder vereinigen müssten. Wegen der Zerstreuung wird aber der gebrochene Strahl p s in den Farbenbüschel v z r und p s' in den Büschel v z' r zerlegt: die rothen Strahlen nehmen die Richtungen z r, z' r, die violetten die Richtungen z v, z' v an, und bei v entsteht das violette, bei r das rothe Farbenbild. Alle übrigen Strahlen gehen zwischen v und r durch die Kreisfläche von dem Durchmesser e e'. Diese Fläche heisst der **Abweichungskreis**, während die Störung selbst, welche durch die Farbenzerstreuung in der Vereinigung der von einem Punkte ausgehenden Strahlen zu einem einzigen farblosen Bildpunkte hervorgerufen wird, die **chromatische Aberration** oder die **Farbenabweichung** einer Linse genannt wird. Diese Abweichung veranlasst eine noch grössere Undeutlichkeit der Bilder als die Kugelabweichung, und es war daher seit langer Zeit das Bestreben der Optiker darauf gerichtet, sie zu vernichten, d. h. die gefärbten Strahlen wieder zu vereinigen. Dieses Streben hatte einen um so günstigeren Erfolg, als es gleichzeitig die Aufhebung der Kugelabweichung mit sich brachte.

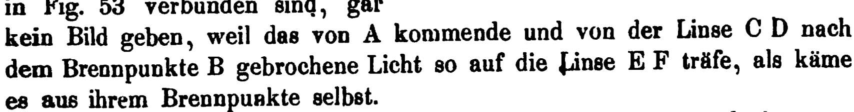
Obwohl die Rechnungen, welche sich auf die Beseitigung der Farbenabweichung beziehen, einfacher sind als jene über die Kugelabweichung, so können hier doch nur die wichtigsten Ergebnisse derselben angeführt werden, welche in Folgendem bestehen:

1) Durch eine einzige Linse, welche Form sie auch haben mag, kann die Farbenabweichung niemals aufgehoben werden; es gehören wenigstens zwei Linsen dazu.

2) Von den zwei Linsen, deren Verbindung farblose Bilder liefert, muss die eine (C D) convex, die andere (E F) concav sein, und es müssen die dazu verwendeten Glassorten ein ungleiches Zerstreuungsvermögen[1] besitzen.

Fig. 53.

3) Wäre das letzte nicht der Fall, so würden zwei Linsen von gleicher Brennweite, welche wie in Fig. 53 verbunden sind, gar



kein Bild geben, weil das von A kommende und von der Linse C D nach dem Brennpunkte B gebrochene Licht so auf die Linse E F träfe, als käme es aus ihrem Brennpunkte selbst.

4) Streng genommen werden durch eine convexe Kron- und eine concave Flintglaslinse nur zwei Farben vollständig vereinigt; ordnet man aber die Linsen so an, dass die dunkelblauen und orangefarbigen Strahlen völlig vereinigt werden, so verschwindet auch die von den übrigen Strahlen herrührende Abweichung zur Genüge.

5) Da die Farblosigkeit der Bilder bloss verschiedene Glassorten und

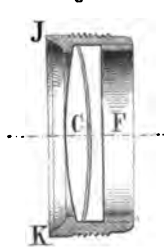
[1] Bezeichnet d n die Aenderung des Brechungsverhältnisses n von einer Farbe zur anderen, so heisst der Quotient aus $n - 1$ in $d n$ das **Zerstreuungsvermögen** und $n^2 - 1$ die **brechende Kraft** der Glassorte, welcher das n angehört.

in einem bestimmten Verhältniss stehende Brennweiten der Kron- und Flintglaslinsen fordert, nach Gleichung (20) aber zu einer und derselben Brennweite unzählige Paare von Linsenhalbmessern passen, so kann mit der Farbenabweichung durch eine schickliche Wahl dieser Halbmesser auch die Kugelabweichung aufgehoben werden.

Eine Linsenverbindung, welche ein farbloses Bild liefert, heisst eine achromatische Linse. Fraunhofer stellte diese Linsen aus einer biconvexen Kronglaslinse und einer dieselbe berührenden planconcaven Flintglaslinse her. Beim Gebrauche wird die convexe Linse immer dem Gegenstande zugewendet, während die concave Linse dem Bilde zunächst steht.

§. 60. **Das Objectiv.** Um ein Fernrohr von den im vorigen Paragraph berührten zwei Uebelständen, welche aus der Kugel- und Farbenabweichung entspringen, zu befreien, besteht dessen Objectiv nicht, wie wir bis jetzt vorausgesetzt haben, aus einer einfachen Convexlinse, sondern aus einer achromatischen Doppellinse (C F), welche auf die in Fig. 54 angedeutete Weise so gefasst ist, dass sie leicht und sicher in die Objectivröhre eingeschraubt werden kann. Diese Linse bringt keine Aenderung in die bisher auseinandergesetzte Wirkungsweise eines astronomischen Fernrohrs, wenn man nur für die Brennweite f der einfachen Convexlinse, welche als Objectiv angenommen war, die Brennweite der achromatischen Doppellinse setzt, oder, was dasselbe ist, sich unter f die Brennweite dieser Linse vorstellt. Will man die Brennweite f eines Fraunhofer'schen Objectivs von vorstehender Form oder eines anderen, dessen Linsen sich berühren, aus den beiden Brennweiten φ und φ' der Kron- und Flintglaslinse finden, so dient dazu die Gleichung

Fig. 54.



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi'} \qquad (33)$$

welche sich ergibt, wenn man erst die Brennweiten φ für die Convexlinse und φ' für die Concavlinse durch die Entfernungen der Gegenstände und ihrer Bilder ausdrückt und hierauf die Bedingung einführt, dass der Abstand beider Linsen null ist. Dabei versteht sich von selbst, dass das Bild der ersten Linse als Gegenstand für die zweite angesehen und der Gegenstand der ersten Linse ausserordentlich weit entfernt gedacht werden muss.

Um die Anwendung der vorstehenden Gleichung an einem Beispiele zu zeigen, nehmen wir an, es sei für die Kronglaslinse $n = 1{,}504$, der vordere Halbmesser $r = 6'',570$, der hintere $r' = 3'',464$, und für die Flintglaslinse $n_1 = 1.585$, der vordere Halbmesser $r_1 = -3'',464$ und der hintere $r_1' = 12'',120$. Hieraus findet man nach Gleichung (20):

$$\frac{1}{\varphi} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) = +0{,}22119 \text{ und } \varphi = +4'',50$$

$$\frac{1}{\varphi'} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r'_1}\right) = -0{,}12215 \text{ und } \varphi' = -8'',19$$

und wenn man diese Werthe in Gleichung (33) setzt, die Reciproke der Brennweite der Doppellinse:

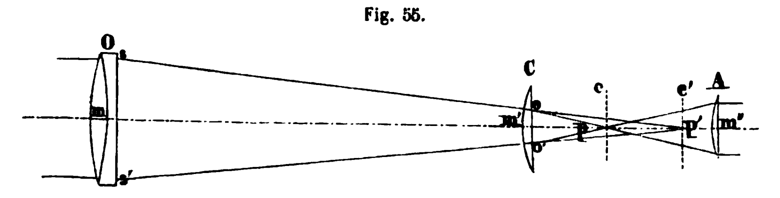
$$\frac{1}{f} = 0{,}22119 - 0{,}12215 = + 0{,}099 \text{ und } f = + 10'',10.$$

§. 61. **Das Ocular.** Dadurch, dass das Objectiv ein farbloses Bild liefert, ist das vom Auge gesehene Bild noch nicht farbenfrei, denn es bringt das Ocular, so lange es nur aus einer einfachen Convexlinse besteht, stets wieder eine Farben- und Kugelabweichung hervor. Man könnte die Farbenabweichungen wie bei dem Objectiv durch eine achromatische Linsenverbindung aufheben; es geschieht aber in der Regel nicht, weil die vom Ocular bewirkten Abweichungen nur gering und um so weniger auffallend sind, als das Auge selbst nicht ganz achromatisch gebaut ist. Gleichwohl setzt man aber auch das Ocular aus zwei, vier oder mehr Linsen zusammen, weil sich dadurch nicht bloss die sphärischen Abweichungen vermindern, sondern auch noch Vortheile in Hinsicht auf die Grösse des Gesichtsfelds und der Helligkeit erlangen lassen.

Wenn ein Ocular nur aus einer Convexlinse besteht, oder aus zweien so zusammengesetzt ist, dass es die Bilder der Gegenstände verkehrt zeigt, so heisst es ein astronomisches; besteht es aber aus vier oder mehr Linsen, welche zusammen ein aufrechtes Bild liefern, so wird es ein terrestrisches genannt. Der Unterschied zwischen einem astronomischen und terrestrischen Fernrohre besteht einzig und allein in der Verschiedenheit ihrer Oculare. Da wir es hier bloss mit dem astronomischen Fernrohre zu thun haben, so unterwerfen wir auch bloss das astronomische Ocular einer näheren Betrachtung.

Die zweite Linse des astronomischen Oculars, welche von der ersten einen unveränderlichen Abstand hat und folglich mit dieser dem Objectiv genähert oder von ihm entfernt werden kann, heisst die Collectivlinse des Fernrohrs, weil sie, wie sogleich gezeigt wird, die auf sie fallenden Lichtkegel in kleinere Räume zusammendrängt. Diese und die eigentliche Ocularlinse sind planconvexe Linsen. Wenden diese Ocularlinsen ihre convexen Seiten dem Objectiv zu, so bilden sie ein Huyghens'sches, und wenn sie ihre convexen Seiten sich selbst zukehren, ein Ramsden'sches astronomisches Ocular. In dem ersteren Falle steht, wie in Fig. 55, die

Fig. 55.



Collectivlinse (C) innerhalb der Brennweite (m p') des Objectivs, und das Bild eines vor dem Objectiv befindlichen Gegenstands erzeugt sich zwischen den beiden Ocularlinsen (in p); in dem zweiten Falle aber steht die Col-

lectivlinse ausserhalb der Brennweite des Objectivs und das durch dieses erzeugte Bild befindet sich zwischen der Objectiv- und der Collectivlinse. Für unseren Zweck genügt es, vorläufig die Wirkungsweise des häufiger angewendeten Huyghens'schen Oculars im Allgemeinen zu erörtern.

Stellt O das Objectiv eines astronomischen Fernrohrs, p' den Brennpunkt dieses Objectivs, C die Collectivlinse und A das Augenglas vor, so ist klar, dass die auf das Objectiv treffenden Lichtstrahlen sich nicht in der Brennebene p' e' zu einem Bilde vereinigen können, weil sie vorher auf die Convexlinse C treffen, welche die bereits gegen die Axe geneigten Strahlen (s o, s' o') durch Brechung noch stärker neigt und daher die Bildebene von p' nach p rückt. Die erste Wirkung der Collectivlinse besteht also darin, dass sie die Bildweite um die Länge p p' verkürzt. Da aber wegen des deutlichen Sehens die Brennebene der Ocularlinse A mit der Bildebene p e zusammenfallen muss, so wird, wie man sieht, in Folge der eingeschalteten Collectivlinse auch das ganze Fernrohr um das Stück p p' kürzer. Die übrigen Einwirkungen dieser Linse, welche wesentlicher sind als die eben angedeuteten, ergeben sich aus den nachfolgenden Betrachtungen über die Helligkeit und das Gesichtsfeld eines Fernrohrs. Wir legen denselben die vortreffliche Abhandlung von G. S. Ohm in dessen „Grundzügen der Physik“ (Seite 464 bis 488) zu Grunde.

§. 62. **Natürliche Helligkeit.** Jeder leuchtende Punkt strahlt nach allen Seiten hin Licht aus. Gelangt ein Theil dieses Lichts durch die Pupille in's Auge, so sehen wir den Punkt, indem sein auf der Netzhaut erzeugtes Bild in uns die Empfindung jenes Punkts hervorruft. Diese Empfindung ist stärker oder schwächer, je nachdem die in's Auge gelangende Lichtmenge grösser oder kleiner ist. Diese Lichtmenge hängt aber sowohl von der Grösse der Pupille als von der Stärke des am Auge ankommenden Lichts ab; es wird daher die Stärke der Empfindung im Auge $= p\,s$ sein, wenn p die Grösse der Pupille und s die Stärke des Lichts vor dem Augapfel ist. Sendet nicht bloss ein leuchtender Punkt, sondern die unendliche Anzahl von Punkten einer leuchtenden Fläche Licht in das Auge, so ist unter der Voraussetzung einer gleichförmigen Lichtstärke in jedem Punkte der Fläche der im Auge bewirkte Lichteindruck oder die Beleuchtung des im Auge empfundenen Bilds dieser Fläche: $L = u\,p\,s$, wobei u eine ausserordentlich grosse Zahl vorstellt. Die Lichtmenge L ist über die ganze Bildfläche b_1 verbreitet; es trifft folglich auf die Flächeneinheit des Bilds eine Lichtmenge $= L : b_1$, und diese Lichtmenge entspricht der Helligkeit h des Bilds im Auge und somit auch der Helligkeit, unter welcher die leuchtende Fläche vor dem Auge erscheint. Es ist folglich

$$h = \frac{L}{b_1} = \frac{u\,s\,p}{b_1}. \qquad (34)$$

Bezeichnet b die aus u Punkten bestehend gedachte leuchtende Fläche, so ist offenbar u s die Stärke des von ihr kommenden Lichts unmittelbar am Auge. Aus der Optik ist aber bekannt, dass die Stärke des von einer leuch-

tenden Fläche (b) ausgehenden Lichts von der Intensität i mit dem Quadrat der Entfernung (e) abnimmt; es wird daher in dem vorliegenden Falle

$$u\,s = \frac{b\,i}{e^2} \qquad (35)$$

und wenn man diesen Werth in Gleichung (34) setzt:

$$h = \frac{b\,i}{b_1\,e^2}\,p. \qquad (36)$$

Nach §. 22 und Fig. 3 verhalten sich die Durchmesser der Flächen b, b_1 des Gegenstands und seines Bilds wie ihre Abstände e, e_1 vom Kreuzungspunkte (m) des Auges, und folglich die Flächen selbst wie die Quadrate dieser Abstände. Setzt man den Werth von $b : b_1$, welcher sich aus der Proportion

$$b : b_1 = e^2 : e_1{}^2$$

ergibt, in die letzte Gleichung ein, so wird

$$h = \frac{i\,p}{e_1{}^2}. \qquad (37)$$

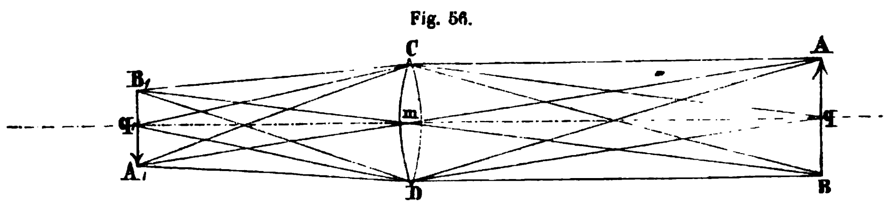
Hieraus folgt, dass die Helligkeit, womit man eine leuchtende Fläche sieht, nicht von deren Entfernung, wohl aber von der Grösse der Pupille und der Intensität des in der Fläche thätigen Lichts abhängt. Bei vollkommen reiner Luft sehen wir somit einen und denselben Gegenstand in sehr verschiedenen Abständen vom Auge gleich hell.

Alle äusseren Gegenstände, die wir anschauen, füllen, weil sie nach allen Richtungen strahlen, die ganze Pupille mit Licht aus, und da sich deren Grösse unter gewöhnlichen Umständen fast gar nicht ändert, so kann man für die Betrachtung jener Gegenstände auch die Grösse p als unveränderlich und folglich die Helligkeit als bloss von der Intensität i abhängig ansehen. Wenn wir dagegen, wie es bei Fernrohren der Fall ist, nur Bilder äusserer Gegenstände betrachten, so kann es kommen, dass nicht mehr die ganze Pupille mit Licht von diesen Bildern ausgefüllt wird, sondern nur ein Theil p' derselben. In diesem Falle erhält man aus der letzten Gleichung die Helligkeit h, wenn man p' für p setzt; denn wenn nur die Fläche p' der Pupille Licht empfängt, so ist das mit einer Zusammenziehung der Pupille auf die Grösse p' gleichbedeutend. Wir müssen demnach die Helligkeit, welche das blosse Auge gibt, oder die natürliche Helligkeit, von der Helligkeit eines optischen Instruments, z. B. eines Fernrohrs, unterscheiden. Die natürliche Helligkeit ist stets durch den Ausdruck (37) gegeben, die des Fernrohrs aber wird in den folgenden Paragraphen zugleich mit der Grösse des Gesichtsfelds bestimmt.

§. 63. **Helligkeit der Linsenbilder.** Stellt in Fig. 56 die Linie A B einen leuchtenden Gegenstand vor, welcher von der Linse C D um mehr als deren Brennweite entfernt ist, so gehen von den Punkten A, B, q die Lichtkegel A C D, B C D, q C D zur Linse und hinter dieser entstehen die Lichtkegel C A_1 D, C B_1 D, C q_1 D, welche in der Linie A_1 B_1 die Bilder A_1, B_1, q_1 der leuchtenden Punkte A, B, q darstellen. Vernachlässigt man den Lichtverlust, welcher durch die Brechung in der Linse veranlasst wird,

so kommt in den Bildpunkten eben so viel Licht an, als von den zugehörigen Gegenstandspunkten ausging. Je zwei zusammengehörige Kegel enthalten an ihren in der Linse liegenden Grundflächen gleichviel Licht: es

Fig. 56.



geben folglich je zwei solche Kegel in den Entfernungen $m\,q = a$ und $m\,q_1 = a_1$ gleiche Beleuchtung oder einerlei Lichtstärke. Heisst diese Stärke des Lichts an der Linsenfläche σ; jene, welche in dem Kegel C q D in der Entfernung ε von der Spitze q stattfindet, s, und die Lichtstärke in dem Kegel C q_1 D an der Stelle, welche ebenfalls um ε von der Spitze abliegt, s_1, so gelten nach bekannten Sätzen folgende zwei Proportionen:

$$\sigma : s = \varepsilon^2 : a^2 \text{ und } \sigma : s_1 = \varepsilon^2 : a_1{}^2$$

aus denen die dritte folgt:

$$s : s_1 = a^2 : a_1{}^2 \qquad (38)$$

welche lehrt, dass sich die Lichtstärken in gleichweit von den Spitzen entfernten Querschnitten zweier zusammengehöriger Lichtkegel wie die Quadrate der Kegelhöhen verhalten.

Bezeichnen b und b_1 die zusammengehörigen Flächen des leuchtenden Gegenstands und seines Bilds, wovon der erstere die Entfernung a und das letztere die Entfernung a_1 von der Linse hat, so verhält sich:

$$b : b_1 = a^2 : a_1{}^2. \qquad (39)$$

Da jeder Punkt der leuchtenden Flächen b und b_1 in der Entfernung ε eine Lichtstärke liefert, welche beziehlich s und s_1 ist, so werden alle Punkte der Flächen b und b_1, d. h. diese selbst in der Entfernung ε Lichtwirkungen m und m_1 hervorbringen, welche sich wie s und s_1 verhalten; es findet somit die Gleichung statt:

$$m : m_1 = s : s_1 = a^2 : a_1{}^2 = b : b_1 \qquad (40)$$

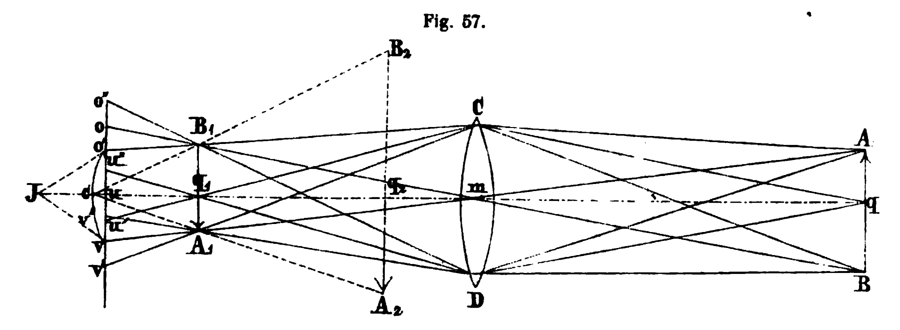
von denen die letztere lehrt, dass die leuchtende Fläche und ihr Bild gleiche Lichtintensität besitzen, und dass demnach auch Gegenstand und Bild im Auge gleich hell erscheinen, wenn alle einzelnen Lichtkegel die Pupille vollständig bedecken. Füllen die vom Bilde ausgehenden Lichtkegel nur einen Theil p' der Pupille aus, so ist, wie schon im vorigen Paragraph bemerkt wurde, die Helligkeit in dem Verhältniss von p zu p' geringer.

Es versteht sich von selbst, dass die vorstehenden Betrachtungen sich nicht ändern, wenn man statt des leuchtenden Gegenstands ein Bild annimmt; man kann dieselben also auch auf eine zweite, dritte, vierte Linse und die von denselben erzeugten Bilder der vor ihnen befindlichen Bilder anwenden; ja man kann das Auge selbst als die letzte dieser Linsen betrachten. Auf dieser Erwägung und auf der Voraussetzung, dass der durch

die verschiedenen Brechungen entstehende Lichtverlust nicht bedeutend sei, beruht die weitere Folgerung: dass alle in einem Fernrohre und in dem vor ihm befindlichen Auge entstehenden Bilder dieselbe Lichtintensität besitzen, wie der leuchtende Gegenstand, wenn die von dem letzten Bilde ausgehenden Lichtkegel die Pupille ganz ausfüllen.

§. 64. **Helligkeit und Gesichtsfeld bei zwei Linsen.** Bezeichnet C D in Fig. 57 eine Objectivlinse, so wird dieselbe hinter sich von einem vor ihr

Fig. 57.



liegenden Gegenstande A q B die Strahlenkegel C A_1 D, C B_1 D, C q_1 D erzeugen, welche den leuchtenden Punkten A, B, q entsprechen, von denen q in der Linsenaxe liegen soll. Die in den Bildkegeln liegenden Strahlen gehen über die Spitzen A_1, B_1, q_1 fort und bilden zwischen den Flächen A_1 B_1 und o'' v' die Scheitelräume A_1 v' v'', B_1 o' o'', q_1 u' u'' der Bildkegel, welche sich gerade so verhalten, als ob A_1, B_1, q_1 leuchtende Punkte wären von der Beschaffenheit, dass sie ausserhalb dieser Scheitelräume kein Licht geben. Denkt man sich an die Ebene o'' v' eine Ocularlinse (c) gerückt, so kann diese entweder alles Licht der Scheitelräume aufnehmen oder nur einen Theil davon. Nach unserer Figur empfängt diese Linse alles Licht des mittleren, einen Theil des unteren und gar kein Licht des oberen Scheitelraums. Es ist nun von selbst klar, dass in diesem Falle die Ocularlinse nur von den Punkten A_1 und q_1 neue Bilder erzeugen kann, von B_1 aber nicht; und dass das Bild von q_1, weil es das volle Licht hat, heller sein wird als das von A_1.

Es ist wohl nicht überflüssig, daran zu erinnern: erstens, dass der Gegenstand (hier das Bild q_1 oder A_1), welcher von einer Ocularlinse deutlich gesehen werden soll, sehr nahe um deren Brennweite von ihr stehen muss; und zweitens, dass nur der mittlere Theil einer Linse wirksam, der äussere aber verdeckt ist, um deren Kugelabweichung möglichst zu vermindern. Nach §. 52 Nr. 2 S. 73 hat man sich die wirksamste Breite E F der Objectiv- und der Ocularlinse höchstens gleich der Hälfte des Halbmessers der am stärksten gekrümmten Fläche oder höchstens gleich einem Drittel der Brennweiten (f, f_1) dieser Linsen vorzustellen. Wir werden diese Breite, wo es nöthig ist, $= \mu f$ setzen, wobei μ stets kleiner als 0,33 ist.

Wenn man der Ocularlinse c nur eine flache Wölbung gibt, so kann man die Ebene o″ v′, welche die Linse in u berührt und auf der Axe c m senkrecht steht, für die vordere Linsenfläche gelten lassen. Bei dieser Annahme werden die Durchmesser u′ u″, v′ v″, o′ o″ der Scheitelräume, welche zu q_1, A_1, B_1 gehören, einander gleich, weil die Dreiecke C q_1 D und u′ q_1 u″, C A_1 D und v′ A_1 v″, C B_1 D und o′ B_1 o″ einander ähnlich, die grösseren Dreiecke alle gleichgross und die Höhen der kleineren Dreiecke gleichlang sind. Bezeichnet demnach

β den Halbmesser der Kreise, nach welchen die Scheitelräume von A_1, q_1, B_1 die Ebene o″ v′ schneiden,
y die halbe wirksame Oeffnung der Objectivlinse C D,
a_1 die Bildweite des Objectivs C D, und
f_1 die Brennweite der Ocularlinse c,

so verhält sich:

$$y : \beta = a_1 : f_1.$$

Nimmt man die Ocularlinse sehr dünn an, so darf man auch den Halbmesser ϱ der Grundflächen der aus ihr tretenden Lichtkegel, welche bei dem Eintritte den Halbmesser β haben, diesem Halbmesser β gleich setzen. Da die Strahlen dieser Kegel aus der Brennebene des Oculars kommen, so werden sie nach der Brechung fast parallel mit der Axe austreten und folglich nahezu in der Breite 2ϱ zum Auge gelangen. Ist nun β nicht kleiner als ϱ und stellt ϱ den Halbmesser der Pupille vor, so werden die Lichtkegel von der Breite 2β oder 2ϱ die Pupille ganz ausfüllen. Setzt man in der letzten Gleichung ϱ für β, so kann man aus der Proportion:

$$y : \varrho = a_1 : f_1 \qquad (41)$$

die Brennweite f_1 einer Ocularlinse bestimmen, welche zu einem Objectiv von der wirksamen Oeffnung 2 y und einer Brennweite f, die der Grösse a_1 fast gleich ist, dann gehört, wenn alle Strahlenkegel die Pupille noch ganz ausfüllen und somit die Bilder ihre volle Helligkeit haben sollen. Bedenkt man weiter, dass das Verhältniss $a_1 : f_1$ sehr nahe die Vergrösserung des Fernrohrs ausdrückt, so lehrt die letzte Gleichung auch, dass die Vergrösserung nicht mehr als $y : \varrho$ betragen darf, wenn die Helligkeit des Bilds die natürliche sein soll.

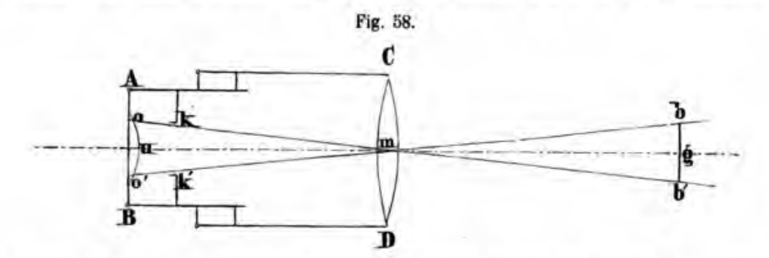
Hierbei ist vorausgesetzt, dass alle von dem Bilde kommenden Lichtkegel die Breite der Pupille haben und durch das Ocular zum Auge gelangen können; da dieses aber nicht immer der Fall ist, so muss noch weiter untersucht werden, was geschieht, wenn β grösser oder kleiner als ϱ ist und die Lichtkegel nur theilweise oder gar nicht durch die Ocularlinse dringen. Wenn $\beta > \varrho$ ist, so dürfen ohne Zweifel die Lichtkegel in der Breite $2\beta - 2\varrho$ über den Rand der Ocularöffnung hinausfallen, ohne dass eine Verminderung der Helligkeit eintritt. Will man bestimmen, wie weit in diesem Falle die Axen (A_1 v) der Lichtkegel (A_1 v′ v″) an der Ebene o″ v′ von der Instrumentenaxe (c m) abstehen dürfen, so ist, wenn man diesen

Abstand v u $= \delta$ und den Halbmesser der wirksamen, durch μf_1 gegebenen Ocularöffnung gleich η setzt, nach einer einfachen Ueberlegung:

$$\delta = \eta + \beta - 2\varrho. \tag{42}$$

Denkt man sich den senkrechten Kegel erzeugt, welcher (wie in Fig. 58) am Ocular eine Grundfläche von dem Halbmesser o u $= \delta$ hat, dessen Axe

Fig. 58.



m u die Instrumentenaxe ist und dessen Spitze im optischen Mittelpunkte m des Objectivs liegt, so schneidet dieser Kegel von dem in der Brennebene k k' des Oculars befindlichen Bilde denjenigen kreisförmigen Theil heraus, welcher durch das Ocular an allen Stellen mit ungeschwächter Helligkeit gesehen wird. Der Scheitelraum b m b' dieses Kegels bestimmt die Kreisflächen an Gegenständen ausserhalb des Objectivs, welche mit voller Helligkeit durch das vor dem Ocular befindliche Auge wahrgenommen werden. Haben diese Kreise in der Entfernung m g $=$ a vom Objectiv den Halbmesser b g $=$ r, so ist die scheinbare Grösse von r oder

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{r}{a} = \frac{\delta}{a_1 + f_1} = \frac{\eta + \beta - 2\varrho}{a_1 + f_1} \tag{43}$$

eine unveränderliche Grösse, so lange der Abstand der Linsen sich nicht ändert. Ohm nennt dieselbe „den scheinbaren Halbmesser des Gesichtsfelds von grösster gleicher Helligkeit."

Soll die Helligkeit nicht vermindert werden, so darf β nicht kleiner sein als ϱ; bei $\beta = \varrho$ findet noch volle Helligkeit statt und in diesem Falle ist

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\eta - \varrho}{a_1 + f_1}. \tag{44}$$

Wird die wirksame Breite 2η der Ocularlinse gerade der Pupillenbreite 2ϱ gleich, so erhält man $\varphi = 0$, d. h. es ist kein Gesichtsfeld von grösster gleicher Helligkeit mehr vorhanden; mit anderen Worten: es erscheint nur noch der Punkt des Gegenstands mit voller Helligkeit, welcher in der verlängerten Axe liegt, während alle Punkte ausserhalb dieser Axe um so weniger hell erscheinen, je grösser ihr Abstand von der Axe ist.

Diejenigen Stellen des Bilds, welche Strahlenkegel liefern, deren Axen den Rand der Ocularlinse gerade noch berühren, dringen zur Hälfte durch diese Linse und erscheinen desshalb in der halben natürlichen Helligkeit. Es ist klar, dass, wenn man sich mit dieser verminderten Helligkeit noch

begnügt, der Abstand δ um den Halbmesser ϱ grösser werden darf. Dieser neue Werth von δ oder

$$\delta' = \eta + \beta - \varrho \tag{45}$$

bestimmt „das Gesichtsfeld der grössten ungleichen Helligkeit“, nämlich: so lange $\beta > \varrho$ ist:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\eta + \beta - \varrho}{a_1 + f_1} \tag{46}$$

und wenn $\beta = \varrho$ wird:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\eta}{a_1 + f_1}. \tag{47}$$

Gewöhnlich bedient man sich der beiden letzten Gleichungen zur Bestimmung des Gesichtsfelds, da nur in seltenen Fällen ein Gesichtsfeld von grösster gleicher Helligkeit verlangt wird. Die Blenden k, k', welche nach Fig. 58 in der Ocularröhre angebracht werden, sind so eingerichtet, dass sie die halbe natürliche Helligkeit noch zulassen, d. h. ihre Oeffnung k k' greift nicht in den senkrechten Lichtkegel o m o' ein, dessen Breite am Ocular $= 2\,\delta'$ und dessen Spitze der optische Mittelpunkt des Objectivs ist.

Bezeichnen h, h', h'' die (nach Fig. 57) einander entsprechenden Durchmesser des Gegenstands A B und seiner Bilder A_1 B_1 und A_2 B_2, sowie f_1 und a_{11} die Entfernungen dieser Bilder von der Ocularlinse, und haben a und a_1 ihre vorige Bedeutung, so verhält sich, wie leicht einzusehen, $h : h'' = a\, f_1 : a_1\, a_{11}$ und es ist somit

$$h'' = \frac{a_1\, a_{11}}{f_1} \cdot \frac{h}{a}. \tag{48}$$

Ein Auge, das sich in dem Punkte J hinter dem Ocular befindet und von diesem um $J\,c = d$ absteht, sieht den Durchmesser h'' in der scheinbaren Grösse $\operatorname{tg} \varphi'' = h'' : (a_{11} + d)$, während $h : a$ die scheinbare Grösse $\operatorname{tg} \varphi'$ des Durchmessers h vom Mittelpunkte des Objectivs aus ist. Dividirt man die Gleichung (48) mit $a_{11} + d$, so kommt

$$\operatorname{tg} \varphi'' = \frac{a_1\, a_{11}}{f_1\,(a_{11} + d)} \operatorname{tg} \varphi' \tag{49}$$

und wenn man berücksichtigt, dass das Verhältniss von $\operatorname{tg} \varphi'' : \operatorname{tg} \varphi'$ die Vergrösserung v_1 des Fernrohrs bezeichnet, so wird

$$v_1 = \frac{\operatorname{tg} \varphi''}{\operatorname{tg} \varphi'} = \frac{a_1\, a_{11}}{f_1\,(a_{11} + d)}. \tag{50}$$

Da die Grösse d gegen a_{11} nur klein ist (denn $a_{11} + d$ stellt die Weite des deutlichen Sehens vor), so kann man das Verhältniss von $a_{11} : (a_{11} + d)$ der Einheit gleich nehmen; und da a_1 nur wenig von der Brennweite f des Objectivs verschieden ist, so wird wie früher (§. 57) die Vergrösserung sehr nahe gleich dem Verhältniss der Brennweiten des Objectivs und des Oculars.

Wenn man $a_1 = f$ setzt, so wird $a_1 + f_1 = f + f_1$ und da $f : f_1 = v_1$, folglich $f = v_1\, f_1$ ist, $a_1 + f_1 = f_1\,(v_1 + 1)$. Setzt man diesen Werth in

die Gleichung (44), so erhält man für das Gesichtsfeld von grösster gleicher Helligkeit:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\eta - \varrho}{f_1 (v_1 + 1)} = \frac{\omega}{v_1 + 1} \tag{51}$$

wobei $\eta - \varrho = \omega f_1$ ist; und für das Gesichtsfeld von grösster ungleicher Helligkeit wird

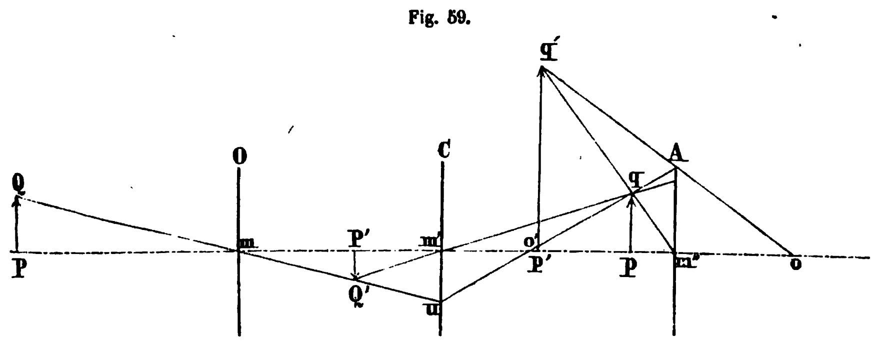
$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\eta}{f_1 (v_1 + 1)} = \frac{\omega_1}{v_1 + 1} \tag{52}$$

wobei $\eta = \omega_1 f_1$ ist. Man entnimmt hieraus, dass beide Arten von Gesichtsfeldern des Fernrohrs nahezu mit der Vergrösserung desselben abnehmen und folglich auch ein grosses Gesichtsfeld nur auf Kosten der Vergrösserung erlangt werden kann. Aus diesem Grunde und da es bei Land- und Erdmessungen meist nur auf die deutliche Uebersicht einzelner Punkte, kurzer Linien oder kleiner Flächen ankommt, verzichtet man bei den Fernrohren für geodätische Instrumente auf ein grosses Gesichtsfeld.

Da tg φ und tg φ' nur kleine Werthe haben, indem η höchstens $= \frac{1}{8} f_1$ angenommen wird, so kann man, um sofort die das Gesichtsfeld bestimmenden Winkel φ und φ' in Minuten auszudrücken, statt der Tangenten auch ihre Bögen und daher allgemein $\varphi = 3438 \operatorname{tg} \varphi$ und $t \varphi' = 3438 \operatorname{tg} \varphi'$ Minuten setzen. Für $\eta = \frac{1}{8} f_1$, also $\omega_1 = \frac{1}{8}$, gibt der letztere Ausdruck das Gesichtsfeld von grösster ungleicher Helligkeit für $v_1 = 10$, 20, 30 beziehungsweise $2 \varphi' = 208$, 109, 74 Minuten.

§. 65. Gesichtsfeld und Vergrösserung bei drei Linsen. In Fig. 59 mögen die Linien O, C, A beziehlich die Objectiv-, Collectiv- und Ocular-

Fig. 59.



linse mit den Brennweiten f, f_0, f_1, den Bildweiten a_1, a_0, a_{11} und den Abständen $m\,m' = c$, $m'\,m'' = c_1$ vorstellen. Nehmen wir zunächst an, dass jede Linse ein Bild erzeuge: das Objectiv vom Gegenstande P Q in P' Q', das Collectiv von P' Q' in p q, und die Ocularlinse von p q in p' q'; und setzen wir die Entfernung des Gegenstands P Q von dem Objectiv $= a$, so gelten folgende drei Gleichungen, deren Richtigkeit aus §. 49 hervorgeht:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1};\ \frac{1}{f_0} = \frac{1}{c - a_1} + \frac{1}{a_0};\ \frac{1}{f_1} = \frac{1}{c_1 - a_0} + \frac{1}{a_{11}}. \tag{53}$$

Nennen wir ferner die von der optischen Axe aus gerechneten grössten Höhen von P Q, P′ Q′, p q, p′ q′, welche durch das Ocular noch übersehen werden können, beziehlich h, h_1, h_0, h_{11}, so finden folgende drei weitere Gleichungen statt:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{h}{h_1}; \quad \frac{c - a_1}{a_0} = \frac{h_1}{h_0}; \quad \frac{c_1 - a_0}{a_{11}} = \frac{h_0}{h_{11}}. \tag{54}$$

Aus den beiden letzteren folgt:

$$h_{11} = \frac{a_1\, a_0\, a_{11}\, h}{a\,(c - a_1)\,(c_1 - a_0)}. \tag{55}$$

Befindet sich das Auge in dem Punkte o hinter der Linse A und ist $m'' o = d_1$, so wird die scheinbare Grösse des letzten Bilds gleich p′ q′: $p' o = a_{11} : (a_{11} + d_1)$, während die des Gegenstands, vom Objectiv aus genommen, gleich h : a ist. Dividirt man daher die letzte Gleichung erst mit $a_{11} + d_1$ und hierauf mit h : a, so gibt der Quotient die Vergrösserung des Fernrohrs mit drei Linsen:

$$v_{11} = \frac{a_1\, a_0\, a_{11}}{(c - a_1)\,(c_1 - a_0)\,(a_{11} + d_1)}. \tag{56}$$

Ist $d_1 = o$, d. h. hält man das Auge ganz nahe an die Ocularlinse A, so wird das Verhältniss $a_{11} : (a_{11} + d_1) = 1$. Dasselbe kann man aber auch in allen anderen Fällen annehmen, da d_1 gegen a_{11} stets nur gering ist; folglich ist genau genug:

$$v_{11} = \frac{a_1\, a_0}{(c - a_1)\,(c_1 - a_0)}. \tag{57}$$

Erwägt man, dass in den beiden Ausdrücken für v_{11} die Grösse $c_1 - a_0 = f_1$, $a_0 = c_1 - f_1$ und sehr nahe $a_1 = f$ ist, so wird nach Gleichung (56) die Vergrösserung

$$v_{11} = \frac{c_1 - f_1}{c - f} \cdot v_1 = \frac{c_1 - f_1}{c - f} \cdot \frac{f}{f_1}. \tag{58}$$

Die durch die Mitte des Objectivs gehenden und auf den Rand der zweiten Linse treffenden Strahlen schneiden sich nach der Brechung durch diese Linse in einem Punkte o′, welcher von der Linse C um die Länge $m' o' = b$ absteht. Von o′ aus gehen diese Strahlen auf die dritte Linse A und vereinigen sich nach ihrem Durchgange in dem Punkte o, welcher von A den Abstand $m'' o = d_1$ hat. Die Abstände b und d_1 ergeben sich aus den leicht zu bildenden Gleichungen:

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b} \text{ und } \frac{1}{f_1} = \frac{1}{c_1 - b} + \frac{1}{d_1}. \tag{59}$$

Aus der zweiten Gleichung folgt, wenn b aus der ersten bestimmt ist,

$$\frac{1}{d_1} = \frac{c_1 - b - f_1}{(c_1 - b)\, f_1} \tag{60}$$

und dieser Ausdruck gibt die Entfernung des Augenpunkts für ein astronomisches Fernrohr mit Collectivlinse. Hier darf man die Grösse f_1 gegen $c_1 - b$ nicht vernachlässigen, weil c_1 und b selbst nur kleine Grössen sind. In der optischen Praxis nimmt man gewöhnlich den Abstand der beiden

Ocularlinsen $c_1 = 2\,f_1$ und die Brennweite der Collectivlinse $f_0 = 3\,f_1$ an. (Vergl. das Ocular von Huyghens §. 68, Nr. 1). Unter dieser Voraussetzung folgen aus den Gleichungen (59) die Entfernungen

$$b = \frac{3\,c\,f_1}{c - 3\,f_1} \text{ und } d_1 = \frac{6\,f_1 + c}{3\,f_1 + 2\,c}\,f_1 \tag{61}$$

Für $f_1 = {}^1/_3$ Zoll und $c = 11$ Zoll wird somit $b = 1'',1$ und $d_1 = {}^1/_5$ Zoll, also d_1 nur $\frac{3}{5}$ von der Brennweite f_1.

Aus der Gleichung (58) folgt für $c_1 = 2\,f_1$ und $c = f - \frac{3}{2}\,f_1$ die Vergrösserung $v_{11} = \frac{3}{8}\,v_1$, wobei selbstverständlich von dem Vorzeichen minus abgesehen ist.

Soll das Fernrohr ein Gesichtsfeld von grösster gleicher Helligkeit haben, so muss alles Licht, welches von einem leuchtenden Punkte auf die Objectivlinse trifft, sich wieder in den Bildpunkten sammeln und von dem Ocular in der Breite der Pupille oder darüber austreten. Die Erfüllung dieser Bedingung erfordert folgende Eigenschaften der Linsen und ihrer Zusammenstellung. Bezeichnet nämlich y den Halbmesser der wirksamen Objectivöffnung, so hat der zu dem Bilde eines leuchtenden und in der optischen Axe liegenden Punkts gehörige Lichtkegel eine Grundfläche von der Breite $2\,y$ und eine Länge a_1. Der Scheitelraum dieses Kegels hat bis zur Collectivlinse eine Länge $c - a_1$ und an dieser eine Breite $2\,\beta'$. Es verhält sich somit

$$y : \beta' = a_1 : (c - a_1). \tag{62}$$

Ferner tritt aus der zweiten Linse ein Lichtkegel von der Basis $2\,\beta$ und der Länge a_0, und nachdem derselbe das zweite Bild erzeugt hat, setzt sich der Scheitelraum in einer Länge $c_1 - a_0$ bis an die Ocularlinse fort, wo er die Breite $2\,\beta''$ erhält. Für diese zwei Kegel gilt die Gleichung:

$$\beta : \beta'' = a_0 : (c_1 - a_0). \tag{63}$$

Soll nun alles von dem leuchtenden Punkte kommende Licht, mit Ausnahme des Verlustes bei den verschiedenen Brechungen, durch die drei Linsen hindurch gehen, so darf die wirksame Oeffnung $2\,y'$ der Collectivlinse nicht kleiner sein als $2\,\beta'$, und die Breite η der Ocularlinse nicht kleiner als $2\,\beta$. Ausser diesen zwei Bedingungen, welche sich in Zeichen so ausdrücken lassen:

$$\beta' \overline{\overline{>}}\, y' \text{ und } \beta \overline{\overline{>}}\, \eta \tag{64}$$

müssen auch noch folgende zwei erfüllt werden:

$$\beta \overline{\overline{>}}\, \varrho \text{ und } \eta \overline{\overline{>}}\, \varrho \tag{65}$$

indem nur in diesen Fällen die aus dem Ocular kommenden Lichtkegel die Pupille von der Breite $2\,\varrho$ ganz zu bedecken im Stande sind.

Darf das Fernrohr ein Gesichtsfeld von ungleicher Helligkeit haben, so müssen erstens die in Gl. 64 ausgesprochenen Bedingungen stattfinden, und zweitens müssen die äussersten Lichtkegel noch zur Hälfte durch das Ocular in's Auge dringen, damit der Rand des Gesichtsfelds noch halbe Helligkeit erhält. Diese zweite Bedingung wird erfüllt, wenn der von dem Rande des Gesichtsfelds kommende Hauptstrahl (Q m Q') die zweite Linse in einem

Abstande y' und die dritte in dem Abstande η von der Axe trifft, d. h. wenn sich verhält: $y' : \eta = b : (c_1 - b)$, oder wenn

$$\eta = (c_1 - b)\,\frac{y'}{b} = c_1\,\frac{y'}{b} - y' \qquad (66)$$

ist. Das Verhältniss von $y' : b$ ist offenbar die scheinbare Grösse des vom Punkte o' durch die Collectivlinse gesehenen Bilds von dem Gegenstande in seiner grössten Höhe über der Instrumentenaxe; bezeichnen wir dieselbe wie in Gl. 49 mit $\operatorname{tg} \varphi''$, so wird

$$\eta = (c_1 - b)\operatorname{tg}\varphi'' = c_1 \operatorname{tg}\varphi'' - y'. \qquad (67)$$

Ferner bestimmt der Winkel m' m u die Grösse des Gesichtsfelds φ' im Instrumente; es ist daher $c \operatorname{tg} \varphi' = y'$ und folglich, wenn man diesen Werth von y' in die letzte Gleichung einsetzt:

$$\eta = c_1 \operatorname{tg}\varphi'' - c \operatorname{tg}\varphi'. \qquad (68)$$

Die scheinbare Grösse des durch die Ocularlinse gesehenen letzten Bilds ist, wenn o den Augenpunkt bezeichnet, gleich

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{(u'\,m'')}{(o'\,m'')} = \frac{\eta}{d_1}.$$

Setzt man hierin für d_1 den Werth aus Gleichung (59) und berücksichtigt, dass sich nach Gleichung (66) $\eta : (c_1 - b) = y' : b$ verhält, so kommt:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{\eta}{f_1} - \frac{\eta}{c_1 - b} = \frac{\eta}{f_1} - \frac{y}{b}$$

und wenn man die Reciproke von b aus Gleichung (59) und den Werth von y' aus (68) nimmt, so wird

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{\eta}{f_1} - \frac{y'}{f_0} + \frac{y'}{c} = \frac{\eta}{f_1} - \frac{y'}{f_0} + \operatorname{tg}\varphi'. \qquad (69)$$

Will man dem Ausdrucke für $\operatorname{tg}\varphi_0$ eine bessere Form geben, so setze man, wie früher schon in ähnlicher Weise geschehen ist, das Verhältniss $\eta : f_1 = \omega_1$ und $y' : f_0 = \omega_0$: dann wird

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \omega_1 - \omega_0 + \operatorname{tg}\varphi'. \qquad (70)$$

Da das Verhältniss $\operatorname{tg}\varphi_0 : \operatorname{tg}\varphi'$ die Vergrösserung v_{11}, also $\operatorname{tg}\varphi_0 = v_{11} \operatorname{tg}\varphi'$ ist, so folgt aus der letzten Gleichung, nach Einführung dieses Werths von $\operatorname{tg}\varphi_0$:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{\omega_1 - \omega_0}{v_{11} - 1} \text{ oder } \varphi_0 = 3438'\,\frac{\omega_1 - \omega_0}{v_{11} - 1}. \qquad (71)$$

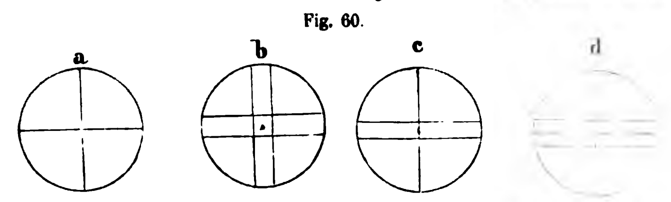
Soll unter übrigens gleichen Umständen das Fernrohr mit Doppelocular dasselbe Gesichtsfeld haben wie das einfache Fernrohr ohne Collectivlinse, so muss $\varphi_0 = \varphi'$ oder nach Gleichung (69) $f_0\,\eta = f_1\,y'$ sein, d. h. es müssen sich die Brennweiten der beiden Ocularlinsen wie ihre wirksamen Oeffnungen verhalten. Wenn demnach die wirksame Oeffnung der Ocularlinse $\eta = \frac{1}{3} f_1$ und die des Collectivs $= f_1$ ist, so wird das Gesichtsfeld

$$\varphi_0 = \varphi' = \frac{1146}{v_1 + 1} \text{ Minuten.}$$

§. 66. **Das Fadenkreuz.** Zu Messungen ist das astronomische Fernrohr erst dann geeignet, wenn es eine Vorrichtung besitzt, wodurch das

Zielen nach einer bestimmten Richtung möglich wird; denn bis jetzt sind in dem Kegelraume des Gesichtsfelds unendlich viele Ziel- oder Visirlinien und folglich bei Betrachtung eines Punkts eben so viele Lagen des Fernrohrs möglich. Die Vorrichtung, welche eine sichere Absehlinie gewährt, indem sie einen bestimmten Punkt des Gesichtsfelds bezeichnet, heisst das **Fadenkreuz**, weil sie dem Wesen nach aus zwei sich kreuzenden feinen Fäden besteht. Der Schnitt dieser Kreuzfäden gibt den eben genannten bestimmten Punkt des Gesichtsfelds und seine Verbindung mit dem optischen Mittelpunkte des Objectivs die **Absehlinie** an. Will man in einem Fernrohre mehr als eine solche Linie haben, so müssen durch eine hinreichende Anzahl Fäden eben so viele Kreuzungspunkte hergestellt werden, als man Visirlinien braucht. Die gebräuchlichsten Formen der Fadenkreuze sind in Fig. 60 abgebildet und es ist hierzu nur zu bemerken, dass die mit b be-

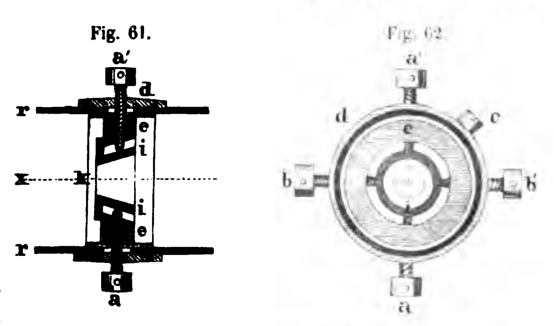
Fig. 60.



zeichnete Anordnung der Fäden in den Fällen angewendet wird, wo es sich darum handelt, nicht einen einzigen Punkt, sondern eine kleine Fläche in der Mitte des Gesichtsfelds zu betrachten.

Die Linien des Fadenkreuzes sind entweder sehr zarte Spinnweben oder noch feinere Platinadrähte, die man sich dadurch verschafft, dass man um einen dünnen Platinadraht einen Cylinder von Silber giesst und die Verbindung selbst zu einem sehr feinen Drahte auszieht. Löst man dessen Silberschichte in Salpetersäure auf, so bleibt der gesuchte Platinadraht übrig. Die Kreuzfäden werden auf die flache Seite eines Metallrings gespannt, der mit der Ocularröhre so verbunden ist, dass er sowohl längs der mechanischen Axe des Fernrohrs als senkrecht darauf bewegt werden kann. Die Bewegung nach der Axe des Fernrohrs ist nöthig, damit das Fadenkreuz an die Stelle vor dem Ocular gebracht werden kann, in welcher es hinter demselben deutlich gesehen wird; und die Seitenbewegung dient dazu, den Durchschnittspunkt der Fäden an die rechte Stelle des Gesichtsfelds zu bringen.

Fig. 61. Fig. 62.



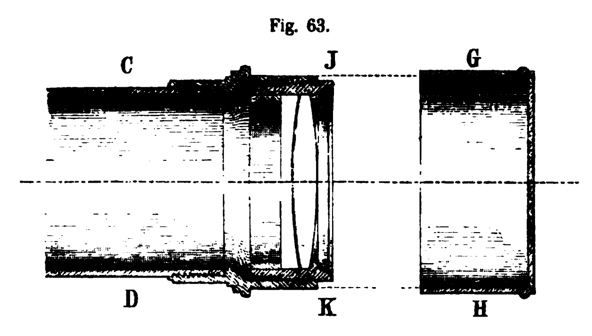
Die Figuren 61 und 62 zeigen die einfachste Einrichtung eines Fadenkreuzes: die erste ist ein Schnitt dieser Vorrichtung längs der Fernrohr-

axe, und die zweite ein senkrechter Querschnitt der Ocularröhre hinter dem Fadenkreuze. In beiden Figuren bedeutet r, r den Schnitt der Ocularröhre und i, i den Ring, auf dessen ebene gegen x gerichtete Fläche das Fadenkreuz k aufgeklebt ist. Die vier Stellschräubchen a, a', b, b', welche in einem zweiten in der Röhre verschiebbaren Ringe e, e ihre Muttern haben, halten den Ring i, i durch ihre Fusspunkte fest, sowie sie auch zu dessen Verschiebung gegen die Axe nach den Richtungen a a', a' a und b b', b' b dienen, wobei man stets nur die eine Schraube rück- und die andere vorwärts zu drehen braucht. Die Verstellung des Fadenkreuzes längs der Fernrohraxe geschieht, indem man nach Lüftung des Schräubchens c, welches den Ring d mit der Ocularröhre verbindet, diesen Ring und was mit ihm durch die Stellschräubchen verbunden ist, durch einen sanften Druck mit den Fingern längs dem (in der Zeichnung weiss gelassenen) Schlitze vor- oder rückwärts bewegt, und hierauf das Schräubchen c wieder anzieht.

Andere Einrichtungen des Fadenkreuzes werden mit den Instrumenten, an denen sie vorkommen, beschrieben werden.

§. 67. **Das ganze Fernrohr.** Nach den vorausgegangenen Betrachtungen über die Einrichtung und Wirkungsweise der einzelnen Theile eines Fernrohrs kann die Beschreibung der Gesammteinrichtung sehr kurz gegeben werden. Wir legen derselben das Fernrohr zu Grunde, welches bei den kleinen Ertel'schen Nivellirinstrumenten Anwendung findet und theilen nachfolgend zwei Schnitte desselben in natürlicher Grösse mit.

Fig. 63.

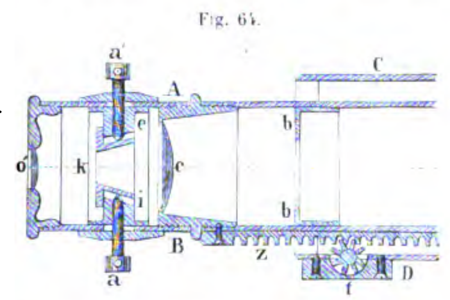


Der erste Schnitt stellt einen Theil der Objectivröhre (C D) mit dem achromatischen Objectiv, dessen Fassung (J K) und der Kapsel (G H), welche nach dem Gebrauche des Fernrohrs das Objectiv deckt, vor. Das Objectiv hat 10 Pariser Linien Oeffnung und eben so viel Zoll Brennweite. Die Objectivröhre ist ein messingener Cylinder, der an zwei 5 Zoll von einander entfernten Stellen von genau abgedrehten kupfernen Ringen umgeben ist. Diese Ringe haben ganz gleiche Durchmesser und ihre Mittelpunkte bestimmen die mechanische Axe des Fernrohrs, welches mit den Oberflächen dieser Ringe in einem cylindrischen oder y förmigen Lager ruht.

Der zweite Schnitt stellt die Ocularröhre (A B) mit ihrem Inhalte und

ihrer Verbindung mit der Objectivröhre (C D) dar. Jene Röhre lässt sich in dieser mit Hilfe des gezahnten Stängchens z und des Getriebs t, das von der Seite aus gedreht werden kann, vor- und rückwärts bewegen, um das Fadenkreuz k in die Bildebene des Collectivs zu bringen. Wird das Fadenkreuz durch das planconvexe Ocular o′ deutlich gesehen, so ist dasselbe auch mit dem in seiner Ebene befindlichen Bilde der Fall. Die Brennweite des Oculars beträgt 0″,32 und die der Collectivlinse c, welche in der Brennweite des Objectivs steht und vom Ocular 0″,64 entfernt ist, 0″,92. Diese auf einander folgenden Abmessungen verhalten sich folglich sehr nahe wie 1 : 2 : 3. Erfahrungsgemäss vergrössert dieses Fernrohr 19 bis 20mal, und damit stimmt die zwanzigmalige Vergrösserung, welche die Formel (58) in Verbindung mit (53) liefert, nahe genug überein.

Fig. 64.



Durch die Blenden b, b, wovon sich auch einige in der Objectivröhre befinden, werden die Randstrahlen von der Collectivlinse c abgehalten; nebenbei dient auch der Ring i des Fadenkreuzes als Blende. Zur Verhinderung störender Spiegelungen sind die inneren Wände der Objectiv- und Ocularröhre schwarz angestrichen.

§. 68. **Oculare.** Abgesehen von ihrer Grösse, unterscheiden sich die Messfernrohre in der Regel nur durch ihre Oculare von einander, wesshalb hier eine Zusammenstellung der gebräuchlichsten folgt.

1. Das H u y g h e n s'sche **O c u l a r** ist in der vorstehenden Figur 64 gezeichnet. Die beiden planconvexen Linsen (c, o′) wenden ihre ebenen Flächen dem Auge zu. Nennt man f_1 die Brennweite des Augenglases o′, so ist die Brennweite f_0 des Collectivglases $= 3\,f_1$ und der Abstand c der beiden Gläser von einander $= 2\,f_1$, so dass sich verhält

$$f_1 : c : f_0 = 1 : 2 : 3.$$

Das Fadenkreuz k steht fast in der Mitte der beiden Linsen (nur so viel näher am Augenglase o, als das deutliche Sehen durch dasselbe erfordert) und die Verkürzung des Lichtkegels beträgt $\frac{1}{2}\,f_1$, da die Bildebene des Objectivs stets um $\frac{2}{3}\,f_1$ von der Collectivlinse abstehen muss, wenn das durch diese erzeugte Bild in die Mitte k des Oculars o′ c fallen soll, wie man aus der dioptrischen Hauptformel findet, wenn man in derselben $f = 3\,f_1$ und $a_1 = f_1$ setzt. Hieraus folgt auch, dass das eben genannte Bild in dem Verhältniss von $\frac{3}{2}\,f_1 : f_1$ oder von $3 : 2$ kleiner sein muss als das, welches ohne Collectiv entstanden wäre: die Vergrösserung des Fernrohrs wird folglich in demselben Verhältniss verringert, die Helligkeit $\frac{9}{4}$mal vermehrt.

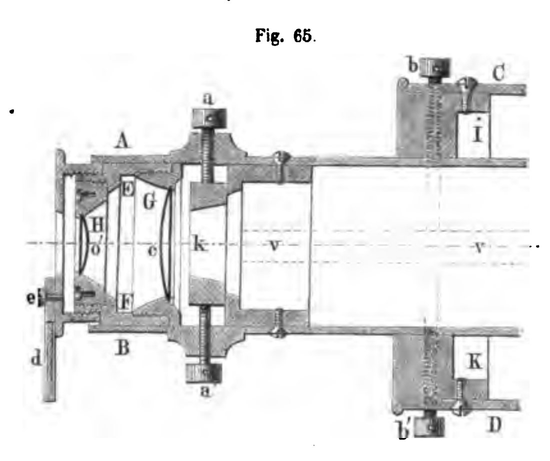
2. Das R a m s d e n'sche **O c u l a r** ist in Fig. 65 dargestellt. Die beiden planconvexen Linsen wenden sich gegenseitig ihre gekrümmten Flächen zu.

Mit der Brennweite f_1 des Augenglases o' gemessen, beträgt der Abstand c beider Linsen $\frac{4}{5}$ f_1 und die Brennweite des Collectivs $\frac{9}{5}$ f_1; es verhält sich folglich hier

$$f_1 : c : f_0 = 5 : 4 : 9.$$

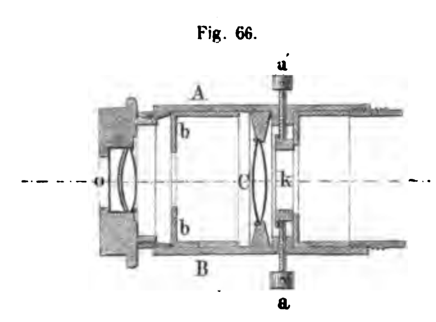
Das Fadenkreuz k steht fast genau um $\frac{1}{5}$ f_1 von der Linse c ab (nur so viel weniger, als das deutliche Sehen durch die Linse o' fordert) und die Verkürzung des Lichtkegels beträgt hier nur $\frac{1}{50}$ f_1, da die Bildebene des Objectivs nur um $\frac{9}{50}$ f_1 vom Collectiv abstehen darf, wenn das zweite Bild um $\frac{1}{5}$ f_1 vor diesem Glase entstehen soll, wie die dioptrische Hauptformel sofort nachweist, wenn man darin $f = f_0 = \frac{9}{5} f_1$ und $a_1 = - \frac{1}{5} f_1$ setzt. Daraus folgt auch, dass das eben genannte Bild in dem Verhältniss von 10 : 9 grösser ist als das, welches ohne Collectiv entstanden wäre: die Vergrösserung des Fernrohrs beträgt folglich $\frac{10}{9}$, die Helligkeit aber nur $\frac{81}{100}$ von der, welche das Objectiv allein zu Stande gebracht hätte. (Das Augenglas o' hat noch einen besonderen Deckel e, an dem sich hier ein Sonnenglas d befindet, das selbstverständlich auch am Huyghens'schen Ocular angebracht werden kann.)

Fig. 65.



3. Das orthoskopische Ocular wurde von dem Optiker Carl Kellner zu Wetzlar erfunden und im Jahre 1849 in einer besonderen Abhandlung [1] bezüglich seiner Leistungen, aber nicht in Hinsicht auf seine genaue Construction beschrieben. Dasselbe ist in Fig. 66 abgebildet. Demnach besteht das Kellner'sche Ocular aus drei Linsen, einem biconvexen Collectiv C, dessen flachere Krümmung dem Objectiv zugewendet ist, und einem achromatischen Augenglase o, dessen Construction den Fraunhofer'schen achromatischen Linsen ähnlich ist.

Fig. 66.



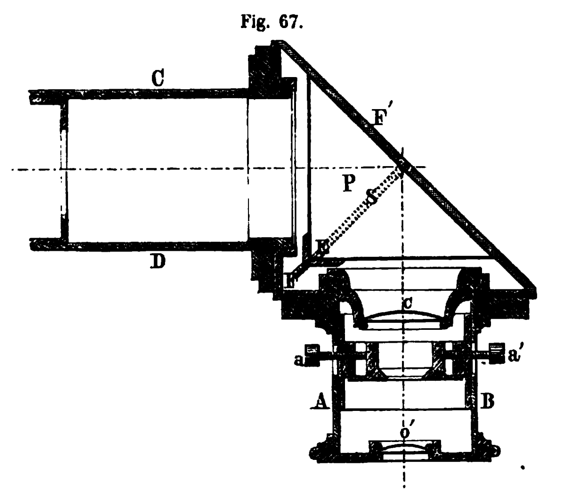
Diese drei Linsen des Oculars haben jedoch, nach der Angabe seines Erfinders, nur vier spiegelnde Flächen; es müssen sich also die beiden Linsen des Glases o genau berühren. Bezüglich der Stellung des Faden-

[1] »Das orthoskopische Ocular, eine neu erfundene achromatische Linsencombination« von C. Kellner, Braunschweig 1849.

kreuzes k gegen die beiden Linsen, erinnert dieses Ocular an das von Ramsden, unterscheidet sich aber, von der Linsenform abgesehen, durch die Entfernungen der Linsen vom Fadenkreuze und durch die Blende (b, b) zwischen den Gläsern C und o. Seinen Beinamen „orthoskopisch“ (von ὀρϑός gerade und σκοπέω beobachte) führt dieses Ocular von seinem Hauptvorzuge, dass es von einem ebenen Gegenstande auch ein ebenes, und von jedem Gegenstande ein gerades ungekrümmtes, perspectivisch richtiges, seiner ganzen Ausdehnung nach scharfes Bild liefert. Die sämmtlichen Vorzüge des in der That ausgezeichneten Kellner'schen Oculars sind auf S. 18 bis 20 der oben genannten Abhandlung angeführt, worauf wir diejenigen Leser, welche Genaueres darüber wissen wollen, verweisen müssen.

4. Das prismatische Ocular (Fig. 67) hat seinen Namen von dem gleichschenklig-rechtwinkligen Glasprisma P, welches die längs der Fernrohraxe kommenden Lichtstrahlen um einen rechten Winkel in die Axe o′c des Oculars ablenkt, und es wird dann angewendet, wenn es die Bequemlichkeit der Beobachtung erhöht, z. B. bei Bestimmung der scheinbaren Höhen hochstehender Sterne, bei der mit dem Reflexionskreise auszuführenden Messung von sehr stumpfen Winkeln u. s. w.

Fig. 67.



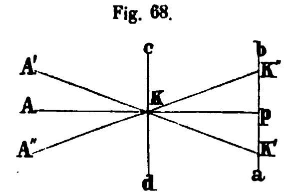
Das Ocular selbst kann eines der drei eben beschriebenen Doppeloculare sein; in der Zeichnung ist ein Huyghens'sches angenommen. Das Prisma ruht in einem messingnen Stuhle F und ist rings von Deckplatten F′, S, S umgeben, die es gegen Beschädigung schützen und jedes störende Seitenlicht abhalten. Bei F ist das prismatische Ocular an die Ocularröhre C D des Fernrohrs angeschraubt. Diese Röhre ist nicht dieselbe, welche eines der drei Doppeloculare aufnimmt, sondern eine eigene, was mit der Grösse dieser Oculare zusammenhängt. Auch ohne diesen Umstand wäre es nöthig, dass der Collimationsfehler des Fernrohrs für jedes Ocular besonders bestimmt werden muss.

§. 69. **Parallaxe des Fadenkreuzes.** Es ist bereits bemerkt worden, dass man das Fadenkreuz und das vom Objectiv erzeugte Bild nur dann gleichzeitig deutlich sieht, wenn beide in einer Ebene liegen und diese den rechten Abstand vom Ocular hat. Dieser Abstand ergibt sich aber, wenn man das Fernrohr gegen die freie Luft oder eine weit entfernte weisse

Wand richtet und das Fadenkreuz so lange verschiebt, bis seine Fäden als reine schwarze Linien erscheinen. Hat somit das Fadenkreuz die rechte Entfernung, so ist es bei jeder Beobachtung mit dem Fernrohre nöthig, durch Verstellen der Ocularröhre die Bildfläche in die Ebene des Fadenkreuzes zu bringen. Das Zusammenfallen beider Ebenen erkennt man aber an der scheinbaren Deutlichkeit des abgebildeten Gegenstands noch nicht zuverlässig genug, weil das Auge in der Schätzung der Deutlichkeit Schwankungen unterworfen ist: man kann Fadenkreuz und Bild zugleich deutlich zu sehen glauben, während dieses doch etwas vor oder hinter jenem liegt. Das einzige sichere Merkmal von der Deckung der Kreuz- und Bildfläche ist, dass der Schnittpunkt des Fadenkreuzes stets einen und denselben Punkt des Bilds deckt, wie man auch das Auge vor dem Ocular bewegen mag. Liegen dagegen Bild und Fadenkreuz in verschiedenen Ebenen, so deckt der Kreuzpunkt bei jeder veränderten Stellung des Auges einen anderen Punkt des Bilds und folglich auch des Gegenstands. Hieraus entspringt aber eine Ungenauigkeit in der Einstellung des Fernrohrs auf einen bestimmten Punkt, oder in der Ablesung durch dasselbe auf einer eingetheilten Latte, mit anderen Worten: ein Messungsfehler.

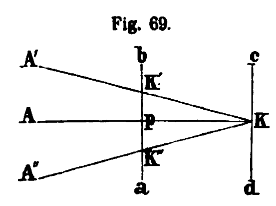
Man nennt die Abweichung der Bildfläche von der Ebene des Fadenkreuzes dessen Parallaxe und kann dieselbe leicht durch Verstellen der Ocularröhre beseitigen. Ob diese Röhre vor- oder rückwärts zu stellen ist, ergibt sich aus folgender Betrachtung.

Fig. 68.



Steht das Fadenkreuz (c d) wie in Fig. 68 vor der Bildebene (a b) und ist A die Stellung des Auges, in welcher der Kreuzungspunkt k den Bildpunkt p deckt, so wird derselbe Kreuzpunkt in der Stellung A' des Auges den Punkt k' und wenn das Auge sich in A'' befindet, den Punkt k'' decken. Da man die Projectionen k' und k'' des Fadenkreuzes auf die Bildebene a b in der Einbildung als feststehende Punkte ansieht, so scheint sich der Bildpunkt p in dem ersten Falle von dem Punkte k' weg in der Richtung k' p, und in dem zweiten Falle von dem Punkte k'' weg in der Richtung k'' p bewegt zu haben. Diese scheinbaren Bewegungen gehen demnach in denselben Richtungen vor sich, in denen sich das Auge bewegt, und man bezeichnet dieses durch den Ausdruck: „das Bild geht mit dem Auge."

Fig. 69.



Steht dagegen das Fadenkreuz (c d) wie in Fig. 69 hinter der Bildebene (a b) und deckt für eine beliebige Stellung A des Auges der Kreuzpunkt k den Bildpunkt p, so wird für eine zweite Stellung A' des Auges der Kreuzpunkt k den Bildpunkt k', und für eine dritte Stellung A'' derselbe Punkt k den Bildpunkt k'' decken. Aus der vorhin angegebenen Ursache scheint sich während der Bewegung des Auges

von A nach A' der Bildpunkt p von k' nach p, und während der Bewegung des Auges von A nach A'' derselbe Punkt p von k'' nach p bewegt zu haben. Da diese Richtungen denen der Augenbewegungen entgegengesetzt sind, so sagt man: „das Bild bewegt sich gegen das Auge."

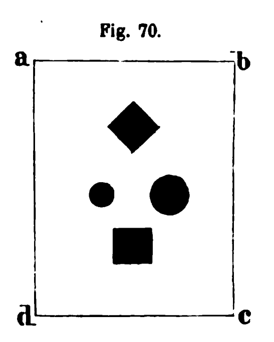
Fasst man die eben gewonnenen Ergebnisse zusammen, so ergibt sich für das Wegschaffen der Parallaxe des Fadenkreuzes folgende Regel: Je nachdem sich das Bild mit dem Auge oder gegen dasselbe bewegt, ist das Fadenkreuz dem Objectiv zu nähern oder von ihm zu entfernen.

§. 70. **Prüfung des Fernrohrs.** Die Forderungen, welche man an ein gutes Messfernrohr stellt, sind folgende: Aehnlichkeit und Deutlichkeit der Bilder, hinreichende Vergrösserung, scharfe Centrirung des Objectivs und richtige Lage des Fadenkreuzes.

1) Will man ein Fernrohr auf seine Deutlichkeit prüfen, so verfährt man nach Fraunhofer am besten in folgender Weise.

Man zeichne auf eine weisse Tafel (Fig. 70) einige regelmässige schwarze Figuren, etwa Quadrate und Kreise von 15 mm bis 45 mm Durchmesser und stelle diese Tafel in einer Entfernung von 50 bis 100 Meter vor dem zu prüfenden Fernrohre so auf, dass sie gut beleuchtet ist. Zeigt das Fernrohr bei richtiger Stellung des Oculars (d. h. nach Entfernung der Parallaxe) diese Figuren nicht durchgängig gleich schwarz, sondern an den Rändern grau; oder verändert es ihre regelmässige Gestalt durch Verlängerung der einen oder anderen Richtung; oder erscheinen die Grenzen der Figuren mit einem farbigen Saume von roth, gelb und grün: so ist das Fernrohr mit Mängeln behaftet, die es nicht haben soll. Erscheinen dagegen die Figuren durchgehends gleich schwarz und unverzerrt, und ist an deren Rändern nur ein schwacher bläulicher Saum bemerkbar, so lässt das Fernrohr in Beziehung auf Deutlichkeit nichts zu wünschen übrig. Eine blaue Färbung am Rande zeigen sogar die besten Fernrohre von Fraunhofer, weil bei Berechnung ihrer Objective die dunkelblauen und violetten Strahlen gar nicht berücksichtigt wurden, um die übrigen desto besser zu vereinigen.

Fig. 70.

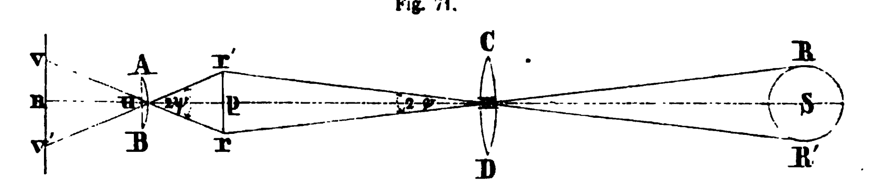


2) Was die Vergrösserung des Fernrohrs betrifft, so ist bereits im §. 57 angeführt worden, wie man dieselbe durch Versuch bestimmen kann, wenn die Brennweiten des Objectivs, des Oculars und der Collectivlinse nicht bekannt sind. Ein von jenem verschiedenes Verfahren, die Vergrösserung zu finden, ist das, welches Valz vorgeschlagen hat. Es besteht im Allgemeinen darin, dass man den Sehwinkel der Sonne mit demjenigen Winkel vergleicht, unter welchem die von dem Sonnenrande kommenden Strahlen aus dem Ocular des Fernrohrs treten.

Stellt in Fig. 71 (S. 102) die Scheibe S die Sonne, AB das Ocular und CD das Objectiv eines auf sie gerichteten Fernrohrs vor, so werden

die Randstrahlen R m, R' m der Sonne die Wege R m r u v, R' m r' u v' machen, wenn r r' die Brennebene des Objectivs ist. Auf einer ebenen Fläche v v', welche in geringer aber genau bekannter Entfernung n u = e

Fig. 71.



vom Ocular senkrecht zur Fernrohraxe steht, wird der Durchmesser v v' = d des Sonnenbilds gemessen. Aus d und e findet man $\operatorname{tg} \psi$, während $\operatorname{tg} \varphi$ im Mittel $= \operatorname{tg} 32' 10''$ ist. Das Verhältniss von $\operatorname{tg} \psi$ zu $\operatorname{tg} \varphi$ gibt die gesuchte Vergrösserung

$$v = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \varphi} \cdot \frac{d}{e} = \tfrac{1}{2} \cot \varphi \cdot \frac{d}{e} \qquad (72)$$

wobei zu bemerken ist, dass der Werth von $\frac{1}{2} \cot \varphi$ zwischen 52,5 und 54,5 schwankt und im Januar am kleinsten, im Juli am grössten ist; das Mittel von $\frac{1}{2} \cot \varphi = 53{,}5$ gilt für April und October.

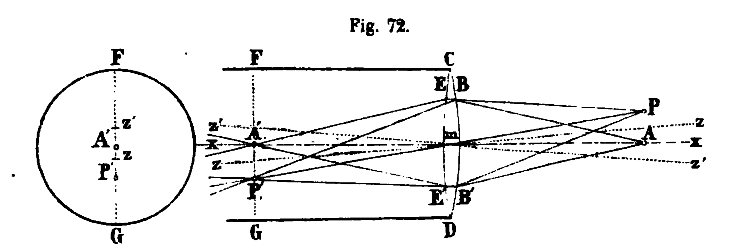
Will man die Brennweite f des Objectivs durch Versuch bestimmen, so stelle man das Fernrohr auf einen sehr weit entfernten Gegenstand so ein, dass Fadenkreuz und Bild deutlich erscheinen und keine Parallaxe stattfindet, messe die Abstände des Objectivs und des Augenglases von der Fadenkreuzebene, welche beziehlich d und f_1 heissen sollen, so ist bei einem Ocular von Huyghens $f = d + \frac{1}{2} f_1$ und bei einem Ocular von Ramsden $f = d - \frac{1}{5} f_1$, woraus sich die beziehlichen Vergrösserungen von $\frac{3}{2} \frac{f}{f_1}$ und $\frac{10}{9} \frac{f}{f_1}$ sofort ergeben.

3) Die vollkommene Centrirung des Objectivs, worunter das Zusammenfallen der Axe oder mindestens des optischen Mittelpunkts dieser Linse mit der mechanischen Axe der Objectivröhre zu verstehen ist, muss schon desshalb gefordert werden, weil sich ausserdem die Lage der Visirlinie bei der Drehung des Fernrohrs um seine mechanische Axe jeden Augenblick ändern würde, wodurch oft beträchtliche Messungsfehler entstehen könnten.

Ob eine Objectivlinse vollkommen centrirt ist, erkennt man daran, dass sich das durch sie erzeugte Bild eines entfernten Punkts nicht bewegt, wenn man das Fernrohr in einem festen Lager vorsichtig um seine mechanische Axe dreht. Denn stellt in Fig. 72 die Linie x x die mechanische Axe, m den in ihr liegenden optischen Mittelpunkt des Objectivs (C D) und P einen leuchtenden Punkt vor, so liegt dessen Bild in dem Hauptstrahle P m und in der Entfernung $A' m = a_1$, welche sich nach Gleichung (22) bestimmen lässt. Denkt man sich das Fernrohr um seine mechanische Axe x x um einen beliebigen Winkel gedreht, so bleibt doch der Punkt m

stets an seiner Stelle; und da das Bild des unbeweglichen Punkts P stets in dem Hauptstrahle P m und in der Entfernung $A' m = a_1$ von der Linse liegen muss: so ist klar, dass in dem hier angenommenen Falle, wo m in x x liegt, das Bild P' die Drehung des Fernrohrs nicht theilt.

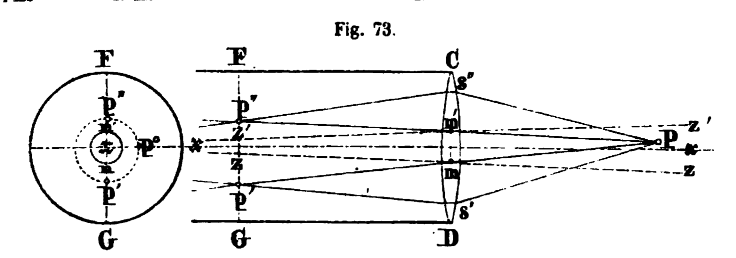
Fig. 72.



Man entnimmt aus der vorstehenden Figur leicht, dass es nicht durchaus nöthig ist, dass die optische Axe des Objectivs mit der mechanischen Axe seiner Röhre zusammenfalle; denn wenn auch z z die Axe der Linse wäre und diese nach einer Drehung um 180° in die Lage z' z' käme, so gäbe es doch nur eine einzige Absehlinie und ein unveränderliches Bild von P, so bald sich, wie hier vorausgesetzt wird, der optische Mittelpunkt und der Schnittpunkt des Fadenkreuzes in der Axe x x befinden. Wenn nun auch eine Abweichung beider Axen, vorausgesetzt, dass sie sich im optischen Mittelpunkte des Objectivs schneiden, der Lage der Absehlinie nicht schadet, so darf diese Abweichung aus anderen Gründen doch nur äusserst gering sein.

Ein nicht vollkommen centrirtes Objectiv gibt sich dadurch zu erkennen, dass das von ihm erzeugte Bild eines leuchtenden Punkts rotirt, wenn man das Fernrohr um seine mechanische Axe dreht. Denn ist in Fig. 73 wieder

Fig. 73.



x x die mechanische Axe und P ein leuchtender Punkt, liegt aber der optische Mittelpunkt m ausserhalb der Linie x x, so wird dieser Mittelpunkt bei der Drehung des Fernrohrs einen Kreis von dem Durchmesser m m' um die Axe x x und der von P ausgehende Hauptstrahl P m einen Kegel beschreiben, dessen Spitze P und dessen Leitlinie der Kreis m m' ist. In dieser Kegelfläche muss somit das Bild von P sich bewegen und zwar in der elliptischen Schnittlinie P' P'', welche die Ebene F G erzeugt, deren Abstand a_1 von der Linse sich leicht berechnen lässt.

Ist ein Objectiv nicht richtig centrirt, so kann diesen Fehler nur der Mechaniker, aber nicht der Beobachter (insofern er nicht selbst optischer Künstler ist) berichtigen, da hierfür am Fernrohre keine Vorrichtungen angebracht sind.

4) Die richtige Lage des Fadenkreuzes erfordert erstens, dass es deutlich gesehen werde, und zweitens, dass sein Schnittpunkt in der mechanischen Axe liege. Die erste Forderung, von deren Erfüllung bereits auf S. 100 die Rede war, ist von selbst klar, und die zweite, welche hier besprochen wird, muss gemacht werden, damit bei der Drehung des Rohrs nicht verschiedene Absehlinien entstehen, was der Fall wäre, wenn sich der Schnittpunkt ausserhalb der mechanischen Axe des Fernrohrs befände.

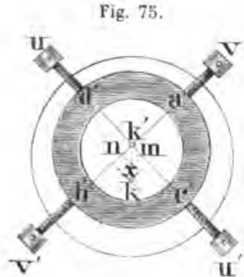
Wir setzen jetzt ein gut centrirtes Objectiv voraus. In diesem Falle wird das Bild eines etwa 50^m entfernten scharfbegrenzten und gut beleuchteten Punkts, den man anvisirt, stets an derselben Stelle der mit dem Fadenkreuze in einer Ebene liegenden Bildfläche verbleiben, wenn man das Fernrohr vorsichtig um seine mechanische Axe dreht. Dagegen wird der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes, wenn er nicht in dieser Axe liegt, um dieselbe einen Kreis beschreiben; befindet er sich aber in der Fernrohraxe und ist er auf den äusseren Punkt gerichtet, so wird er diesen bei der Drehung des Rohrs fortwährend decken.

Angenommen, der Kreuzungspunkt befinde sich in k (Fig. 74) und decke dort einen bestimmten Bildpunkt, so beschreibt derselbe, wenn das Rohr um seine Axe x gedreht wird, den Kreis k k′ k, während der Bildpunkt in k bleibt. Nach einer halben Drehung des Rohrs hat das Fadenkreuz a b, c d die Lage a′ b′, c′ d′ angenommen und es steht dessen Schnittpunkt k′ von dem Bildpunkte k um den Durchmesser (k k′) des von ihm beschriebenen Kreises ab. Dieser Durchmesser ist dem doppelten Abstande (k x) des Fadenkreuzpunkts von der Axe des Fernrohrs gleich: die Verbesserung hat sich somit nur auf die Hälfte des durch k k′ angezeigten Fehlers zu erstrecken.

Fig. 74.



Fig. 75.



Da der Ring (Fig. 75), welcher das Fadenkreuz trägt, nicht in der Richtung k′ k, sondern nur in den Richtungen der Kreuzfäden bewegt werden kann, so muss der Faden a′ b′ um das Stück n x und der Faden c′ d′ um das Stück m x gegen die Axe bewegt werden: jenes geschieht durch Zurückdrehen des Schräubchens u′ und Vorwärtsdrehen des Schräubchens u, dieses aber durch Lüftung des Schräubchens v′ und Nachdrehen des Schräubchens v. Glaubt man den Ring genug verstellt zu haben, so wiederholt man den ersten Versuch und nöthigen Falls die Berichtigung. Es versteht sich wohl von selbst, dass es

nur der Berichtigung eines Fadens bedarf, wenn der andere schon durch die Axe (x) des Fernrohrs geht.

§. 71. **Genauigkeit des Zielens.** Die mit Fadenkreuz versehenen Fernrohre gewähren die zuverlässigsten Visirlinien. Ueber die Genauigkeit derselben hat Professor Stampfer Versuche angestellt, welche im 18. Bande der Jahrbücher des Wiener polytechnischen Instituts beschrieben sind. Von diesen Versuchen haben wir bereits in §. 27, welcher von der Genauigkeit der Diopter handelt, Einiges mitgetheilt; hier folgen noch einige Ergebnisse dieser Untersuchungen, welche sich auf die Fernrohre beziehen.

a) Die Genauigkeit des Zielens mit guten achromatischen Fernrohren ist unter günstigen äusseren Umständen nahehin der Vergrösserung proportional, wenn dieselbe nicht zu stark ist und dadurch der Helligkeit Eintrag thut. Man findet den wahrscheinlichen Zielfehler eines guten und nur mässig vergrössernden Fernrohrs nahezu, wenn man den des blossen Auges oder eines Diopters, der auf 15 Secunden anzuschlagen ist, mit der Vergrösserung des Fernrohrs dividirt.

b) Fernrohre, welche keine achromatischen Objective haben, gewähren bei schwacher Vergrösserung dieselbe Genauigkeit der Visur wie achromatische; bei stärkerer Vergrösserung nimmt aber diese Genauigkeit ab, da alsdann die störenden Einflüsse der Kugel- und Farbenabweichung mehr hervortreten. Desshalb werden, wie schon oben bemerkt, fast nur achromatische Fernrohre zu Messinstrumenten verwendet.

c) Es ist für die Genauigkeit des Visirens nicht vortheilhaft, den Fernrohren der geometrischen Instrumente grössere Objective zu geben als die nothwendige Helligkeit erfordert. Unter übrigens gleichen Umständen und namentlich bei einerlei Vergrösserung gewährt das astronomische Ocular eine grössere Schärfe des Zielens als das terrestrische.

d) An geometrischen Instrumenten haben Fernrohre mit schwachen Vergrösserungen Vorzüge vor denen mit starken Vergrösserungen; denn abgesehen davon, dass das Gesichtsfeld mit der Vergrösserung abnimmt, so vermindert sich auch die Helligkeit mit der Zunahme der Vergrösserung, während gleichzeitig der störende Einfluss der Luftbewegung auf die Schärfe der Bilder sich steigert. Es genügt, wenn die Vergrösserung des Fernrohrs der in Zollen ausgedrückten Brennweite des Objectivs gleichkommt oder höchstens doppelt so viel beträgt.

§. 72. **Practische Bemerkungen.** Der ausübende Geometer kommt nicht selten in den Fall, an seinen Fernrohren Arbeiten vornehmen zu müssen, die sonst nur der Mechaniker macht. Dahin gehört das Einziehen von Fadenkreuzen und das Reinigen der Linsengläser. Es erscheint daher nicht überflüssig, eine kurze Anleitung dazu hier beizufügen.

Das Einziehen von Kreuzfäden setzt einen Vorrath von guten Spinnenfäden voraus. Die besten liefert die kurzbeinige schwarze Spinne, welche sich fast überall findet. Setzt man dieselbe auf den einen Zweig eines gabelförmigen Reisigs und lässt sie bald darauf abfallen, so spinnt

sie einen sehr feinen Faden, den man durch Umdrehen der Gabel aufhaspeln kann. Diejenigen ausgespannten Stücke, welche durch eine Lupe als die feinsten und gleichförmigsten erscheinen, entsprechen dem vorliegenden Zwecke, wenn sie sofort verwendet und vor Staubanflug geschützt werden.

Ist man im Besitze geeigneter Fäden, so nimmt man den Ring, der das Fadenkreuz trägt, vorsichtig aus der Ocularröhre, reinigt die Vorderfläche desselben, welche zur Aufnahme des Fadenkreuzes bestimmt ist, von Schmutz und stellt ihn, mit der Vorderfläche nach oben, auf eine feste Unterlage, die nicht breiter ist als er selbst. Nun klebt man an die Enden eines ausgewählten Stücks Spinnenfaden zwei kleine Bleistückchen, macht den Faden etwas feucht und legt ihn so über die gereinigte Fläche des Rings, dass er in der Richtung zweier Ritzen, welche die ihm zu gebende Lage bezeichnen, durch die herabhängenden Gewichte angespannt wird.

Eben so verfährt man mit dem zweiten Faden. Hierauf untersucht man mit der Lupe, ob die Fäden genau in den Ritzen liegen, und bringt sie, wenn es nicht der Fall sein sollte, durch Verschiebung mit einer Nadel hinein. Alsdann betupft man die auf dem Ringe liegenden Stellen der Kreuzfäden mit gutem Kopalfirniss, ohne dabei die Kante der Blendenöffnung zu berühren, und schneidet endlich, wenn der Firniss trocken geworden ist, die Bleistückchen von den Fäden in passender Entfernung ab. Damit die feinen Spinnfäden beim Aufziehen gut gesehen werden können, ist es zwar nicht nöthig aber gut, dass die Unterlage des Ringes eine schwarze Oberfläche habe.

Zur Reinigung der Objective hat Fraunhofer in dem 3. Bande der astronomischen Nachrichten von Schumacher Anleitung gegeben. Es wird darin auch gezeigt, wie man ein achromatisches Objectiv behufs der Reinigung zerlegt und wieder zusammensetzt. Die richtige Zusammensetzung erfordert aber schon kunstgeübte Hände, so dass es für den, der kein practischer Optiker ist, gerathener erscheint, sich mit der Zerlegung der Objective nicht zu befassen, um die inneren Linsenflächen zu reinigen, sondern sich mit der Reinigung der beiden äusseren Flächen des Objectivs und der übrigen einfachen Linsen um so mehr zu begnügen, als diese Reinigung für die meisten Fälle ausreicht.

Aus den Figuren 63 und 64 ersieht man, dass sich sowohl das achromatische Objectiv als das einfache Ocular und die Collectivlinse mit ihren Fassungen von den betreffenden Röhren leicht abschrauben lassen, und dass man den Aussenflächen beikommen kann, ohne die Linsen aus der Fassung zu nehmen. Nach diesem Abschrauben werden die Linsenflächen zuerst mit Weingeist und einem feinen leinenen Tuch und hierauf mit einem in Kreidewasser gewaschenen und wieder getrockneten Leinenlappen geputzt. Der Kreide wegen staubt dieser Lappen etwas, aber gerade dieser Staub nimmt den Schmutz am sichersten weg. Glaubt man denselben hinreichend

beseitigt zu haben, so kehrt man die Gläser mit einem feinen Haarpinsel vorsichtig ab und setzt sie wieder in das Rohr ein. Es bedarf wohl kaum der Erinnerung, dass man während dieser Reinigung das Fadenkreuz so aufbewahren muss, dass es vor allem Staubanflug geschützt ist.

E. Mittel zur Messung sehr kleiner Linien und Winkel.

§. 73. Sehr genaue Messungen erfordern, dass gerade Linien und Kreisbögen bis auf kleine Grössen sicher bestimmt werden, welche für das unbewaffnete Auge ganz und gar verschwinden. Solche Grössen kann man nicht mehr unmittelbar messen, weil sich der anzuwendende Massstab nicht so fein theilen lässt als hiezu nöthig wäre. Es gibt aber mehrere Vorrichtungen, durch welche dergleichen fast verschwindende Grössen noch mittelbar bestimmt werden können. Zu diesen Hilfsmitteln gehören die Nonien, die Mikrometerschrauben und die Messkeile. Auch die Röhrenlibellen könnte man hierher rechnen, insofern es sich um Bestimmung äusserst kleiner Verticalwinkel handelt. Da aber diese Verwendung der Libellen bloss als ein Nebenzweck derselben zu betrachten ist, so haben wir es hier nur mit den eben genannten drei Bestandtheilen der Messinstrumente zu thun.

Der Nonius.

§. 74. **Namen.** Der Nonius ist ein an einem grösseren Massstabe verschiebbares kleines Massstäbchen, welches so getheilt ist, das n Theile desselben entweder n + 1 oder n — 1 Theile des grösseren Massstabs umfassen. Mit diesem Massstäbchen, dessen getheilter Rand wie der des Massstabs entweder geradlinig oder kreisförmig ist, kann man sehr kleine Winkel messen, da Kreisbögen das Mass der Winkel sind.

Der Name „Nonius“ schreibt sich von dem Portugiesen Pero Nunez (Petrus Nonius) her, welcher im Jahre 1492 ein Verfahren zur Messung kleiner Winkel angab, das später den niederländischen Schlosshauptmann Peter Werner veranlasste, dem Nonius die Gestalt zu geben, welche nunmehr näher betrachtet werden soll. In Deutschland ist für den Nonius wohl auch der Name „Werner“ im Gebrauche; häufiger aber nennt man ihn „Vernier“, weil sich der genannte Erfinder in seiner im Jahre 1631 zu Brüssel erschienenen und französisch geschriebenen Abhandlung über den Nonius Pierre Vernier unterzeichnete.

Nach der vorausgehenden Erklärung gibt es zwei Arten von gerad- und krummlinigen Nonien. Bei der ersten Art, wo die Länge von n + 1 Theilen des Massstabs in n Theile getheilt wird, ist ein Noniustheil offenbar grösser als ein Massstabtheil: denkt man sich nun die Theile auf dem gemeinschaftlichen Rande beider Massstäbe von einer und derselben Stelle ausgehend, so wird irgend ein Theilstrich des Nonius über den gleichvielten

des Massstabs hinausliegen, und aus diesem Grunde nennt man einen solchen Nonius einen vortragenden oder auch vorläufigen. Bei der zweiten Art von Nonien, wo n Noniustheile n — 1 Massstabtheilen gleich sind, ist ein Theil des Nonius kleiner als ein Massstabtheil: es bleibt folglich jeder Noniustheil gegen den gleichvielten Massstabtheil zurück, wesshalb ein solcher Nonius ein nachtragender oder rückläufiger heisst. Den Unterschied zwischen einem Massstab- und Noniustheile nennt man die Angabe des Nonius, ohne Rücksicht darauf, ob der Nonius vor- oder nachtragend ist: diese Rücksicht spricht sich jedoch in dem Vorzeichen des Werths der Angabe aus.

§. 75. **Der nachtragende Nonius.** Je nachdem der Massstab einen geraden oder kreisförmigen getheilten Rand hat, muss auch der Rand des Nonius gerade oder kreisförmig sein und sich genau an den Massstab anschliessen. Da n jede ganze Zahl vorstellt, so ist es offenbar gleich, ob man den nachtragenden Nonius dadurch entstehen lässt, dass man die Länge von n — 1 Theilen des Massstabs auf ihm in n Theile theilt, oder dadurch, dass man sich n Theile des Massstabs in n + 1 Noniustheile zerlegt denkt.

Nimmt man aber die erstere Entstehungsweise an und bezeichnet mit l die Länge eines Massstabtheils und mit l' die Länge eines Noniustheils, so ist

$$l' = \frac{(n-1)\,l}{n} = l - \frac{l}{n} \qquad (73)$$

d. h. die Länge eines Noniustheils ist um den nten Theil eines Massstabtheils kleiner als dieser. Es wird demnach die Angabe des Nonius

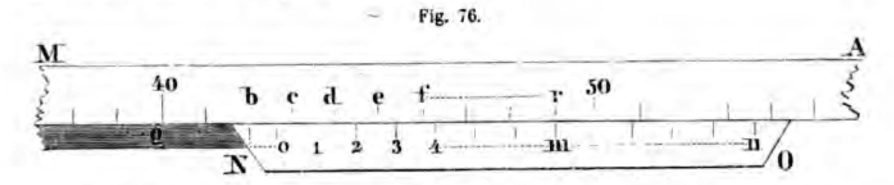
$$a = l - l' = \frac{l}{n} \qquad (74)$$

gleich dem nten Theile eines Massstabtheils, und der Unterschied zwischen m Theilen des Massstabs und gleichviel Noniustheilen

$$u = m\,a = m \cdot \frac{l}{n} \qquad (75)$$

gleich der mfachen Angabe des Nonius.

Fig. 76.



Trifft in Fig. 76, worin die Theilstriche des Nonius (N O) in derselben Richtung wie die des Massstabs (M A) d. h. von links nach rechts gezählt sind, der mte Theilstrich des letzteren mit irgend einem Theilstriche (r) des Massstabs zusammen, so umfasst die Strecke des Nonius von m bis 0 im Ganzen m Noniustheile und die Strecke des Massstabs von r bis b im

Ganzen m Massstabtheile; folglich ist nach Gleichung (75) der Abstand b 0 = m a. Dieser Abstand ist es aber gerade, der durch den Nonius gemessen werden soll, und desshalb lässt sich für diese Messung die Regel aufstellen: **Der Nonius gibt den Abstand seines Nullpunkts von dem nächst vorhergehenden Theilstriche des Massstabs an, wenn man den Theilstrich des Nonius aufsucht, der mit einem des Massstabs zusammenfällt, und die ihm zukommende Zahl mit der Angabe multiplicirt.**

Stellen z. B. die Theile des Massstabs M in Fig. 76 Linien vor und sind 11 solcher Theile 12 Noniustheilen gleich, so ist die Angabe des Nonius a = $^1/_{12}$ Linie. Soll die Länge des Gegenstands g, welcher mit seinen beiden Enden an den Nullpunkten des Massstabs und des Nonius steht, gemessen werden, so kann man bis b die Länge unmittelbar auf dem Massstabe = L = 42 Linien ablesen und den Rest (b o) durch den Nonius bestimmen. Trifft der mit 7 bezeichnete Theilstrich des Nonius mit einem des Massstabs zusammen, so ist die Länge des Stücks b o = u = $^7/_{12}$ Linien. Fügt man diese Länge zur unmittelbar abgelesenen Grösse L, so ist für den angezeigten Stand des Nonius die Gesammtablesung vollendet und gleich $L + u = 42''' + {^7/_{12}}''' = 42{,}583$ Linien.

Die Voraussetzung, dass zwei Theilstriche des Nonius und des Massstabs zusammentreffen (coincidiren), wird nicht immer erfüllt; es fragt sich dann, wie in einem solchen Falle der Abstand (b o) des Noniusnullpunkts von dem vorhergehenden Theilstriche des Massstabs zu bestimmen ist.

In diesem Falle wird man aber immer einen Noniustheil finden, der ganz und gar von einem Massstabtheile eingeschlossen ist. Wir wollen annehmen, es sei der Theil zwischen den mit m und m + 1 bezeichneten Theilstrichen, und es habe der mte Theilstrich des Nonius von dem nächst vorhergehenden des Massstabs die Entfernung x. Denkt man sich für einen Augenblick den Nonius so weit zurückgeschoben, dass der mte Theilstrich trifft, so ist die Ablesung m a offenbar um das Stück x kleiner als die Länge b o fordert; umgekehrt also ist die gesuchte Länge

$$u' = u + x = m\,a + x.$$

Man findet aber x auf folgende Weise durch Schätzung. Vergleicht man den Abstand x am mten Theilstriche mit dem Abstande y am (m + 1)ten Striche nach dem Augenmasse, und zeigt sich, dass das Verhältniss beider = v : w ist, so hat man zur Bestimmung von x, da y = a — x ist, die Gleichung:

$$x = \frac{v}{w}\,y = \frac{v}{w}(a - x)$$

woraus die gesuchte Grösse

$$x = \frac{v}{v + w}\,a \qquad (76)$$

folgt. Man macht die Schätzung gewöhnlich so, dass v + w = 10 wird,

d. h. man drückt x in Zehnteln der Angabe aus. Setzt man diesen Werth von x in die vorletzte Gleichung, so wird

$$u' = (m + 0{,}1\ v)\ a. \qquad (77)$$

Würde in dem vorigen Beispiele der Theilstrich 7 nicht getroffen haben und der 8te Noniustheil zwischen einem des Massstabs liegen, so zwar, dass der Abstand x des Theilstrichs 7 sich zu dem Abstande y des Theilstrichs 8 wie 2 zu 8 verhielte, so wäre hier $v = 2$, folglich $x = 0{,}2\,a$ und somit $u' = 7{,}2\ a = 0{,}6$ Linien.

§. 76. **Der vortragende Nonius.** Der vortragende Nonius entsteht, wenn entweder auf ihm die Länge von $n + 1$ Theilen des Massstabs in n gleiche Theile zerlegt wird, oder wenn $n - 1$ Theile des Nonius zusammengenommen n Theilen des Massstabs gleich gemacht werden. Nimmt man die erstere Entstehungsweise an und bezeichnet die Länge eines Massstabtheils mit l und die eines Noniustheils mit l', so ist

$$l' = \frac{(n+1)\,l}{n} = l + \frac{l}{n} \qquad (78)$$

d. h. die Länge eines Noniustheils um den nten Theil eines Massstabtheils grösser als dieser. Ferner ist die Angabe des Nonius

$$a = l - l' = -\frac{l}{n} \qquad (79)$$

gleich dem nten Theile eines Massstabtheils. Das Vorzeichen deutet an, dass $l' > l$ ist. Der Unterschied zwischen m Massstab- und Noniustheilen ist

$$u = m\,a = -m\,.\,\frac{l}{n} \qquad (80)$$

gleich der mfachen Angabe des Nonius.

Die Angabe des Nonius wird zwar um so kleiner, je grösser n ist, dieselbe muss aber auf der Theilung mittels der Lupe noch deutlich sichtbar sein. Dadurch und indem a eine ganze Zahl kleiner Einheiten (Minuten, Secunden u. dgl.) sein muss, wird n beschränkt.

Fig. 77.

M A 70 80 r b g n m 4 3 2 1 0 N 0

Die vortragenden Nonien beziffert man, aus einem Grunde, der sogleich klar werden wird, in der Richtung von rechts nach links, also der des Massstabs entgegengesetzt. Ist durch einen Massstab mit Nonius von der vorstehenden Einrichtung die Länge des Gegenstands g zu messen, dessen eines (linkes) Ende am Nullpunkte des Massstabs anliegt, während das andere bis an den Nullpunkt des Nonius reicht: so liest man zuerst wieder an dem zunächst vor dem Nullpunkte des Nonius liegenden Theilstriche (b) die Länge L unmittelbar ab und vermehrt hierauf dieselbe um das Stück-

chen b o, welches für den Fall, dass der Theilstrich m trifft, die Grösse m a hat: die ganze Länge ist folglich L + m a. Man entnimmt hieraus, dass bei der oben angegebenen Bezifferungsweise für den vortragenden Nonius dieselbe Ablesregel gilt, wie für den nachtragenden. (Vergleiche S. 109.)

Diese Behauptung bleibt auch in dem Falle wahr, dass keine zwei Theilstriche sich decken. Ereignet sich dieser Fall, so muss nothwendig ein Massstabtheil von einem Noniustheile auf zwei Seiten eingeschlossen sein. Befindet sich der Massstabtheil zwischen den Theilstrichen m und m + 1 des Nonius und steht der mte Strich um das Stückchen x von dem nächst vorhergehenden Theilstriche auf dem Massstabe ab, so denke man sich den Nonius in der Richtung seiner Bezifferung (also von rechts nach links) so weit vorgeschoben, dass der mte Theilstrich trifft, alsdann ist die Ablesung L + m a um das Stückchen x zu klein. Dieses findet man aber wieder wie früher durch Vergleichung mit dem linkseitigen Abstande y des (m + 1)ten Noniusstrichs von dem nächstgelegenen Massstabstriche. Verhält sich x : y = v : w, so findet man, da x + y = a und folglich y = a — x ist, für x denselben Ausdruck wie in Gleichung (76); und wenn man die Schätzung des Verhältnisses v : w nach Zehnteln von a macht, so ist schliesslich die Vermehrung der Grösse L wie in Gleichung (77) = u' = (m + 0,1 v) a.

§. 77. **Ablesung und Uebertheilung.** Feine Nonien haben sehr viele und nahestehende Theilstriche, welche durch Lupen vergrössert werden. Damit man nicht lange nach der Stelle zu suchen hat, wo das Zusammentreffen zweier Theilstriche stattfindet, so beobachte man den Stand des Noniusnullpunkts zwischen den ihn begrenzenden Theilstrichen des Massstabs: liegt dieser Nullpunkt näher an dem vorhergehenden Theilstriche als an dem folgenden, so liegt der Treffpunkt in der ersten Hälfte, ausserdem aber in der zweiten Hälfte des Nonius. Es ist auch nicht schwer, in dieser Weise das Viertel zu bestimmen, in dem das Zusammenfallen zweier Striche stattfinden muss. Das Zählen der Striche wird durch Punkte und Ziffern erleichtert, welche auf der Theilung angebracht sind und grössere Masseinheiten, als die der Noniusangaben sind, vorstellen. Ist z. B. die Angabe a = 10 Secunden, so befindet sich über dem 6, 18, 30, 42 . . . sten Theilstriche ein Punkt und über dem 12, 24, 36, 48 . . . sten Striche stehen die Ziffern 2, 4, 6, 8 . . ., welche eben so vielen Minuten entsprechen.

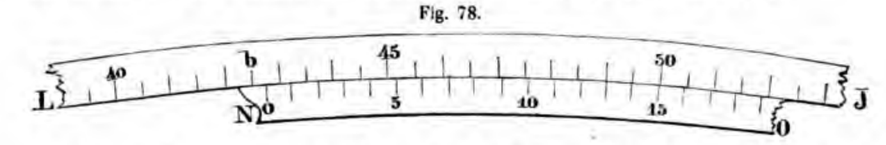
Hat man zwei Theilstriche aufgefunden, von denen man glaubt, dass sie zusammenfallen, so untersucht man noch, ob zu beiden Seiten des vermutheten Treffpunkts zwischen den gleichvielten Theilstrichen gleiche Unterschiede (a, 2a, 3a . . .) auftreten; ist dieses der Fall, so stehen sich jene zwei Striche genau gegenüber, ausserdem haben die nächstgelegenen links oder rechts diese Eigenschaft. Dieser Prüfung wegen, welche zur Vermeidung einer fehlererzeugenden Parallaxe des Auges immer nöthig ist und wobei man möglichst senkrecht auf die getheilten Flächen sehen soll, findet

man auf den Nonien immer noch einige Theilstriche vor 0 und hinter n angegeben. Diese Striche heissen Ueberstriche und ihre Gesammtheit nennt man die Uebertheilung (Excedenz).

§. 78. **Einige Beispiele.** Obwohl die Theorie und der Gebrauch des Nonius sehr einfach ist, so lehrt doch die tägliche Erfahrung, dass sich Anfänger in dessen Handhabung leicht verwirren, wesshalb zur weiteren Erläuterung dieses wichtigen Bestandtheils der meisten Messinstrumente einige Beispiele folgen.

1) Ein Kreisrand (Limbus, L) ist bis auf halbe Grade getheilt und 29 derselben geben auf dem Nonius (N) 30 Theile. Welches ist die Angabe des Nonius, und welches die Ablesung in der beigedruckten Figur?

Fig. 78.



Hier ist $l = \frac{1}{2}^0 = 30'$ und $n = 30$, folglich nach Gleichung (74) die Angabe $a = 1$ Minute. Ferner ist die unmittelbare Ablesung auf dem Kreisrande bis zu dem Punkte $b = 42^0\ 30'$ und das Stückchen $b\,0 = m\,a = 13$ Minuten, da der Theilstrich 13 trifft, folglich die gesammte Ablesung $= 42^0\ 43'$.

2) Wie müsste für den vorhergehenden Kreisrand ein Nonius eingerichtet werden, der statt einer ganzen Minute eine halbe zur Angabe hätte?

Die Antwort auf diese Frage folgt aus Gleichung (74) oder (79), je nachdem der Nonius ein nach- oder vortragender werden soll. In beiden Fällen ist $a = 30$ Secunden und $l = 30$ Minuten $= 1800$ Secunden gegeben. Daher wird $n = 60$, und es sind folglich auf dem nachtragenden Nonius 59 Limbustheile in 60, und auf dem vortragenden Nonius 61 Limbustheile ebenfalls in 60 Theile zu theilen.

3) Welches ist die Ablesung in der beigedruckten Figur (79), wenn der Kreis bis zu Sechstelgraden getheilt ist und die Angabe des Nonius 10 Secunden beträgt?

Fig. 79.



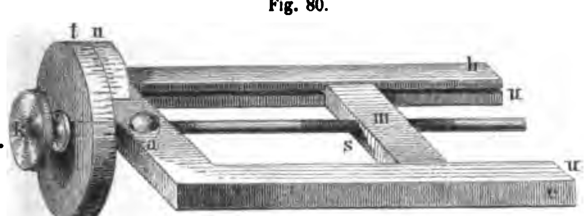
Bis zu dem Theilstriche b auf dem Kreise ist die unmittelbare Ablesung $L = 110^0\ 40'$. Von allen Theilstrichen des Nonius fällt keiner ganz genau mit einem des Limbus zusammen, aber der Noniustheil von 8 auf 9 ist von einem Limbustheile eingeschlossen. Liest man vorläufig bis 8 ab, so erhält man $u = 8 \,.\, 10'' = 80'' = 1'\,20''$; und schätzt man nun $(c\,8) = x$ auf 3 und $(d\,9) = y$ auf 7 Zehntel der Angabe, so wird $u' = (8 + 0{,}3)\ 10'' = 83'' = 1'\,23''$ und folglich die Gesammtablesung $L + u' = 110^0\ 41'\ 23''$.

Die Mikrometerschraube.

§. 79. Mikrometerschrauben nennt man im Allgemeinen alle sehr fein geschnittenen Schrauben, womit an Instrumenten kurze gleichmässige Bewegungen ausgeführt werden. Eigentlich gebührt aber dieser Name nur jenen Schrauben, welche zur Messung kleiner Längen und Winkelbewegungen dienen, und wir werden ihn hier bloss in diesem Sinne gebrauchen.

Je nach dem Zwecke, den man mit der Mikrometerschraube erreichen will, sitzt entweder die Mutter fest und die Spindel bewegt sich in Folge einer Drehung längs ihrer Axe; oder die Spindel behält ihren Ort bei und schiebt bei der Drehung die bewegliche Mutter vor- oder rückwärts; oder endlich die Spindel dreht sich nicht und wird durch die Drehung der an einer bestimmten Stelle bleibenden Mutter längs ihrer Axe fortbewegt. Es genügt, wenn man von den verschiedenen Einrichtungen, welche die Mikrometerschrauben haben, nur eine der zweiten und dritten Art betrachtet, da bei vollem Verständnisse der Wirkungsweise dieser Mikrometerschrauben das der übrigen sich von selbst ergibt.

Fig. 80.

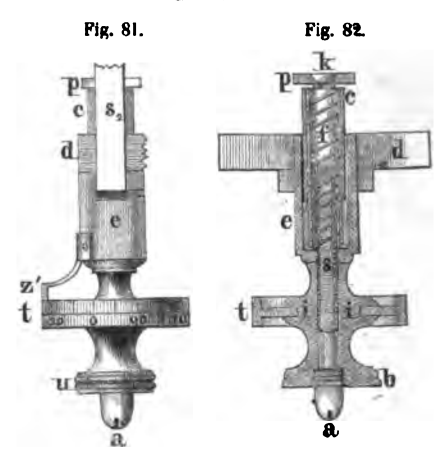


In Fig. 80 stellt b e einen metallenen Rahmen vor, in dessen Nuthen u, u sich ein Metallstück m, das als Schraubenmutter dient, vor- und rückwärts bewegen kann. Die Mikrometerschraube s geht durch das Vorderstück des Rahmens und wird dort von einem kugelförmigen Ansatze a zwar an der Längenbewegung, aber nicht an der Drehung um ihre Axe gehindert. Diese Drehung geschieht durch den geränderten Kopf k und hat die Verschiebung der Mutter m zur Folge. Ganze Umdrehungen der Schraube und Theile derselben werden durch die mit der Spindel fest verbundene Trommel t und den an dem Rahmen befestigten Nonius n gemessen, indem man dessen Stellung gegen die Theilung der Trommel beobachtet. Ist diese in 100 Theile getheilt und beträgt die Höhe eines Schraubengangs z. B. 0,3 Linien, so wird, wenn die Trommel um 1 Theil gedreht wird, die Mutter m in der Richtung der Spindel um 0,003 Linien fortrücken, und zwar gegen a hin oder davon weg, je nachdem rechts oder links gedreht wird. Würde der Nonius Zehntel eines Trommeltheils anzeigen, so könnte man in dem angenommenen Falle die Bewegung der Mutter m und dessen, was mit ihr festverbunden ist, bis auf 0,0003 Linien genau messen.

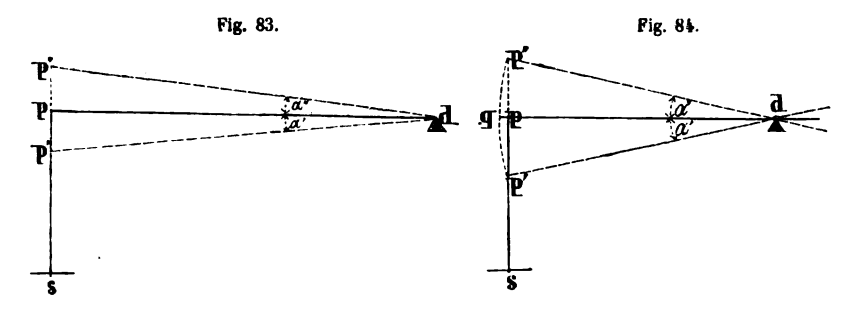
Die Höhe eines Schraubengangs ermittelt man am leichtesten durch

die Vorrichtung selbst. Denn denkt man sich parallel zur Spindel einen sehr genauen Massstab gelegt und auf der Mutter einen Zeiger befestigt, welcher bis an die Theilung des Massstabs reicht, so kann man diesen Zeiger mit der Schraube durch eine bestimmte Länge des Massstabs, z. B. einen Zoll, fortführen und dabei die Umdrehungen der Trommel an dem Nonius n zählen. Dividirt man hierauf den Weg der Mutter durch die Zahl der Umdrehungen der Trommel, so ist der Quotient die Höhe des Schraubengangs in derselben Längeneinheit, welche für den Weg gewählt wurde. Wären für 1 Zoll oder 10 Linien Verschiebung 333,333 Umdrehungen nöthig gewesen, so betrüge die Höhe eines Schraubengangs 0,03 Linien.

Die nachstehenden Figuren geben die Ansicht und den Durchschnitt der vorzüglich eingerichteten Mikrometerschraube an dem Stampfer'schen Nivellirinstrumente, von dem später die Rede sein wird. Die Schraubenspindel s (Fig. 82) hat ihren Kopf k in der Platte p, welche mit dem durch sie zu bewegenden Gegenstande fest verbunden ist. Der Kopf k hat zwar in der Höhlung von p ein wenig Spielraum, damit sich bei Winkelbewegungen die Stellung der Spindelaxe gegen die Platte etwas ändern kann, aber er ist durch einen versenkten Stift an einer Drehung um diese Axe gehindert. Die Schraubenmutter (i, i) stützt sich mit einer abgerundeten Fläche an den ausgehöhlten Boden des mit dem Instrumente fest verbundenen Rohrs e und trägt gleichzeitig die Trommel t und den geränderten Kopf b, welcher zur Drehung derselben dient. Steht das Rohr e, wie es hier der Fall ist, fest, so muss bei einer rechtläufigen Drehung der Mutter i die Spindel s und mit ihr die Platte p sich senken; damit aber diese Platte bei entgegengesetzter Drehung sich wieder erhebe, ist um die Schraubenspindel eine Springfeder (f) gewunden, welche ihre Bestimmung erfüllt, indem sie, auf die Platte p und den Boden von e drückend, die stetige Berührung der Mutter i in der Pfanne an e herstellt. Die Trommel t ist in 100 Theile getheilt und mittels des festen Zeigers z' kann man die Umdrehungen bis auf Zehntel solcher Theile bestimmen, wenn man in der Schätzung der Unterabtheilungen einige Uebung erworben hat. Die ganzen Umdrehungen der Schraube können mittels einer mit der Platte p verbundenen Scala (g) und eines an d befindlichen Zeigerstrichs (z) gezählt werden, wenn jeder Theil der Scala der Höhe eines Schraubengangs gleich gemacht wird. Durch die beständige Spannung der Feder f ist jeder todte Gang der Schraube vermieden.



§. 80. **Theorie der Mikrometerschraube.** Um einzusehen, wie mit der eben beschriebenen Mikrometerschraube kleine Winkel sehr genau gemessen werden können, denke man sich in nachstehender Fig. 83 den Arm d p an dem vorderen Ende (p) mit der Platte p verbunden und an dem hinteren Ende (d) drehbar. Ist für den Stand p d eine erste Ablesung an den Zeigern z und z' gemacht, so gibt nach einer recht- oder linkseitigen Drehung, wodurch der Stab d p in die Lage d p' oder d p'' kommt, eine zweite Ablesung die Längen p p' oder p p'' beziehlich gleich h' oder h''. Mit diesen Grössen fände man $\operatorname{tg} \alpha'$ oder $\operatorname{tg} \alpha''$, wenn die Länge l des Stabs p d sehr genau bekannt wäre. Diese Länge braucht man aber nicht, wenn mit dem Arme d p ein Fernrohr fest verbunden ist und die Neigungswinkel α' und α'', welche auch die des Rohrs sind, auf später anzugebende Weise sehr genau gemessen werden. Die Winkel α' und α'' können, wenn sie sehr klein und nicht ganz genau zu messen sind, der Zahl der Schraubendrehungen proportional gesetzt werden, so dass der constante Winkelwerth w, welcher einer ganzen Umdrehung der Schraube entspricht, erhalten wird, wenn man α' oder α'' durch die zugehörigen Umdrehungen u' oder u'' dividirt.



Unter dieser Voraussetzung ist der Winkel φ, welcher u Umdrehungen entspricht, aus der Gleichung zu berechnen:

$$\varphi = u\, w. \tag{81}$$

Gilt aber die Annahme, dass der Winkel φ der Länge h oder den Umdrehungen u proportional ist, nicht, so lässt sich φ wie folgt genauer finden.

Stellt nämlich in Fig. 84 die Linie p d den drehbaren Arm in der Lage vor, worin die Mikrometerschraube s senkrecht auf ihn wirkt, so ist klar, dass die Schraube die Wege p p', p p'' zu durchlaufen hat, um den Arm l in die Lagen d p', d p'' zu bringen. Nimmt man nun die Winkel α' und α'' den Schraubendrehungen proportional, so werden sie durch die Tangenten statt durch die Bögen gemessen, folglich wird w und demnach auch φ immer etwas zu gross gefunden.

Soll der Ausdruck (81) für φ verbessert werden, so muss man eine positive Grösse $u^2 w'$, in der w' einen noch unbestimmten positiven Werth hat, von ihm abziehen, so dass, wenn u die zu einem Winkel φ' und v

die zu dem Winkel φ'' gehörigen Umdrehungszahlen sind, folgende Gleichungen stattfinden:

$$\varphi' = u\,w - u^2\,w'$$
$$\varphi'' = v\,w - v^2\,w'.$$

Aus beiden ergibt sich durch Abziehen der Winkel $\varphi'' - \varphi'$, welcher von dem Arme d p zwischen der vten und uten Umdrehung durchlaufen wird, gleich

$$\psi = w\,(v - u) - w'\,(v^2 - u^2). \tag{82}$$

Die Constanten w und w' werden dadurch bestimmt, dass man ein mit diesem Arme festverbundenes Fernrohr durch die Schraube auf bekannte Winkel φ' und φ'' genau einstellt, die hiezu nöthigen Umdrehungen u, v abliest und aus den vorletzten zwei Gleichungen die Werthe von w und w' sucht. Es ist sehr gut, ja nothwendig, w und w' aus mehr als zwei Beobachtungen zu bestimmen. Mehr Beobachtungen ziehen aber auch mehr als zwei Gleichungen nach sich, und es werden je zwei derselben etwas abweichende Werthe sowohl für w als für w' geben. Sind diese verschiedenen Werthe aus lauter gleich guten Beobachtungen hervorgegangen, so sind die arithmetischen Mittel aus den zusammengehörigen Werthen die gesuchten Constanten.

Um den Gebrauch der Gleichung (82) durch ein Beispiel zu erläutern, bemerken wir, dass für die Mikrometerschraube an dem später zu beschreibenden Stampfer'schen Nivellirinstrumente der polytechnischen Schule zu München der Werth von w = 640 Secunden und von w' = 0,07 Secunden und folglich

$$\psi = 640''\,(v - u) - 0'',07\,(v^2 - u^2)$$

ist. Ein Winkel ψ' nun, welcher 10 Umdrehungen, von 0 an gerechnet, entspricht, wird aus dieser Gleichung erhalten, wenn man v = 10 und u = 0 setzt. Für diese Werthe wird $\psi' = 6393'' = 1^0\,46'\,33''$. Will man den Winkel ψ'' haben, der 10 Umdrehungen zwischen den Ablesungen 20 und 30 auf der Scala (g) entspricht, so muss v = 30 und u = 20 gesetzt werden. Dann wird aber $\psi'' = 6365'' = 1^0\,46'\,5''$. Der Winkel ψ'' ist somit um 28 Secunden kleiner als ψ', obwohl jeder aus einer gleichen Anzahl von Umdrehungen hervorgegangen ist. Hierin zeigt sich deutlich der Einfluss des zweiten Glieds in dem Ausdrucke für φ oder ψ und somit auch der Fehler, den man bei ausschliesslicher Anwendung der Gleichung (81) begeht.

Man kann fragen, bei welchem Stande m der Schraube (d. i. bei welcher Ablesung an der Scala g und der Trommel t) der Winkelwerth einer ganzen Umdrehung eine bestimmte Grösse ψ' hat. Dieser Stand folgt aus der leicht verständlichen, der (82) nachgebildeten Gleichung

$$\psi' = w\left((m + \tfrac{1}{2}) - (m - \tfrac{1}{2})\right) - w'\left((m + \tfrac{1}{2})^2 - (m - \tfrac{1}{2})^2\right)$$
$$= w - 2\,m\,w'$$

in der Grösse von

$$m = \frac{w - \psi'}{2\,w'} \qquad (82^a)$$

so dass z. B. für $\psi' = 637''$ und die oben angegebenen Constanten $w = 640'$ und $w' = 0{,}07''$ der Stand $m = 21{,}428$ wird.

Das Schraubenmikroskop.

§. 81. **Construction.** Statt des Nonius oder der Mikrometerschraube kann man zur Messung sehr kleiner (gerader oder kreisförmiger) Längentheile auch eine Verbindung der Mikrometerschraube mit einem zusammengesetzten Mikroskop anwenden. Eine solche Verbindung nennt man ein Schraubenmikroskop, und es besteht dasselbe somit aus zwei Haupttheilen, wovon zwar jeder seine eigene Lebensfähigkeit, aber ohne den anderen eine minder hohe Wirksamkeit besitzt. An astronomischen Kreisen hat man schon am Ende des vorigen Jahrhunderts Schraubenmikroskope angebracht, während für geodätische Instrumente der Gebrauch des Nonius sich erhielt, bis auf die neuere Zeit, in welcher an grösseren Theodolithen auch das Mikroskop mit Vorliebe angewendet wird.

1. Das Mikroskop besteht, wie ein Fernrohr, aus drei Theilen: dem Objectiv, dem Ocular und der beide verbindenden Messingröhre. Das Objectiv ist entweder eine einfache Convexlinse oder eine achromatische Doppellinse (in dem letzteren Falle aus einer biconvexen Crownglas- und einer concav-convexen Flintglas-Linse bestehend), oder wohl auch eine Verbindung von zwei solchen Doppellinsen; das Ocular ist stets ein doppeltes, nach der Construction von Huyghens, Ramsden oder Kellner, mit Fadenkreuz oder zwei Parallelfäden; die Mikroskopröhre ist cylindrisch, mit einer conischen Objectivfassung, einem entsprechenden Ansatze am Ocular zur Aufnahme der Mikrometerschraube, und einem anderen an der Objectivröhre zur Verbindung des Mikroskops mit der abzulesenden Theilung (Massstab oder Kreis). Das Objectiv befindet sich stets sehr nahe an dieser Theilung, und die Axe des Mikroskops ist senkrecht zu derselben. Durch Verschiebung des Objectivs gegen die Theilung kann deren Bild etwas vergrössert oder verkleinert werden.

2. Die Schraube muss selbstverständlich eine vorzügliche Mikrometerschraube und mit dem Mikroskop so verbunden sein, dass mit ihr das Stückchen eines Massstab- oder Limbustheilchens, welches zwischen dem Fadenkreuze und dem letzten Theilstriche der unmittelbaren Ablesung erscheint, leicht und sicher gemessen werden kann. Die Schraube ist gegen die Axe des Mikroskops (mindestens gegen die des Oculars) senkrecht gestellt, ihre ganzen Umdrehungen werden an einem im Gesichtsfelde des Oculars befindlichen Kamme oder Rechen und ihre Theildrehungen an einer mit der Schraubenspindel verbundenen Trommel gemessen.

3. Die Gesammtvorrichtung wird von den Mechanikern auf ver-

schiedene Weise ausgeführt; nachstehend ist die von Ertel und Sohn in München angewendete abgebildet und beschrieben.

Fig. 85 stellt einen zur Ebene des abzulesenden Maassstabs senkrechten und durch die Mikroskop- und Schraubenaxe gehenden Durchschnitt des oberen Theils des Schraubenmikroskops vor; Fig. 86 ist eine Oberansicht

Fig. 85.

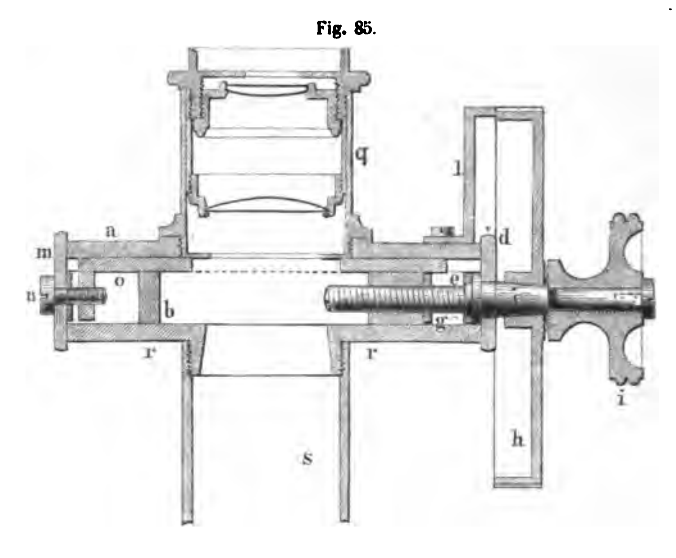
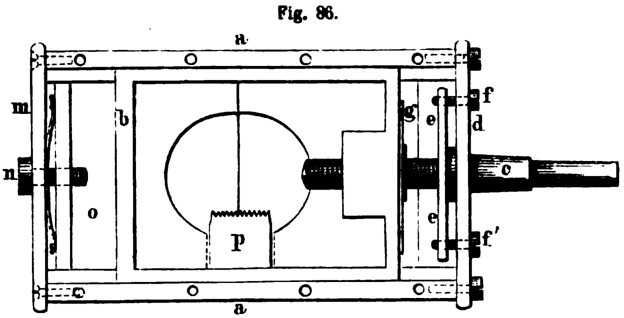


Fig. 86.



des Schraubenkastens, von dem das Ocular, und der Schraube, von welcher die Trommel und der geränderte Kopf weggenommen ist; Fig. 87 endlich stellt theilweise eine Seitenansicht, theilweise einen Schnitt senkrecht auf die Ebenen der vorhergehenden Figuren vor.

In dem Kasten a r bewegt sich der Schlitten b vor- oder rückwärts, je nachdem die Schraube c, welche durch den Deckel d des Kastens an einer fortschreitenden Bewegung gehindert ist, rechts oder links gedreht wird. Die federnde Platte e, welche durch die Schräubchen f, f' mit d verbunden ist, und die gleichfalls elastische Spange g dienen dazu, jeden todten Gang der Schraube möglichst zu verhindern. Die Trommel h ist auf die Schraube

conisch aufgepasst, und wird an diese mittels des Kopfes i sanft angedrückt; sie wird auf dem kegelförmigen Ansatze c lediglich durch Reibung gehalten, damit man sie unabhängig von der Schraube um deren Axe drehen und ihren Nullpunkt auf den Zeiger l, welcher mit dem Kasten a r verschraubt ist, stellen kann. Um zu den Schräubchen f, f' zu kommen, hat die Trommel, wie aus Fig. 87 zu sehen, zwei Löcher k, k'. Dem Deckel d gegenüber ist der Schraubenkasten durch die Platte m geschlossen, in deren Mitte eine Schraube n auf die Platte o, in welche der Kamm oder Rechen p streng eingepasst ist, wirkt. Der Schraube n widersteht, behufs richtiger Verschiebung der Kammplatte, eine Stahlfeder, wie Fig. 86 zeigt. Bei r, r ist an den Kasten a r die Röhre s angeschraubt, welche an ihrem unteren Ende das Objectiv des Mikroskops (nach am Schlusse dieses Paragraphen gezeichneter Anordnung) enthält und von dem Mikroskopenträger gehalten wird. Das Ocular (q) ist ein Ramsden'sches, dessen Fadenkreuz sich in der Ebene o e (......) der Fig. 85 oder in p o der Fig. 87, welche auch die des Rechens p ist, befindet. Jeder Zacken des letzteren deutet durch seine Verschiebung eine ganze Umdrehung der Schraube an [1], während die Gesammtheit aller Zähne einem ganzen Theilungsintervall oder einem Vielfachen desselben entspricht. Beträgt z. B. die unmittelbare Kreistheilung 10 Minuten, und hat der Kamm 10 Einschnitte, wie in Fig. 87 a, so entspricht jedem derselben und folglich jeder ganzen Umdrehung der Schraube ein Winkel von 1 Minute. Ist die Trommel in 60 Theile getheilt, so gibt jeder Trommeltheil 1 Secunde, und wenn sich Zehntel der Trommeltheile noch schätzen lassen, so kann man bis auf $^1/_{10}$ Secunde ablesen, wie es bei den meisten Schraubenmikroskopen für geodätische Winkelmessungen der Fall ist.

Fig. 87.

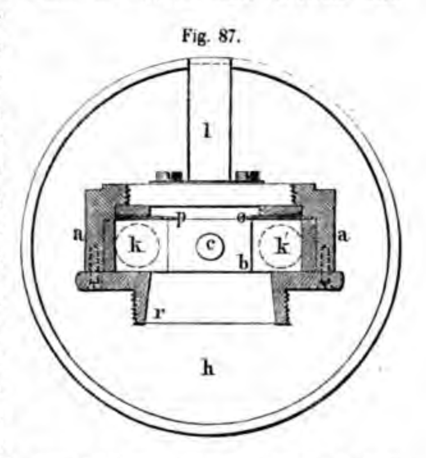


Fig. 87 a.

Hinsichtlich der Stellung der Schraube gegen die Theilung des Massstabs oder Limbus ist noch zu bemerken: erstens, dass die Schraube der Theilungsebene stets parallel läuft; zweitens, dass der Schraubenkopf i stets in der Richtung der fortschreitenden Bezifferung des Massstabs (bei einem Kreise also, wenn man sich in dessen Mittelpunkt gestellt denkt, rechts vom Nullpunkte der Theilung) steht; und drittens, dass die Bezifferung der Trommel bei der Drehung von links nach rechts in der Richtung von rechts

[1] Damit der Abstand zweier aufeinanderfolgenden Zahnspitzen wirklich gleich der Ganghöhe der Mikrometerschraube ist, wird der Rechen mit demselben Schneidzeuge, das zur Herstellung der Mikrometerschraube dient, geschnitten.

nach links fortschreitet, damit die Angabe der Trommel zu der unmittelbaren Ablesung am Massstabe einfach addirt werden kann.

Statt des einfachen Fadens a p werden häufiger zwei parallele Fäden angewendet, welche in Wirklichkeit um etwas mehr als die doppelte Strichdicke von einander abstehen. Zwischen diese zwei Fäden bringt man den zu beobachtenden Theilstrich des Massstabs genau in die Mitte, was durch das Augenmass zu schätzen ist.

Damit die Höhe eines Schraubengangs einer bestimmten Grösse des Massstabs (z. B. einer Minute) entspreche, muss selbstverständlich die Mikrometerschraube so geschnitten sein, dass sie für eine bestimmte Stellung des Mikroskop-Objectivs jene Grösse nahezu und durch eine geringe Verschiebung des letzteren gegen die Theilung, wodurch die zu messende Bildgrösse etwas geändert wird, vollständig genau gibt.

Hat die Theilung zu wenig Licht, so bringt man nach den Figuren 88 bis 90 unterhalb des Objectivs, und ohne dieses zu verdecken, Blenden

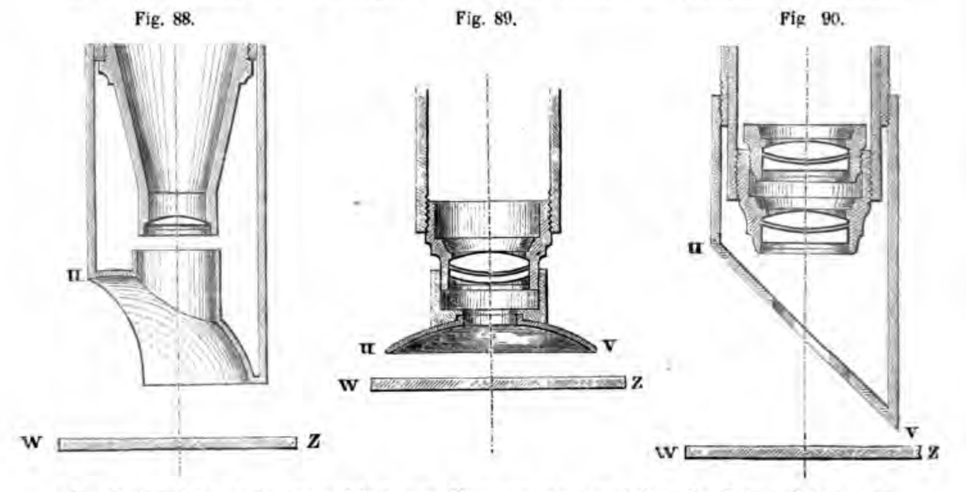


Fig. 88. Fig. 89. Fig. 90.

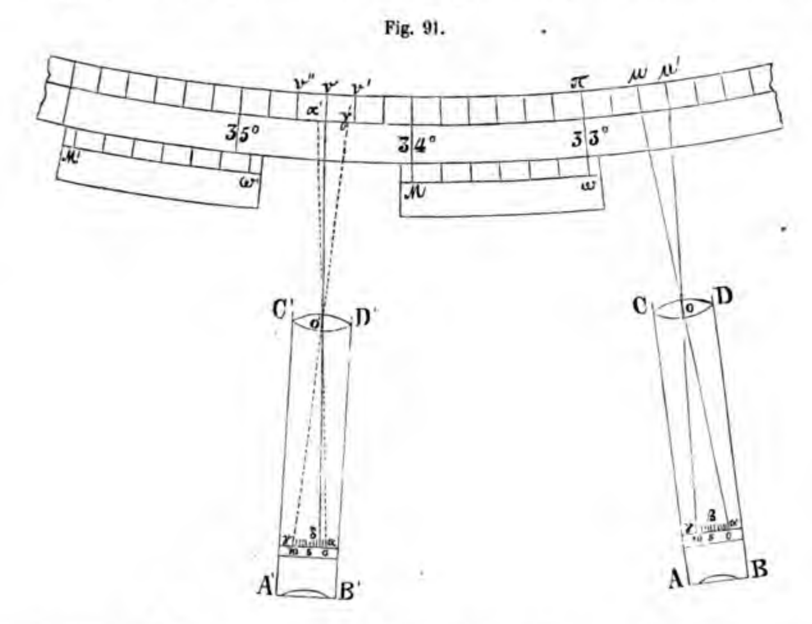
oder Spiegel (u v) in verschiedenen Formen an, welche die Beleuchtung der Theilung verstärken. Diese Figuren zeigen zugleich verschiedene Einrichtungen der Mikroskop-Objective: nach Fig. 88 besteht das Objectiv aus einer einzigen Planconvexlinse, nach Fig. 89 aus einer biconvexen Crownglas- und einer convexconcaven Flintglas-Linse (letztere der Theilung näher liegend als die erstere), nach Fig. 90 endlich aus zwei achromatischen Doppellinsen.

Bei vielen Schraubenmikroskopen besteht die Einrichtung, dass auf 2 Minuten erst 1 ganze Schraubenumdrehung und 1 Zahn des Rechens trifft, während die Trommel gleichwohl in 60 Theile getheilt ist: in diesem Falle entspricht 1 Trommeltheile ein Winkel von 2 Secunden und es wäre folglich jede Mikroskopablesung mit 2 zu multipliciren, um die richtige Angabe zu erhalten. Bedenkt man jedoch, dass wenn an 2 Mikroskopen abgelesen wird, das arithmetische Mittel aus beiden Ablesungen als der

richtigere Werth anzusehen ist, so erhält man dieses Mittel sofort durch Addition beider Ablesungen, wodurch sowohl Multiplication als Division mit 2 erspart ist.

§. 82. **Gebrauch.** Nehmen wir an, das eben beschriebene Schraubenmikroskop befinde sich senkrecht über dem Limbus eines Theodolithen, der unmittelbar in ntel (hier Sechstel-) Grade getheilt ist; ein Schraubengang habe den mten (hier zehnten) Theil dieser Länge zur Höhe und der Rechen besitze folglich zwischen $m + 1$ Zahnspitzen m Zwischenräume, wovon jeder $60 \frac{n}{m}$ Minuten (hier 1 Minute) entspricht; endlich sei die Trommel in 60 gleiche Theile getheilt, so dass zu jedem solchen Theile ein Winkel-

Fig. 91.



werth von $60 \frac{n}{m}$ Secunden (hier 1 Secunde) gehört: so ist unsere jetzige Aufgabe, den kleinen Centri-Winkel anzugeben, welcher durch den Bogen zwischen der Projection des Fadens a p auf die Limbusebene und dem dieser Projection vorangehenden Theilstriche des Limbus gemessen wird.

Nennt man nach Fig. 91, in welcher das Mikroskop in die Limbusebene umgelegt ist, auf der es senkrecht stehen sollte, diejenige Visirlinie des Mikroskops, welche durch den über der nullten Zahnspitze (α) ruhenden Faden a p und den optischen Mittelpunkt 0 des Objectivs C D bestimmt wird, die Nullrichtung, so ist klar, dass es sich jetzt darum handelt, den kleinen Limbusbogen $\nu \alpha'$ in Winkelmass auszudrücken, welcher zwischen dem Fusspunkte α' der Nullrichtung und dem ihr vorangehenden, der un-

mittelbaren Ablesung entsprechenden Limbusstriche ν liegt: der Zweck weicht also von dem des Nonius in keiner Weise ab.

Wenn die Nullrichtung des Mikroskops genau auf einen Theilstrich des Limbus (μ) eingestellt ist, so soll auch die Ablesung auf der Trommel null sein, und dieses wird dadurch bewirkt, dass man die (bekanntlich nur durch Reibung mit der Schraubenspindel verbundene) Trommel bei festgehaltenem Schraubenkopfe i soweit dreht, bis ihr Nullpunkt mit dem Zeiger l zusammentrifft. Schiebt man den Faden a p (oder ein ihn ersetzendes Fädenpaar) mit der Schraube um 1, 2, 3, 4.... ganze Gänge weiter, so wird an einer fehlerfreien Vorrichtung die Trommel jedesmal, wenn der Faden über einer Zahnspitze steht, Null (bezw. 60) zeigen und am Ende von m (hier 10) Gängen wird der Faden in der Richtung (γ 0) auf den nächsten Limbusstrich (μ') treffen. (Wäre dieses nicht der Fall, so müsste eine der Correctionen des Instruments oder der Ablesung eintreten, von der weiter unten noch die Rede ist).

Wenn somit nach Fig. 91 (links) die Nullrichtung des Mikroskops eine Stelle α' zwischen zwei Theilstrichen ν und ν'' des Limbus trifft und man bewegt den einfachen oder doppelten Faden (a p) durch Vorwärtsdrehen der Schraube bis δ, wodurch er sich auf den der Nullrichtung ($\alpha\,0'\,\alpha'$) voranstehenden Theilstrich ν des Limbus projicirt, so ist klar, dass die Schraube den von den Visirlinien $\alpha\,0'\,\alpha'$ und $\delta\,0'\,\alpha$ gebildeten kleinen Winkel $\alpha\,0'\,\delta = \alpha'\,0'\,\nu$ angibt, der dem vom Limbusbogen $\nu\,\alpha'$ gemessenen, die mittelbare Ablesung bildenden Centriwinkel gleich ist.

Was die unmittelbare Ablesung betrifft, so ist darüber Folgendes zu bemerken. Vor Allem kann diese Ablesung nicht an der Stelle des Limbus geschehen, an welcher sich der dem Nullpunkte (α') vorangehende Theilstrich (ν) befindet, weil über dieser Stelle das Mikroskop steht: man muss desshalb die unmittelbare Ablesung an einer Marke (einem Index M) machen, deren Nullpunkt (ω) von der Nullrichtung des Mikroskops (α) einen aus der Differenz zweier Richtungsbeobachtungen sich von selbst eliminirenden constanten Abstand hat. Aus diesem Grunde besitzt der Limbus eine doppelte Theilung: innen ist er in ntel (hier 6tel) und aussen in ganze Grade getheilt. Die am äusseren Rande genau mit dem Mikroskop sich bewegende Marke M umfasst auch einen ganzen Grad, und dieser ist wie der innere in n gleiche Theile getheilt (Fig. 91). Der Abstand $\omega\,\mu = \omega'\,\alpha'$ der Nullpunkte der Marke und des Mikroskops muss ein Vielfaches ganzer Limbustheile sein, so dass, wenn der Nullpunkt ω der Marke auf einen Gradstrich eingestellt ist, auch der Faden a p des Mikroskops auf einen Theilstrich des Limbus trifft.

Wenn also bei einer bestimmten ersten Stellung des Mikroskops (Fig. 91, rechts) die Nullrichtung $\alpha\,0\,\mu$ einen Theilstrich μ des Limbus und der Nullpunkt ω der Marke M einen Gradstrich des letzteren π deckt, folglich der constante Abstand der Nullpunkte $= \pi\,\mu$ ist, so wird bei einer zweiten Stellung des Mikroskops (Fig. 91, links) die Nullrichtung $\alpha\,0\,\alpha'$ der $\alpha\,0\,\mu$

parallel und der Abstand der Nullpunkte $\omega' \alpha' = \pi \mu$ sein. Trifft nun diese zweite Nullrichtung auf eine Stelle α' des Limbus, welche zwischen zwei Theilstrichen v und v'' liegt, so ist erstens die unmittelbare Ablesung an dem Gradstriche zu machen, welcher vor ω' steht (hier 34⁰ 50′), und zweitens die mittelbare Ablesung an der Schraube, sobald durch diese der Faden a p über den Theilstrich v des Limbus, also in die Richtung δ 0′ v gebracht ist (hier 2′ 35″). Demnach beträgt die Gesammtablesung 34⁰ 52′ 35″.

Welches der Theilstrich sei, auf den man den Faden zu stellen hat, kann man im Zweifelsfalle in der Regel leicht dadurch entscheiden, dass man überlegt, welcher Theilstrich innerhalb des durch den Rechen begrenzten Wirkungsraums der Visirlinie $\alpha\, 0\, \gamma = \alpha'\, 0\, \gamma'$ fällt: an Fig. 91 links erkennt man sofort, dass dieses nur der Theilstrich v, nicht aber v' sein kann. Wenn jedoch der besondere Fall eintritt, dass der Nullpunkt der Marke nahe mit einem Striche der Gradtheilung und folglich jede der Visirlinien α 0 und γ 0 des Mikroskops ebenso nahe mit einem von zwei aufeinanderfolgenden Strichen des Limbus v' und v zusammentrifft, so braucht man nur den Faden a p über den dem nullten Zahne α zunächst liegenden Theilstrich des Limbus zu stellen und an der Schraubentrommel abzulesen: gibt die Ablesung vom Nullpunkte der Trommeltheilung aus in der Richtung der Bezifferung einen kleinen positiven Werth, so ist v' der richtige Punkt, erhält man aber eine kleine negative Ablesung, so ist v der Strich, welcher der Nullrichtung des Mikroskops vorausgeht und bei der Ablesung benützt werden muss; denn in dem ersten Falle fällt v' und in dem zweiten Falle v in den Winkelraum $\alpha\, 0\, \gamma$ des Mikroskops, oder es liegt der Nullpunkt α' in dem ersten Falle links und in dem zweiten rechts vom Theilstriche v' des Limbus.

§. 83. **Prüfung und Berichtigung.** Um zu untersuchen, ob Mikroskop und Schraube allen Anforderungen entsprechen, wird man das erstere auf seine Deutlichkeit und auf die Bildgrösse eines Limbustheils, die letztere aber auf die Gleichförmigkeit ihrer Bewegung zu prüfen haben. Die Deutlichkeit des Mikroskops mit Einschluss seines Fadensystems wird, abgesehen von der Entfernung der zu betrachtenden Gegenstände, in ähnlicher Weise wie beim astronomischen Fernrohre untersucht und in Bezug auf die Fäden auch hergestellt. Damit aber die Bildgrösse eines Theils des Limbus, welcher n Minuten umfasst, mit der Gesammthöhe von n Schraubengängen übereinstimmt, muss man den deutlich sichtbaren Faden des Mikroskops sowie die Trommel der Schraube auf Null stellen und den ersteren genau über einen Limbustheilstrich bringen. Dreht man dann die Schraube n ganze Mal um und es steht der Ocularfaden genau über dem (n + 1)ten Zahne und dem nächsten Limbusstriche, so ist dieses ein Beweis, dass das Bild und der Rechen die richtige Grösse haben; träfe aber der Faden wohl über die Spitze des (n + 1) ten Zahns, nicht aber auf den Limbusstrich, so wäre zwar der Rechen im Ganzen richtig, das Bild aber zu klein oder zu gross, wenn der Ocularfaden über den Limbusstrich

hinausgeht oder diesen Strich nicht erreicht. Der Fehler am Rechen wäre nicht zu verbessern, dagegen kann die Bildgrösse etwas verändert werden, wenn die Entfernung des Mikroskops von der abzulesenden Theilung vermehrt oder vermindert wird, weil diese Grösse y nach der Formel Nr. 23 wesentlich von der Gegenstandsweite a abhängt. Dieses Verschieben des Mikroskops geschieht aus freier Hand, obwohl es besser wäre, dazu eine am Mikroskopträger angebrachte Stellschraube benützen zu können.

Wenn alle kleinsten Theile des Limbus und alle Schraubengänge unter sich gleich wären und es gingen n Umdrehungen der Schraube auf einen beliebigen kleinsten Limbustheil, so müsste theoretisch diese Coincidenz für alle Limbustheile und jede Stelle der Schraube stattfinden; allein eine solche mathematische Genauigkeit der Ausführung eines Schraubenmikroskops existirt in Wirklichkeit niemals, und daher bleibt für genaue Messungen nichts anderes übrig, als eine grössere Anzahl über den ganzen Limbus vertheilter kleinster Intervalle mit der Schraube sorgfältig abzumessen und aus allen Angaben derselben das arithmetische Mittel als den wahrscheinlich richtigsten Winkelwerth eines ganzen Schraubenumgangs anzunehmen. Hat demnach ein Limbustheil l die Grösse von n Minuten und gehören zur Bewegung des Ocularfadens über einen solchen Theil durchschnittlich n ganze Umdrehungen der Schraube plus ν Trommeltheile, wovon jeder sehr nahe eine Secunde vorstellt, so ist zunächst

$$l = n\,u + \nu.$$

(Die Zahl ν kann auch negativ sein: hier denken wir uns das Vorzeichen mit dem Buchstaben ν verbunden.)

Hieraus findet man den Winkelwerth eines Schraubenumgangs

$$u = \frac{l - \nu}{n}$$

und hiermit den Winkelwerth eines Trommeltheils

$$t = \frac{l - \nu}{60\,n}.$$

Man kann hiernach Tabellen entwerfen, welche sofort für jede Zahl von ganzen Umdrehungen und Trommeltheilen die entsprechenden Winkelwerthe in Minuten und Secunden angeben. Diese Tabellen bedürfen von Zeit zu Zeit einer Verbesserung, weil die Entfernung des Mikroskops von der Theilung sich etwas ändern kann. Damit man nun nicht wieder dieselbe Arbeit wie am Anfange zu leisten hat, misst man schon bei der ersten Aufstellung der Tabellen einen willkürlich gewählten, jedoch bestimmten Limbustheil l_1 (gewöhnlich den ersten am Nullstriche befindlichen) welchen man den Normaltheil nennen kann, so genau als möglich ab und benützt ihn zur späteren Vergleichung und Herstellung eines Reductionsfactors in folgender Weise.

Hat man nämlich die Bildgrösse des Normaltheils ursprünglich gleich

$$l_1 = n\,u + \nu_1$$

und bei einer späteren Untersuchung gleich

$$l_2 = n\,u + v_2$$

gefunden, so ist klar, dass die neue mittlere Bildlänge l' sich zur alten l verhalten wird wie l_2 zu l_1 und dass demnach

$$l' = \frac{l_2}{l_1} .\, l = m\,l$$

ist, wobei m den Reductionsfactor vorstellt. Die Werthe von u und t bleiben selbstverständlich unverändert, da sie nicht von der Stellung des Mikroskops gegen den Limbus, sondern nur von der Beschaffenheit der Schraube abhängen, welche hier als tadellos gearbeitet und unveränderlich vorausgesetzt ist. (Die feinsten geodätischen und astronomischen Messungen erfordern allerdings auch eine ausführliche Untersuchung der Schraubengänge, worauf wir jedoch hier nicht eingehen wollen.)

Hätte sich an einem bestimmten Instrumente, für welches $n = 10$ und $l = 10' = 600''$ ist, bei der ersten Untersuchung $v = +0{,}8$ und $v_1 = -0{,}2$ und bei einer späteren Untersuchung $v_2 = +1{,}5$ ergeben, so fänden folgende Bestimmungsgleichungen statt:

(1) $600 = 10\,u + 0{,}8$ (3) $l_2 = 10\,u + 1{,}5$

(2) $l_1 = 10\,u - 0{,}2$ (4) $m = \frac{10\,u + 1{,}5}{10\,u - 0{,}2}$

und es wäre aus (1) der Werth von $u = 60'' - 0'',08 = 59'',92$ und $t = 1'' - 0'',0013 = 0'',9987$, ferner aus (2) $l_1 = 599'',2 - 0'',2 = 599''$, aus (3) $l_2 = 599'',2 + 1'',5 = 600'',7$ und aus (4) $m = 1{,}0025$, daher $l' = 1{,}0025 .\, l = 601'',5$.

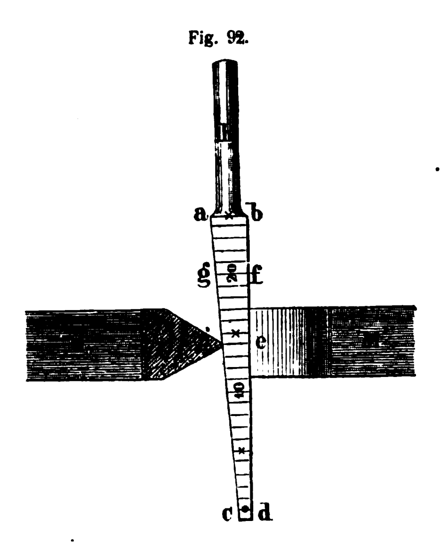
Der Messkeil.

§. 84. Die Erfahrung lehrt, dass es für die genaue Messung gerader Linien nicht gut ist, die an einander zu reihenden Massstäbe sich dicht berühren zu lassen, weil dadurch leicht eine Verschiebung des einen oder anderen bewirkt werden kann. Auf Grund dieser Erfahrung hat Reichenbach vorgeschlagen: erstens die metallenen Massstäbe an ihren Enden in scharfe Kanten auslaufen zu lassen, welche senkrecht zu einander stehen; zweitens diese Stäbe bei der Messung so in die gerade Linie zu legen, dass sich immer eine lothrechte und eine wagrechte Kante gegenüberstehen, ohne sich zu berühren; und drittens den Abstand beider Kanten durch einen dazwischen geschobenen flachen Keil, dessen Dicke an jeder Stelle bekannt ist, zu messen. Man nennt diesen Keil nach dem Materiale, woraus er besteht, bald Stahl- bald Glaskeil; wir werden ihn in der Folge, unabhängig von seinem Stoffe, den Messkeil nennen.

Ein solcher Keil ist hier in seiner Stellung zwischen zwei Massstäben (M und M') gezeichnet. Die Länge b d desselben beträgt höchstens 1 Decimeter und die Breite 1 Centimeter. Den Keilflächen (a c, b d), welche vollkommen eben gearbeitet sein müssen, gibt man ungefähr 2 Grad Nei-

gung. Eine der parallelen Seitenflächen wird durch gleichweit entfernte und auf einer Keilkante (b d) senkrecht stehende Striche so abgetheilt, dass man die Dicke des Keils an der Stelle i e, welche von beiden Kanten zugleich berührt wird, aus einer besonderen Tabelle sofort entnehmen kann. Die Ordinaten können 1 Millimeter von einander entfernt sein. Trifft die Kante i zwischen zwei Ordinaten, so schätzt man ihren Abstand von einer derselben und bringt ihn bei der abgelesenen Abscisse gehörig in Rechnung. Die Dicke des Keils an irgend einer Stelle (g f) ist leicht zu bestimmen, wenn man dieselbe an zwei Stellen (a b, c d), deren Entfernung gegeben ist, kennt und voraussetzt, dass die Keilflächen wirkliche Ebenen sind. Setzt man nämlich a b = d, c d = d', b d = a, d f = x und g f = y, so ist

Fig. 92.



$$y = d' + \frac{d - d'}{a} x. \qquad (83)$$

Wäre a = 30''', d = 2''', d' = 0''',5, so fände man für die Abscisse x' = 27''' die Dicke y' = 1,85 Linien, und für die Abscisse x'' = 27''',5 die Dicke y'' = 1,875 Linien. Der Unterschied beider Dicken betrüge somit 0,025 oder $^1/_{40}$ Linie. Da man den Zwischenraum von einer halben Linie mit blossem Auge sicher noch in fünf Theile theilen kann, so geht hieraus hervor, dass mit dem eben beschriebenen Keile der Abstand zweier Metallmassstäbe nöthigenfalls bis auf $^1/_{200}$ Linie genau gemessen werden kann.

§. 85. **Prüfung des Keils.** Schwerd wandte zur Bestimmung der Dicken der Stahlkeile, welche er zur Messung der kleinen Speyerer Basis [1] gebrauchte, folgendes Verfahren an. Er verfertigte drei verschiedene Messingstreifen, deren Seitenflächen genau parallel waren und deren Breiten in drei entsprechend weite Lehren vollkommen passten. Hierauf schob er den zu untersuchenden Keil nach und nach in jede dieser Lehren und bemerkte die Ordinaten, bis zu welchen derselbe eindrang. Diese Ordinaten waren offenbar so lang als die Messingstreifen breit, und es kam nunmehr darauf an, die Breite der Streifen zu finden. Zu dem Ende wurden die letzteren in der Mitte quer durchschnitten und je zwei zusammengehörige Stücke auf einem genau getheilten Massstabe abwechselnd aneinander gelegt, bis ein ziemlich grosses Vielfaches dieser Breite gemessen war. Bei diesem Aneinanderlegen musste selbstverständlich jeder Stoss und jede Erwärmung durch Berühren mit der blossen Hand vermieden werden, wess-

[1] Man vergleiche »Die kleine Speyerer Basis« von Prof. Fr. Schwerd, Speyer 1822.

halb die Messingstücke durch Stricknadeln fortgeschoben, gehalten und an einandergepasst wurden. Auf diese Weise fand Schwerd, dass für einen seiner Keile den Ordinaten 44,4; 16,2; 4,4 nacheinander die Keildicken 6,4073; 2,7070; 1,1815 Millimeter entsprechen.

Aus den beiden ersten Ordinaten berechnet sich nach Gleichung (83) der Werth der Ordinate 10 zu 1,8937 und aus den beiden letzten zu 1,9050 Millimeter; im Mittel also zu 1,8993 Millimeter. Auf Grund der in dieser Weise ermittelten Längen von 4 Ordinaten erhält man die übrigen Keildicken, indem für die Ordinaten

von 0 bis 10	die Angaben:	Ord. 10 = 1,8993	und	Ord.	4,4 = 1,1815 mm
„ 10 „ 16	„	„ 10 = 1,8993	„	„	16,2 = 2,7070 „
„ 16 „ 45	„	„ 16,2 = 2,7070	„	„	44,4 = 6,4073 „

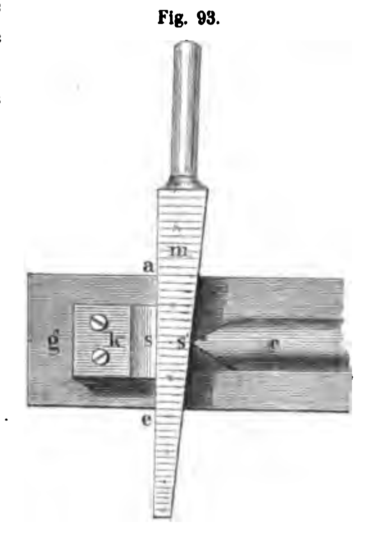
benützt wurden. Schwerd fand hierdurch den Unterschied zwischen je zwei auf einander folgenden und ungefähr $2^1/_2$ Millimeter entfernten Ordinaten oder Keildicken:

in dem ersten Theile	von 0	bis 10	= 0,12821	Millimeter;
„ „ zweiten „	„ 10	„ 16,2	= 0,13024	„
„ „ dritten „	„ 16,2	„ 45	= 0,13115	„

Da man die Zahl der Ordinate bis auf ein Zehntel schätzen konnte, so war folglich mit dem Keile eine Messung bis zu 0,013 Millimeter Genauigkeit möglich.

Bessel verfuhr bei Prüfung seiner Messkeile, welche zur Gradmessung in Ostpreussen dienten, in ganz anderer Weise. Er benützte dazu, wie in Fig. 93 angedeutet, ein auf einem Gestelle (g) befestigtes Stahlprisma (k), dessen scharfe Kante (s) wagrecht lag, und einen polirten Stahlcylinder (c), der eine lothrechte Schneide (s') hatte und in einer hohlen Bahn mit seiner Axe parallel bewegt werden konnte. Die Bewegung dieses Cylinders wurde durch ein Schraubenmikroskop auf's genaueste gemessen. Die Messung der Keildicken begann damit, dass man den Cylinder c so weit an den Keil k schob, bis sich die Schneiden s und s' genau berührten. Alsdann las man den Stand der Mikrometerschraube ab. Hierauf wurden nach und nach alle Ordinaten des zu untersuchenden Keils zwischen die Schneiden s und s' gebracht und jedesmal der Stand der Schraube abgelesen. Es ist klar, dass der Unterschied der Ablesungen zwischen irgend zwei Ordinaten dem Unterschiede dieser Ordinaten proportional ist, und dass man hieraus die Länge jeder Ordinate erhält, sobald man den Werth eines Schraubengangs kennt. Die gläsernen Mess-

Fig. 93.



keile von Bessel hatten zwischen den Endpunkten ihrer Scala, welche 41 Linien lang war, 120 Theile und es war die unterste Ordinate 0,8 und die oberste 2 Linien lang. Bessel berechnete hiernach zuerst die Längen der übrigen Ordinaten und bestimmte sie alsdann durch wiederholte Versuche.

Die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Keildicken oder die Fehler der letzteren ergaben sich für die von Bessel untersuchten fünf Keile wie folgt:

Ordinate.	1.	2.	3.	4.	5.
	Duodecimal-Linien.				
0 = 0,8'''	— 0,0056	— 0,0056	— 0,0051	— 0,0067	— 0,0055
20 = 1,0	— 0,0044	— 0,0044	— 0,0044	— 0,0059	— 0,0052
40 = 1,2	— 0,0030	— 0,0037	— 0,0031	— 0,0041	— 0,0042
60 = 1,4	— 0,0025	— 0,0028	— 0,0025	— 0.0036	— 0,0039
80 = 1,6	— 0,0008	— 0,0011	— 0,0010	— 0,0019	— 0,0022
100 = 1,8	+ 0,0003	— 0,0002	— 0,0002	— 0,0012	— 0,0006
120 = 2,0	+ 0,0018	+ 0,0014	+ 0,0010	0,0000	+ 0,0012

Vorstehende Tabelle mag als Beweis dienen, dass man mit den Messkeilen in der That eine Genauigkeit von $^1/_{200}$ Linie erlangen kann; denn während der Unterschied zweier auf einander folgender Ordinaten gerade $^1/_{100}$ Linie beträgt und durch Schätzung die Anzahl der Ordinaten von 120 auf 240, also der Unterschied je zweier auf einander folgender auf $^1/_{200}$ Linie gebracht werden kann, zeigen vorstehende Zahlenwerthe, welche nach Bessel's Angabe in der dritten Decimale noch sicher sind, dass man durch das bei der Prüfung angewandte Messverfahren bis auf $^1/_{1000}$ Linie genau messen kann. Da aber dieses Verfahren von der Messung mit den Messstangen nur darin sich unterscheidet, dass man hierbei das Mikroskop und die Mikrometerschraube weglässt, so darf man wohl wie oben die Genauigkeit der Messkeile auf $^1/_{200}$ Linie setzen.

Zweiter Abschnitt.

Mittel zur Bezeichnung der Operationspunkte.

§. 86. Die Punkte, deren gegenseitige Lage durch Messung bestimmt werden soll, müssen vorher abgesteckt oder durch entsprechende Merkmale bezeichnet sein. Man kann aber auf dem Felde einen Punkt nur durch die lothrechte Axe eines an seiner Stelle sich befindenden festen

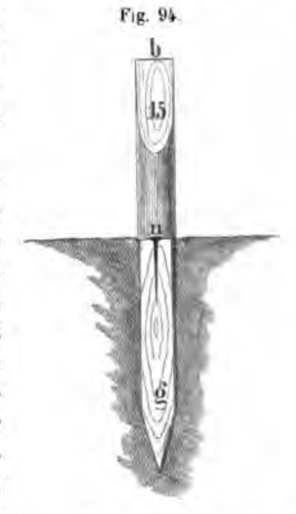
Gegenstands, und eine **gerade Linie** nur durch zwei solche Axen bezeichnen, wenn sie von entfernten Stellen aus gesehen werden sollen. In Folge dieser in der Natur der Sache gelegenen Bezeichnungsweise spricht und schreibt man auch von einem Punkte so, als ob er eine lothrechte Linie, und von einer geraden Linie, als ob sie eine lothrechte Ebene wäre. Indem man die hier stattfindende Verwechselung des Mittels der Bezeichnung mit dem Bezeichneten noch weiter ausdehnt, versteht man folgerichtig unter einer **gebrochenen Linie** zwei oder mehr sich schneidende lothrechte Ebenen, und unter einer **krummen Linie** eine lothrecht stehende Cylinderfläche. In diesem Sinne gilt somit in der Erd- und Feldmessung Alles für einen Punkt oder eine gerade oder krumme Linie, was im Grundrisse als eigentlicher Punkt, gerade oder krumme Linie erscheint; der Aufriss einer geraden Linie kann somit krumm oder gebrochen, und der einer krummen Linie gerade sein.

Dieselben Principien gelten auch für die Bezeichnung von Punkten und Linien, welche in Gruben aufzunehmen oder abzustecken sind; nur bedingen hier oft die Räumlichkeiten und nicht selten die Messinstrumente andere Hilfsmittel als auf der Erdoberfläche, wie die nachfolgenden Beschreibungen beweisen.

Absteckpfähle und Markpflöcke.

§. 87. Durch Errichtung von lothrechtstehenden Gegenständen können alle Arten von Figuren so abgesteckt werden, dass man ihren Grundriss aufnehmen kann. Handelt es sich aber bei der Aufnahme nicht um den Grundriss allein, sondern auch um die gegenseitige Höhenlage oder den Aufriss der Punkte, so muss zu jener ersten Bezeichnung noch eine zweite kommen, welche die Höhe des Punkts angibt.

Fig. 94.



Diese letztere Bezeichnung wird durch **Grundpfähle** g (Fig. 94) bewirkt, welche lothrecht in den Boden geschlagen werden, bis sie unverrückbar feststehen, worauf man sie in der Höhe des zu bezeichnenden Punkts wagrecht abschneidet und nöthigenfalls in der Mitte des Querschnitts mit einem Nagel (n) versieht, dessen platter Kopf den Punkt vorstellt. Die Länge und Dicke dieser Grundpfähle richtet sich selbstverständlich nach der Festigkeit des Bodens, in den sie geschlagen werden: in den meisten Fällen genügt eine Länge von 0,3 bis 0,5 und eine Dicke von 0,05 bis 0,10 Meter.

Um einen Grundpfahl von dem anderen zu unterscheiden, wird neben jedem ein **Beipfahl** (b) geschlagen, der ungefähr 0,3 Meter über dem

Boden vorsteht und auf einer ebenen, bloss durch ein Beil hergestellten Seitenfläche die Nummer oder sonstige Bezeichnung des Grundpfahls trägt. In der vorstehenden Figur ist der Grundpfahl durchschnitten und der Beipfahl, welcher etwa 2 Decimeter von jenem entfernt ist, in der Ansicht gezeichnet. Dergleichen Grund- und Beipfähle finden bei der Aufnahme von Längen- und Querprofilen (d. i. von lothrechten Durchschnitten der Bodenoberfläche) ihre Anwendung.

Für technische Zwecke ist es sehr oft nöthig, krumme Linien von bestimmter Form, namentlich Kreisbögen, auf dem Felde abzustecken. Diese Absteckung erfordert, dass man einzelne Punkte jeder Curve oder, wenn man will, einzelne Elemente der lothrechtstehenden Cylinderfläche, worin die Curve liegt, sichtbar macht. Dazu dienen Pfähle von derselben Beschaffenheit, wie die eben beschriebenen Beipfähle, indem es genügt, wenn diese Curvenpfähle 0,25 bis 0,^{m}3 über die Bodenfläche vorstehen. Die Berührungspunkte der Curven bezeichnet man in der Regel mit grösseren und stärkeren Pfählen als die übrigen Punkte, damit man Anfang und Ende einer Curve leichter wieder erkennt. Auch gibt man den Pfählen dieser Punkte besondere Zeichen, welche sich auf die Berührung beziehen.

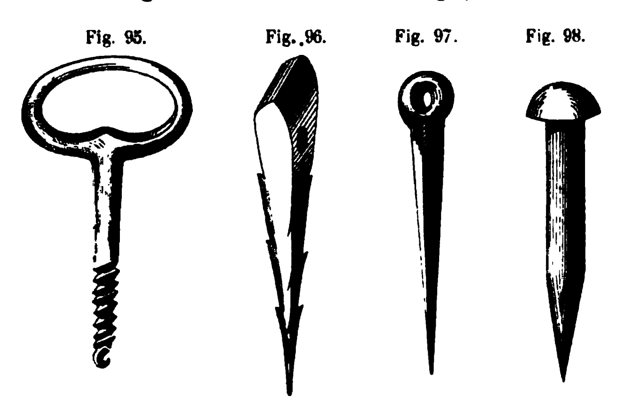
Soll der Grundriss einer Flurmarkung oder ein Plan derselben aufgenommen werden, so besteht die erste Arbeit der Aufnahme in der Absteckung der Grenzen der einzelnen Bestandtheile derselben, d. i. aller Felder, Wiesen, Wälder, Wege, Flüsse, Häuser, Gärten u. dgl. Man bedient sich dazu der Markpflöcke, welches 30 Centimeter lange, 5^{cm} breite und 2^{cm} dicke unten zugespitzte Spalten aus Tannen- oder Fichtenholz sind. Dieselben werden vor ihrer Verwendung mit fortlaufenden Nummern versehen. Es lohnt sich wohl auch die Mühe, sie zu durchbohren und an einem Stricke nach ihren Ziffern aneinander zu reihen, um sie leichter fortzuschaffen und bei der Umgehung und Abpflöckung der Flurmarkung in der rechten Folge der Nummern zu verwenden.

Nägel und Schrauben.

§. 88. Da der harte Boden der Bergwerke selten erlaubt, zur Bezeichnung von Punkten Pfähle anzuwenden, so bedienen sich die Markscheider dafür des Eisens in Form von Nägeln und Schrauben, welche in dem Zimmerwerke der Stollen, Strecken, Schächte etc. leicht befestigt werden können. In sehr engen Räumen werden die geraden Linien durch angespannte Schnüre dargestellt, welche an den Endpunkten von Markscheideschrauben (Fig. 95) gehalten werden. Diese Schrauben sind von Messing, etwa 3^{mm} dick, 6 bis 9^{cm} lang und haben oben einen schlüsselähnlichen Griff und unten ein Gewinde wie die Holzschrauben. Bei wagrechten (söhligen) und schiefen (flachen) Linien setzt man diese Schrauben höchstens 8 Lachter auseinander, weil sonst die Schnur eine für die Messung schädliche Biegung annimmt.

Dauerhafter, als es mit Markscheideschrauben möglich ist, kann man Pünkte mit dem Punkteisen (Fig. 96) bezeichnen. Diese Eisen sind im Grunde nur dicke Nägel von 15 bis 20^{cm} Länge, welche am Kopfe 3^{cm}

Fig. 95. Fig. 96. Fig. 97. Fig. 98.



breit sind und ein Loch haben, um die Schnur aufzunehmen. Man kann sie für Horizontal- und Verticalaufnahmen benützen. Sollen sie in festem Gesteine angewendet werden, so muss dieses erst ausgebohrt und mit einem hölzernen Dübel ausgefüllt werden, in den alsdann das Punkteisen eingeschlagen wird.

Sind in den Firsten von Stollen oder Strecken Punkte zu bezeichnen, von denen bloss herabgesenkelt wird, so geschieht dieses mit Senkeleisen (Fig. 97), welche eine Länge von 7 bis 10^{cm} und eine etwa 1^{cm} weite Oeffnung haben, durch welche die Senkelschnur gesteckt werden kann.

Als Fix- oder Anhaltspunkte für das Nivellement eines Stollens oder einer Strecke dienen die Sohlnägel (Fig. 98), welche 1 Decimeter lang und am Kopfe 4 bis 6^{cm} breit sind. Diese Nägel werden in Sohlschwellen oder hölzerne Dübel eingeschlagen und sind behufs späterer Benützung gegen Beschädigung zu schützen.

Fluchtstäbe und Messfahnen.

§. 89. **Beschreibung.** Zur vorübergehenden Bezeichnung von naheliegenden Punkten und hierdurch bestimmten geraden Linien dienen die Fluchtstäbe (Absteckstäbe, Baken), welche in Form von Cylindern aus gut getrocknetem Tannenholze 2 bis 3^{m} (6 bis 10') lang und 3 bis 4^{cm} (1 bis 1,3'') dick gemacht werden. Diese Stäbe sind zum leichteren Einstecken in den Boden an ihren unteren Enden mit kegelförmigen eisernen Schuhen beschlagen, und zum besseren Erkennen in der Ferne von Viertelmeter zu Viertelmeter oder auch von Fuss zu Fuss abwechselnd roth und weiss, manchmal auch schwarz und weiss angestrichen. Der weisse Anstrich sticht gegen dunkle und der rothe gegen helle Gegenstände gut ab,

während der schwarze für schneebedeckten Hintergrund empfohlen wird. Aber dafür ist die rothe Farbe eben so gut, und da man doch nur selten im Winter misst, so eignet sich der roth und weisse Anstrich am meisten für die Absteckstäbe. Dass die Farben von 25 zu 25^{cm} oder von Fuss zu Fuss wechseln, hat darin seinen Grund, dass die Fluchtstäbe manchmal zu flüchtigen Längenmessungen benützt werden müssen, wenn es an besseren Massstäben mangelt.

Neben den Fluchtstäben führt der ausübende Geometer meist auch eine kleine Anzahl grösserer Stäbe mit sich, an denen sich oben ein Fähnchen von rother und weisser Leinwand befindet. Diese Messfahnen eignen sich wegen der grösseren Höhe ihrer Stäbe und der Bewegung der gefärbten Leinwandstreifen zur Aufstellung hinter Hecken, niedrigem Gebüsche, Anhöhen und überhaupt an solchen Stellen, wo sich die Fluchtstäbe nicht sicher erkennen lassen. Ihre Stäbe unterscheiden sich von den Fluchtstäben nur durch die Länge, welche 3 bis 4^{m} (10 bis 15′) beträgt.

Fig. 99



Um auf felsigem Untergrunde, auf Strassenpflaster, Plattenbeleg und anderen harten Körpern Fluchtstäbe aufstellen zu können, dienen gusseiserne Dreifüsse von der in Fig. 99 dargestellten Form, welche die Stäbe mit einer Schraube (b) festzuhalten und mit drei anderen (a, a′ a″) lothrecht zu stellen gestatten.

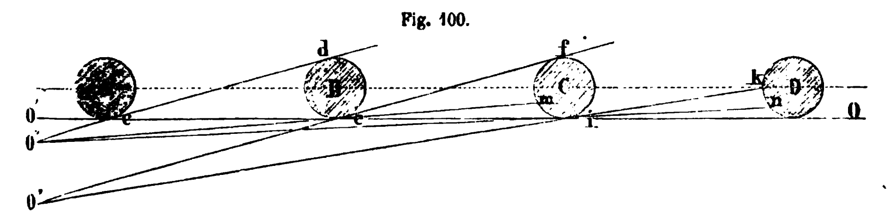
§. 90. **Gebrauch.** Das Abstecken einer geraden Linie mittels Fluchtstäben gründet sich auf den geradlinigen Fortgang des Lichts und setzt voraus, dass man einen solchen Stab lothrecht zu halten und in den Boden zu stecken wisse. Man könnte diese Stellung durch einen Senkel prüfen, aber diese Prüfung wäre für diesen Zweck zu umständlich und bei einigermassen windigem Wetter gar nicht ausführbar. Es hält indessen nicht schwer, das Auge so zu gewöhnen, dass es in einiger Entfernung vom Stabe dessen schiefe oder lothrechte Stellung bald sicher schätzt, namentlich wenn man sie mit fernliegenden Gegenständen, welche lothrechte Linien an sich tragen, wie Häuser, Thürme, Bäume u. s. w. vergleicht.

Soll zwischen zwei durch lothrechte Stäbe bezeichneten Punkten (A und B) ein dritter Stab in die dadurch bezeichnete gerade Linie eingesteckt werden, so stellt sich der Geometer an einem Ende (A) der Linie auf und zielt abwechselnd an der rechten und linken Seite des vor ihm stehenden Stabs (A) vorbei nach dem entfernteren Stabe (B) und gibt seinem ihn ansehenden Gehilfen, der den einzusteckenden Stab (C) mit ausgestrecktem Arme zwischen dem Daumen und Zeigefinger frei hält, die erforderlichen Zeichen zur Bewegung nach rechts oder links, bis der dritte Stab (C) von dem ersten (A) gedeckt wird und beide den zweiten (B) decken.

Auf diese Weise kann man zwischen zwei gegebenen Stäben mehrere einschalten, wobei sich übrigens von selbst versteht, dass man mit dem entferntesten den Anfang machen muss. Auch ist hierdurch klar, dass man eine durch zwei Punkte bestimmte Gerade rückwärts verlängern kann, indem man einen Stab nach dem anderen auf die vorhergehenden einrichtet.

Um zu prüfen, ob mehrere Stäbe genau in gerader Linie stehen, bringe man durch Bewegung des Kopfes das zielende Auge bald rechts bald links von dem nächsten Stabe und vergleiche, ob die übrigen Stäbe auf beiden Seiten regelmässig nacheinander hervortreten. Findet diese Regelmässigkeit statt, d. h. ist der zweite Stab früher sichtbar als der dritte, dieser früher als der vierte u. s. f., so stehen die Stäbe richtig; kommt aber ein entfernter Stab früher zum Vorschein als ein näherer, so muss die Aufstellung des einen oder anderen Stabs verbessert werden.

Fig. 100.



Durch Fig. 100 wird diese Prüfungsmethode anschaulicher. Steht nämlich das Auge in O', so berührt die an A streifende Visirlinie O' O alle in gerader Linie stehenden Stäbe A, B, C, D; kommt das Auge nach O'', so kann man den Stab B ganz und von C einen grösseren Theil als von D sehen, oder auch: es tritt B früher aus der Linie als C, dieser früher als D u. s. w. Dasselbe gilt für die Stellung O''' des Auges und für ähnliche Stellungen desselben auf der linken Seite sämmtlicher Stäbe.

Wie weit man die Absteckstäbe höchstens auseinander stellen darf, hängt von ihrer Dicke, von der Beleuchtung, dem Hintergrunde und der Beschaffenheit des Auges des Geometers ab. Wenn alle Umstände günstig sind, so kann man 3 bis 4^{cm} dicke Stäbe 50 bis 60^{m} auseinander stecken, weil sich alsdann, was für die Absteckung einer geraden Linie ein Vortheil ist, immer noch der dritte und selbst vierte Stab deutlich erkennen lässt. Kleine Abstände der Fluchtstäbe sind desshalb nachtheilig, weil die Fehler des Einstellens sich häufiger wiederholen und jeder Fehler in der Stellung eines Stabs auf die folgenden Stäbe sich fortpflanzt.

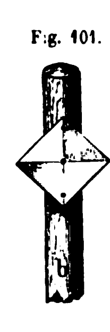
Signale.

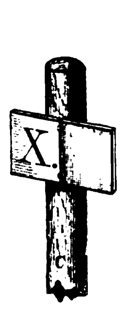
§. 91. Bei weit ausgedehnten Messungen sind gewisse Punkte dauernd so zu bezeichnen, dass das Zeichen oder S i g n a l in grosser Entfernung noch erkannt werden kann: es muss desshalb seine Körpermasse nicht bloss der Sichtbarkeit, sondern auch der Standfestigkeit wegen grösser sein als

die der Pfähle oder Fluchtstäbe. Man kann natürliche und künstliche Signale unterscheiden: zu jenen rechnet man lothrechte Gegenstände, welche sich für Zwecke der Vermessung von selbst darbieten, wie Thurmspitzen, Mauerkanten, Bäume u. s. w., während künstliche Signale alle diejenigen heissen, welche an den betreffenden Stellen erst errichtet werden müssen. Diese Signale bestehen bei oberirdischen Messungen aus Stangen und aus hölzernen oder steinernen Pfeilern und Pyramiden, bei unterirdischen Messungen aber aus Lampen oder brennenden Kerzen.

Fig. 101.







§. 92. **Stangensignale.** Je nach der Entfernung, auf welche man diese Signale sehen will, werden gerade Tannen- oder Fichtenstämmchen von 6 bis 8^{cm} (2 bis 3″) mittlerer Dicke und 5 bis 6^{m} (17 bis 20′) Höhe abgeschält, an ihrem Wurzelende zugespitzt und an ihrem Gipfel mit einem Brettchen versehen, das eine der nachfolgenden Stellungen (Fig. 101) erhält und entweder durchaus weiss, oder roth und weiss, manchmal auch schwarz und weiss angestrichen ist. Zur Unterscheidung der Signalstangen kann man auf ihre Brettchen Zahlen oder Buchstaben setzen, wie ebenfalls hier angedeutet ist.

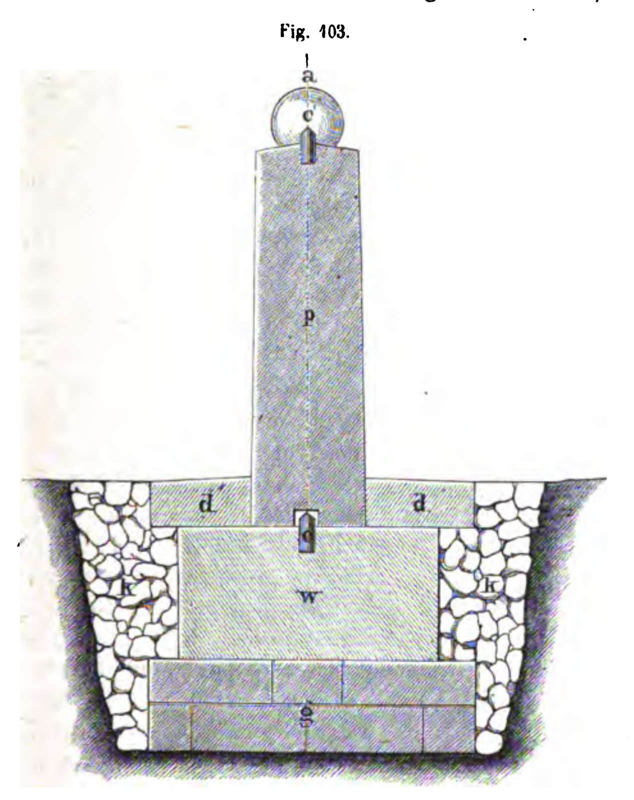
Fig. 102.

Zum Aufrichten eines solchen Signals wird erfordert, dass mit Hilfe eines eisernen Vorstosses ein 6 bis 9^{dm} (2 bis 3′) tiefes Loch in den Boden gemacht werde, in das man die Stange mit Gewalt hinabstösst, nachdem sie vorher so gewendet wurde, dass das Signalbrettchen nach den Seiten gerichtet ist, von wo aus es vorzugsweise gesehen werden muss. Um die Signalstange lothrecht zu stellen, visirt man ihre Mittellinie nach zwei Senkeln ein, die in einiger Entfernung von der Stange so aufgestellt werden, dass die durch sie und die Stange bestimmten Visirebenen sich nahezu rechtwinklig kreuzen. Hat die Stange nahehin die richtige Stellung, so füllt man die sie umgebende Höhlung mit Steinen aus. Durch Einkeilen einzelner Steine auf den entsprechenden Seiten kann man das Signal nach und nach ganz lothrecht stellen. Sehr hohe Signalstangen werden zum Schutze gegen Verdrückung durch den Wind mit einigen Streben versehen, deren oberes Ende an die Stange genagelt ist, während das untere fest in dem Boden steckt.

§. 93. **Pfeilersignale.** Für untergeordnete Dreieckspunkte zu Landesvermessungen gebraucht man häufig Signale von folgender Form (Fig. 102). Ein $1{,}5^{m}$ langer und $0{,}5^{m}$ dicker abgeschälter Baumstamm

(p) wird lothrecht 0,5 m tief in den ausgehöhlten Boden gestellt und mit Füllmaterial ringsum befestigt. Oben wagrecht abgeschnitten, erhält er eine 0,25 m tiefe Bohrung (h), um eine 1 dm dicke, 1,5 m lange und oben mit zwei sich kreuzenden Signalbrettchen versehene Stange (v) aufzunehmen, deren lothrechte Axe den mit diesem Signal versehenen Punkt vorstellt. Um diese Stange aus der Ferne besser zu erkennen, ist sie mit Kalkmilch weiss angestrichen, was auch mit den beiden Brettchen (m, n) geschieht, wenn man es nicht vorzieht, dieselben halb roth und halb weiss anzustreichen. Soll auf einem so bezeichneten Punkte ein Theodolith aufgestellt werden, um Winkel

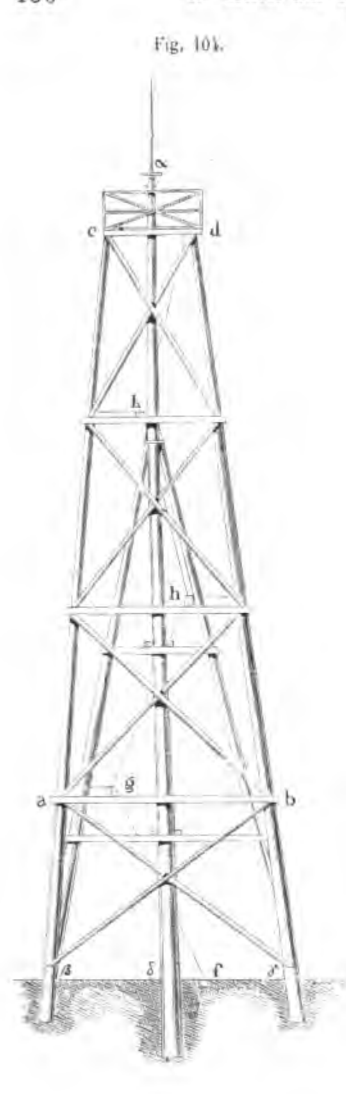
Fig. 103.



damit zu messen, so geschieht es, indem man die Stange aushebt und die Alhidadenaxe centrisch über das Loch bringt. Wird es im weiteren Verlaufe der Messung nöthig, an dieser Stelle den Messtisch aufzurichten, so kann man, da alsdann keine Winkelmessung mit dem Theodolithen mehr vorkommt, den Holzpfeiler so weit absägen als nöthig ist, um das Gestell des genannten Tisches über dem gegebenen Punkte auszuspreizen.

Will man einen wichtigen Punkt ganz dauerhaft bezeichnen, so dient dazu ein Steinpfeiler mit gemauerter Unterlage (Fig. 103). Auf dieser Gründung (g) wird zunächst ein Steinwürfel (w) befestigt und in dessen

Fig. 104.





oberen Theil ein Messingcylinder (c) so eingesetzt, dass seine lothrechte Axe den fraglichen Punkt bezeichnet. Ueber dem Würfel, dessen Oberfläche noch unter dem Boden liegt, stellt man den Steinpfeiler (p) auf und bringt seine Axe in die Verlängerung des unter ihm befindlichen Metallcylinders. Auf der Oberfläche des Pfeilers bezeichnet man die Axe nochmals durch einen zweiten dünnen und 15cm langen Cylinder (c'), der zur Hälfte in den Stein reicht, halb aber vorsteht, um eine polirte kupferne Halbkugel (a) von 15 bis 20cm Durchmesser aufzunehmen.

Bei Sonnenschein geben solche, von Bessel zuerst angewendete Kugeln ein sehr glänzendes und daher zum Anvisiren sehr geeignetes Sonnenbild. Zwar ändert sich dessen Lage auf der Kugel mit dem Stande der Sonne, und es wird desshalb auch die Visirlinie in den meisten Fällen neben der Axe, welche den Punkt vorstellt, vorbeigehen; aber man kann den Abstand des Bilds von der genannten Axe genau berechnen und danach die Lage der Visirlinie verbessern. Man braucht hierzu nur die Zeit der Beobachtung, die Entfernung des Beobachtungsorts, den Halbmesser der Kugel und die geographische Breite des mit dem Signal versehenen Punkts zu kennen. Eine polirte achtzöllige Halbkugel kann man mit einem Fernrohre von 15 Zoll Brennweite auf eine Entfernung von 30000 Fuss noch gut sehen.

Statt einer solchen polirten Halbkugel kann man auch, wenn sich das Signal auf den Himmel projicirt, eine quadratische hölzerne Tafel von 0,5 m Seite anwenden, die auf einem gusseisernen mit Stellschrauben versehenen Dreifusse angebracht ist und in dessen Büchse gedreht werden kann. Die schwarz angestrichene Tafel hat in der Mitte einen weissen Streifen von 15 bis 20cm Breite, und in diesem bezeichnet eine

schwarze Linie die Axe des Signals. Damit die hier beschriebene Vorrichtung, welche von Struve, Bessel und Baeyer zu ihren Triangulirungsarbeiten angewendet wurde, während der Richtungs-Beobachtungen unverrückbar feststeht, wird deren Dreifuss mit möglichst schweren Gewichten belastet.

§. 94. **Bocksignale.** Es kommt nicht selten vor, dass man seinen Standpunkt für Winkelmessungen sehr hoch nehmen muss, um die Signale anderer Punkte über Gebüsch, Wald etc. hinweg anvisiren zu können, sowie auch das Beobachten einzelner Punkte sehr hohe Signale erfordert. In solchen Fällen bedient man sich der hölzernen Bock- oder Pyramiden-Signale, obwohl massive unter allen Umständen besser wären, da die hölzernen in Folge der Verbindung ihrer Theile und des Einflusses der Witterung sich werfen und drehen: steinerne Signale von solcher Höhe, wie wir sie hier im Auge haben, sind indessen viel zu kostspielig, als dass man sie anwenden könnte.

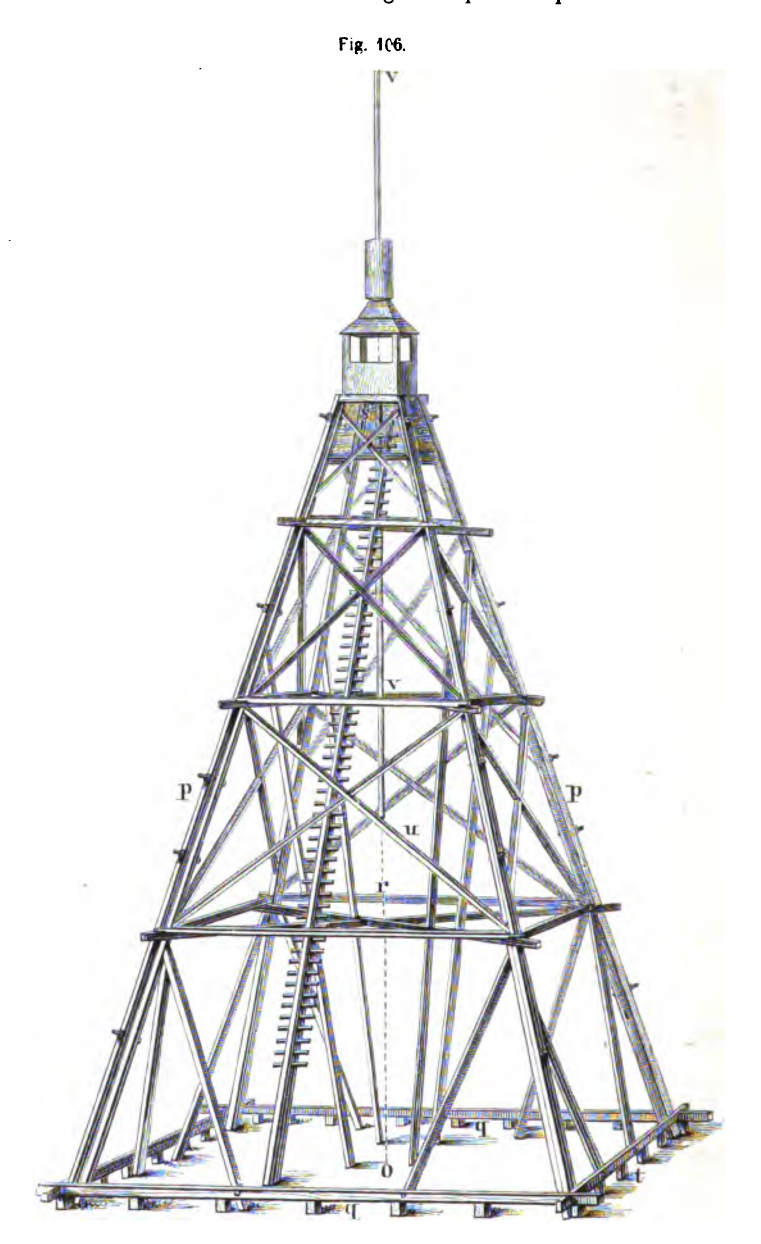
In den Figuren 104 bis 105 ist ein Bocksignal von 15^{m} Höhe dargestellt. Der innere Theil $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$ stellt den Signalständer vor, der mit vier Streben und eben so vielen Zangen in seiner freien lothrechten Stellung erhalten wird. (Der Ständer $\alpha\,\delta$ kann etweder ein angewurzelter oben abgeschnittener oder ein abgeschälter künstlich aufgestellter Baumstamm sein, auf den nöthigenfalls ein zweiter aufgepfropft werden könnte). Den genannten Ständer umgibt das pyramidenförmige Steiggerüst a b c d, das aus vier Bäumen besteht, mit Rahmen und Streben zusammengehalten und oben mit einem festen Bretterboden mit Fallthüre und einem Sicherheitsgeländer für den Beobachter abgeschlossen ist. Innerhalb dieses Gerüstes führt von Abtheilung zu Abtheilung eine steile Stiege, auf der das Messungspersonal verkehrt und der Theodolith in die Höhe geschafft wird. (Die Instrumente werden auch manchmal mittels Rolle und Seil in die Höhe gewunden). Weder die Stiege noch deren Gerüst darf mit dem Signalständer in irgend eine feste Verbindung gebracht werden, damit dieser möglichst ruhig steht. Wie der Ständer oben abgeschnitten, mit einem Visirbalken (v) und einer eichenen Beobachtungsscheibe (e i) versehen wird, kann man aus Fig. 105 entnehmen, welche in zehnmal grösserem Massstabe als die beiden anderen Figuren gezeichnet ist. Theils um die Festigkeit, theils um die Sichtbarkeit des Gerüstes zu erhöhen, wird dieses vom Boden c d bis zum Rahmen k herab mit Brettern verschalt.

Fig. 105.



§. 95. **Pyramidensignale.** Die abgestumpften bei grossen Vermessungen als Signale dienenden hölzernen Pyramiden bestehen in der Regel aus vier starken Pfosten (p, p), welche nach Fig. 106 durch mehrere Rahmen (r, r) und eine hinreichende Anzahl Streben (u, u) und Schalbretter (s, s) zusammengehalten werden. Die Pfosten sind auf einem Schwellrahmen

Fig. 106.



(q, q) befestigt, der auf dem Boden und mehreren in den Boden geschlagenen Pfählen (t, t) ruht. Aus der oft 40 Meter hohen abgestumpften Pyramide ragt ein mit deren Gerippe fest verbundener 20cm dicker und 2 bis 3 m langer Visirbalken (v) hervor, welcher oft eine würfel- oder pyramidenförmige Signalkappe von weissem Eisenblech trägt.

Der Visirbalken steht lothrecht und seine Axe geht aufwärts durch die Mitte der Signalkappe, abwärts durch den auf einer gut fundirten Steinunterlage angemerkten Punkt o. Die Verschalung, welche hier nur von zwei Seiten sichtbar ist, reicht bei kleineren Pyramiden höchstens so weit herab, dass ein unter der Pyramide stehender Mann, ohne sich zu bücken, nach allen Seiten frei hinaussehen kann. Bei sehr hohen Pyramiden nimmt die Verschalung oft nur die oberen Abtheilungen ein, obwohl es für die Erhaltung derselben sehr zweckmässig wäre, sie bis auf die eben bezeichnete Höhe herabgehen zu lassen.

Die Signalkappe dient im Grunde bloss zur leichteren Auffindung des Signals, da das Anvisiren derselben leicht kleine Fehler nach sich zieht, indem die Ziellinie gewöhnlich durch die Mitte der am hellsten erscheinenden Seitenfläche und folglich nicht durch die Axe des Visirbalkens geht. Man richtet daher das Fadenkreuz am besten auf die Mitte dieses Balkens, der durch weissen Anstrich deutlicher sichtbar gemacht wird.

Fig. 107.

Es gibt auch Pyramidensignale, welche sich zerlegen und versetzen lassen. Die Anwendung solcher Signale ist jedoch nur in äusserst seltenen Fällen ökonomisch vortheilhaft und daher wohl nicht zu empfehlen.

§. 96. **Lichtsignale.** Für die Messung von Horizontal- und Verticalwinkeln in finsteren und engen Grubenräumen sind die vorhergehenden Signale unbrauchbar; man muss hier die mit Fernrohren anzuvisirenden Punkte beleuchten, was entweder ganz einfach durch ein Grubenlicht oder durch Aufstellung eines der nachstehend beschriebenen Grubensignale geschieht.

Das einfachste Signal ausser dem gewöhnlichen Grubenlichte ist eine L a m p e, und diese kann entweder zum Aufhängen oder zum Aufsetzen eingerichtet sein.

Die H ä n g e l a m p e (Fig. 107) besteht aus einem cylindrischen Oelgefässe (a) mit 2 Zapfen, an denen ein Bügel (b) befestigt ist, welcher mittels einer kurzen Messingkette oder einer Schnur an das Oehr eines im Firste eines Stollens oder einer Strecke befestigten Senkeleisens (c) gehängt wird. Das eingeschaltete Glied d gestattet Hebungen oder Senkungen der Lampe, die kleiner sind als die Länge eines Kettenglieds. Nach dem Gebrauche kann die Dülle der Lampe durch einen Deckel geschlossen werden.

Die Setzlampe (Fig. 108) steht auf einem tellerförmigen Untersatze, der durch 3 Fussschrauben (d) mit Hilfe einer Dosenlibelle horizontal gestellt werden kann und so eingerichtet ist, dass er in seiner Mitte die domförmige Lampe (a) und in den von der Mitte und unter sich gleichweit abstehenden 3 Sätteln (c) die 3 Füsse eines Grubentheodolithen (siehe daselbst) aufnehmen kann. Bei dieser Einrichtung, und wenn der Teller horizontal gestellt ist, liegt die Dülle der Lampe in dem Lothe, das durch den Mittelpunkt des Untersatzes geht und mit der Alhidadenaxe des Theodolithen zusammenfällt. Wird der durch die Lampe bezeichnete Signalpunkt selbst Scheitelpunkt eines zu messenden Winkels, und muss also auf ihm der Theodolith aufgestellt werden, so müssen aus diesem die Fussschrauben herausgenommen werden, damit der Dreifuss fest in den Sätteln (c) ruht. Zur weiteren Befestigung dienen Klemmschrauben (s), welche in den Sattelbacken angebracht werden.

Fig. 108.

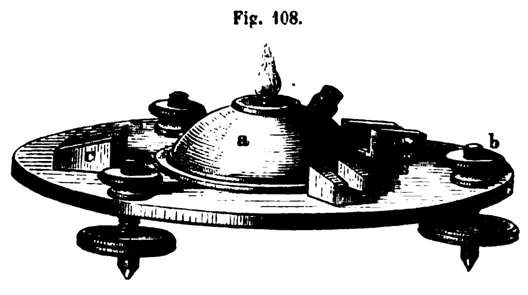
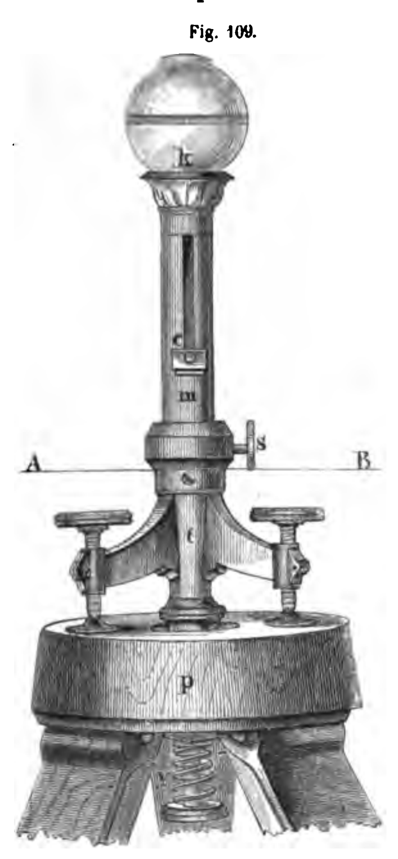


Fig. 109.



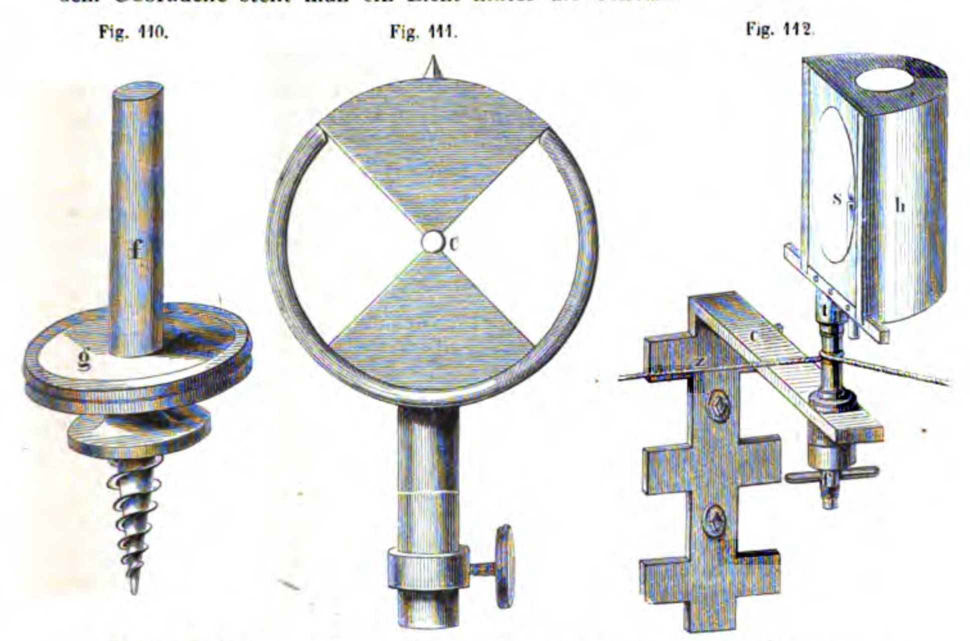
Manche Markscheider benutzen eine Kugel von Milchglas (Fig. 109), in der sich eine Lampe oder ein Wachslicht befindet, als Signal. Diese Kugel (k) wird von einer Messingröhre (m) getragen, welche sich auf einen Dreifuss (t), der nach oben in einen verticalen Zapfen ausläuft, aufstecken lässt, und deren Dülle durch den Kopf c wie die eines gewöhnlichen Leuchters gehoben und gesenkt werden kann. Der Dreifuss ruht auf einem Gestelle oder Stativ p, wie es für Theodolithen angewendet und bei deren Betrachtung beschrieben werden wird.

Einfacher als das Stativ und der Dreifuss ist die Einrichtung des Untersatzes, welche, wie in Fig. 110, bloss aus einem Metalldorn f besteht, der mit einer Baumschraube g auf einem Balken oder Markscheidebock befestigt

werden kann, und um den sich eine durch eine Schraube festzustellende Hülse dreht, wie sie in Fig. 109 durch m vorgestellt ist.

Statt der Lampe mit Milchglas kann man auch eine nach Fig. 111 eingerichtete **Papierscheibe** benützen, welche roth und weiss gefärbt und durchscheinend ist. Diese Scheibe wird von einer in der Abbildung verkürzt gezeichneten Messingröhre getragen, die sich auf den in Fig. 110 abgebildeten Metalldorn aufsetzen und mit einer Schraube feststellen lässt. Bei dem Gebrauche stellt man ein Licht hinter die Scheibe.

Fig. 110. Fig. 111. Fig. 112.



Dieses Licht (am besten eine brennende Stearin- oder Wachskerze) kann man nach Prof. **Junge**'s Angabe noch zweckmässiger in einen hohlen Halbcylinder (Fig. 112) stellen, der mittels der Mutter t auf der Schraube f befestigt wird, welche ihrerseits auf dem eisernen Träger c ruht, der in der Grubenzimmerung, auf Spreizen oder selbst am Gesteine (mit Hilfe von Dübeln) festgemacht ist. Um die Schraubenspindel kann eine Verziehschnur geschlungen werden, wie die Figur zeigt. Der Halbcylinder h ist inwendig weiss angestrichen und seine ebene Vorderfläche mit Milchglas oder weissem ölgetränktem Papiere abgeschlossen.

Heliotrope.

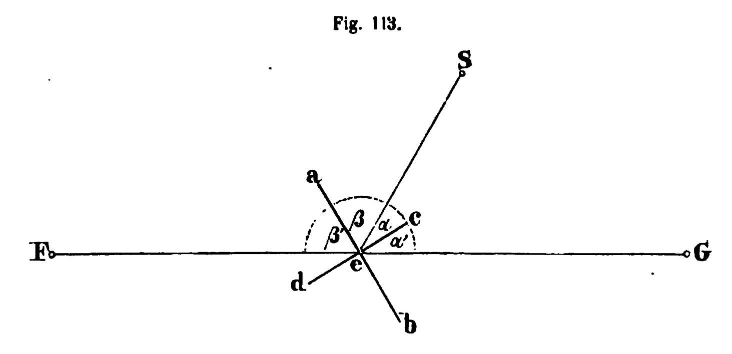
§. 97. Die Signale für grosse Vermessungen sind oft so weit von einander entfernt und manchmal so ungünstig beleuchtet, dass sie nicht mit der Schärfe anvisirt werden können, welche jene Messungen erfordern. In

solchen Fällen macht man einem entfernten Beobachter die Stelle eines Signals, auf welche er sein Fernrohr zu richten hat, durch eine Vorrichtung deutlich sichtbar, welche das auf sie fallende Sonnenlicht von ihrem Standpunkte nach dem entfernten Beobachtungsorte hinstrahlt und desshalb Heliotrop (Lichtwender, Sonnenspiegel) heisst. Vier solche Vorrichtungen sind im Gebrauche: eine von Gauss in Göttingen, welche ihr Erfinder im 5ten Bande der Astronomischen Nachrichten von Schumacher beschrieb; eine von Steinheil in München, welche derselbe im Jahrgange 1844 des Astronomischen Jahrbuchs von Schumacher veröffentlichte; eine von Bertram, welche zuerst bei der Gradmessung in Ostpreussen angewendet und in dem gleichnamigen Werke von Bessel und Baeyer (S. 65) beschrieben wurde; endlich eine von Reitz in Hamburg, welche im Jahre 1871 erfunden und patentirt worden ist.

Das Heliotrop von Gauss.

§. 98. **Theorie.** Die Einrichtung dieses Instruments gründet sich auf das Grundgesetz über die Zurückwerfung des Lichts. Stellen in Fig. 113 die Linien a b und c d zwei ebene Spiegel vor, welche senkrecht auf

Fig. 113.

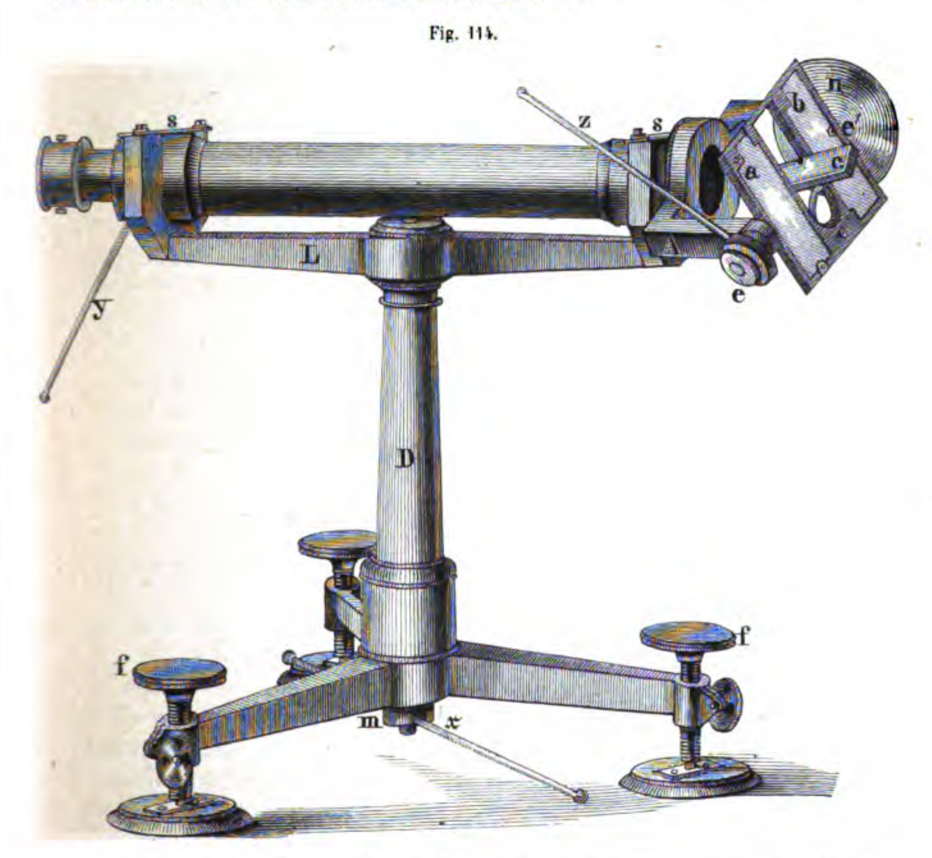


einander stehen und ihre spiegelnden Flächen nach entgegengesetzten Seiten wenden, und trifft in einer auf die Schnittlinie (e) senkrechten Richtung (S e) Licht auf beide Spiegel, so wird ein Theil dieses Lichts von dem Spiegel a b in der Richtung e G und ein anderer Theil von dem Spiegel c d in der Richtung e F zurückgestrahlt. Diese zwei Richtungen sind aber einander genau entgegengesetzt; denn da nach dem angeführten optischen Gesetze der Winkel $\alpha' = \alpha$ und $\beta' = \beta$, nach der Figur aber $\alpha + \beta = 90^0$ ist, so beträgt die Summe aller zwischen e F und e G liegenden Winkel 180^0, d. h. diese Richtungen sind parallel.

Stellt man sich nun unter S die Sonne und unter S e diejenige Richtung ihrer Strahlen vor, welche gegen die Durchschnittslinie e der beiden Spiegel senkrecht steht, so ist klar, dass man in den Punkten F und G das Sonnenlicht in zwei Richtungen empfängt, welche mit dem Durch-

schnittspunkte e der Spiegel in einer Geraden liegen; woraus sich dann von selbst ergibt, dass, wenn man die Strahlen e F in die Richtung zweier gegebener Punkte (F, G) bringt, die Strahlen e G nothwendig in derselben Geraden F G liegen müssen. Die Richtung F G wird durch ein in F befindliches und auf G eingestelltes Fernrohr angegeben, während der vor dessen Objectiv angebrachte Spiegel a b die Strahlen in der Richtung e G zurückwirft, sobald dem anderen Spiegel c d eine Stellung gegeben wird, bei welcher die Strahlen e G mit der Axe des Fernrohrs parallel laufen, d. h. das Sonnenbild auf dem Fadenkreuze erscheint.

Fig. 114.

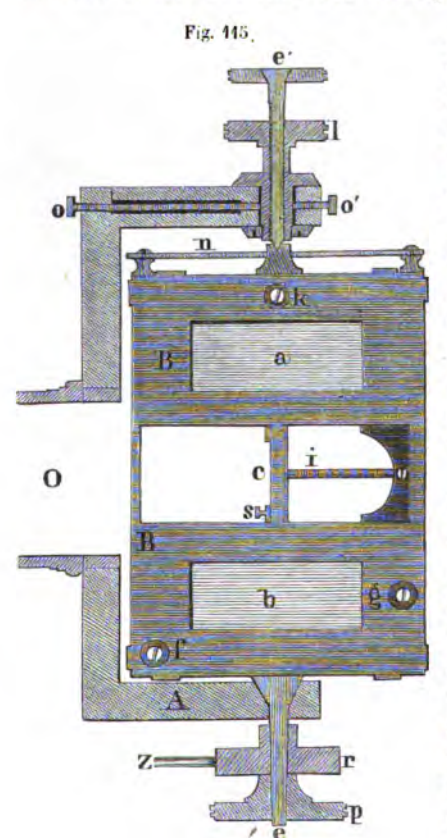


§. 99. **Beschreibung und Gebrauch.** Die wesentlichen Bestandtheile des Gauss'schen Heliotrops, wovon Fig. 114 eine perspectivische Ansicht gibt, sind das Gestelle, das Fernrohr und das Spiegelwerk.

Das Gestelle hat die Bestimmung, das Fernrohr, an dem sich das Spiegelwerk befindet, zu tragen und zu gestatten, dass man dieses Rohr nicht bloss auf einen entfernten Punkt genau einstellen, sondern auch um seine mechanische Axe drehen kann, bis die Durchschnittslinie der beiden

Spiegel (die Spiegelaxe) senkrecht gegen die Richtung der Sonnenstrahlen steht. Desshalb besteht es aus einer durchbohrten Säule (D), welche auf einem Dreifusse mit Stellschrauben (f, f) ruht und in ihrer Höhlung den Zapfen des Fernrohrträgers (L) birgt. Dieser Zapfen ist mit dem Träger fest verbunden und kann leicht gedreht werden, nachdem die unterhalb der Säule befindliche Schraubenmutter (m) durch den Stift x gelüftet worden ist. Durch diese Drehung und durch die Hebung und Senkung der Fussschrauben ist es möglich, dem Fernrohre jede beliebige Richtung zu geben, während es sich mit Hilfe des Stifts y um seine Axe drehen lässt.

Fig. 115.



Das Fernrohr ist ein mit Fadenkreuz versehenes astronomisches Fernrohr, wie es in §. 67 beschrieben wurde. In seinen Lagern wird es durch Schliessen (s, s) in der Art festgehalten, dass es sich durch den Stift y nur mit ziemlicher Reibung um seine Axe drehen lässt. Damit es sich wirklich um seine mechanische Axe drehe, müssen die Ansätze, womit es aufliegt, vollkommene Cylinder von gleicher Dicke sein. Zum Schutze der Augen lässt sich vor das Ocular ein gefärbtes Glas legen, ohne das man nicht beobachten darf.

Das Spiegelwerk, welches in Fig. 115 zum Theil im Durchschnitte und theilweise im Grundrisse (in grösserem Massstabe als Fig. 114) gezeichnet ist, wird an der Fassung des Objectivs festgeschraubt. Ein gabelförmiges Messingstück (A) trägt den Spiegelrahmen, dessen Bewegung um die Spiegelaxe (e e′) geschieht, welche den Spiegelebenen parallel und zur Fernrohraxe senkrecht ist. Die Drehung um diese Axe wird mit dem Stifte z bewirkt. Der grössere Spiegel, welcher dem entfernten Beobachter das Sonnenlicht zuzuführen hat, besteht aus zwei Abtheilungen a und b, zwischen denen der kleinere gegen das Fernrohr gerichtete Spiegel c steckt. Beide Spiegel müssen vollkommen eben und parallel sein; der kleinere ist jedoch, da er das Licht nur auf kurze Entfernung zurückzustrahlen hat und das vor dem Fernrohre befindliche Auge nicht belästigen soll, auf der Rückfläche nicht mit Folie belegt, sondern geschwärzt oder mattgeschliffen. Die

beiden Hälften des grossen Spiegels werden, wenn sie zu stark strahlen, wie in Fig. 115, mit einer Messingblende (B) bedeckt. Verschiedene Stellschräubchen dienen zur Berichtigung der Spiegel. Auf der Spiegelaxe steht eine dünne Messingscheibe (n) senkrecht, um durch ihren Schatten anzuzeigen, ob das Sonnenlicht senkrecht gegen die Spiegelaxe einfällt, wie es der Theorie zu Folge sein muss.

Das fehlerfreie Gauss'sche Heliotrop wird zwischen zwei gegebenen Punkten (F, G) in folgender Weise gebraucht. Man bringt die Spiegelaxe in den einen gegebenen Punkt (F) und richtet das Fernrohr so auf den anderen Punkt (G), dass er von dem Fadenkreuze gedeckt wird. Hierbei muss das Spiegelwerk so zurückgedreht sein, dass man über den kleinen Spiegel wegsehen kann. Dann nimmt man, mit dem Auge durch das geblendete Ocular sehend, gleichzeitig folgende zwei Drehungen vor: mit der linken Hand an dem Stifte y der Fernrohraxe, und mit der rechten Hand an dem Stifte z der Spiegelaxe. Durch die erste macht man die Spiegelaxe senkrecht gegen die Richtung der Lichtstrahlen, und durch die zweite bringt man das Sonnenbild auf das Fadenkreuz. Die Spiegelaxe hat die richtige Stellung, wenn der Schatten der Messingscheibe n ein schmaler Streifen ist und dabei das Sonnenbild den Fadenkreuzpunkt centrisch umgibt. Sobald diese Erscheinungen eintreten, kann man sicher sein, dass der Beobachter in G bei guter Beschaffenheit der Luft das Sonnenlicht in F als einen hellen Stern erblickt, den er nunmehr anvisiren kann.

Durch die scheinbare Bewegung der Sonne wird die Richtung der Lichtstrahlen gegen die Spiegelaxe geändert und es tritt das Sonnenbild aus der Axe des Fernrohrs, wenn nicht die Spiegelaxe nach dem Gange der Sonne, d. h. so gedreht wird, dass fortwährend der Schatten der Scheibe n als schmaler Streifen und das Sonnenbild auf dem Fadenkreuze erscheint.

§. 100. **Prüfung und Berichtigung.** Vor dem Gebrauche des Heliotrops sind mit demselben folgende fünf Untersuchungen vorzunehmen:

1) ob das Objectiv und das Fadenkreuz centrirt sind;
2) ob die Drehaxe der Spiegel senkrecht steht zur Fernrohraxe;
3) ob alle Spiegelebenen ihrer Drehaxe parallel sind;
4) ob die beiden Ebenen des grossen Spiegels parallel sind; endlich
5) ob die beiden Spiegel genau senkrecht gegen einander stehen.

Zu 1. Diese Untersuchungen und die dadurch angezeigten Berichtigungen werden ganz so vorgenommen, wie in §. 70 gelehrt wurde. Dabei versteht es sich von selbst, dass das Spiegelwerk so zurückgedreht sein muss, dass das Objectiv von dem kleinen Spiegel nicht verdeckt wird.

Zu 2. Man stelle das Heliotrop auf eine feste Unterlage und richte die Spiegelaxe e e' (Fig. 116) nach dem Augenmasse lothrecht, den Führungsstift (z z') aber parallel der Fernrohraxe (v w). Nun hänge man an diesem Stifte mit feinen Drähten eine empfindliche Libelle (n) so auf, dass sie nahehin einspielt, und bringe dieselbe durch die Schrauben des Dreifusses

ganz zum Einspielen. Hierauf drehe man den Stift z z′ mit der Spiegelaxe um 180°, hebe das Fernrohr vorsichtig aus seinen Lagern und lege es in der entgegengesetzten Richtung wieder ein, wie Fig. 117 zeigt. Spielt die Libellenblase wieder ein, so hat die Spiegelaxe die rechte Stellung gegen die Fernrohraxe; ausserdem aber zeigt der Ausschlag den doppelten Fehler dieser Stellung an und es ist die eine Hälfte an den Fussschrauben, die andere an der Spiegelaxe durch die Schräubchen o, o′ (Fig. 115), deren Wirkung man sich leicht erklären kann, zu verbessern. Die Zurückführung des Fernrohrs und Stifts in die erste Lage lehrt, ob der angezeigte doppelte Fehler richtig vertheilt wurde; findet noch eine Abweichung statt, so ist das eben beschriebene Verfahren, dessen Richtigkeit sich der Leser selbst beweisen wird, zu wiederholen.

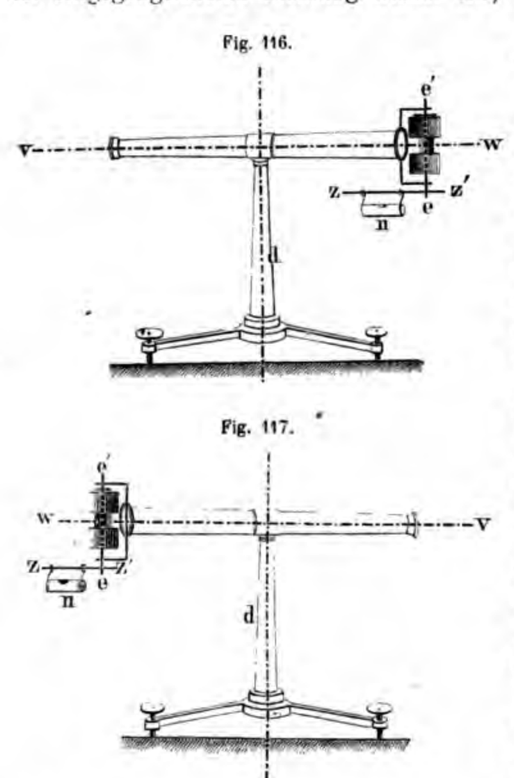


Fig. 116.
Fig. 117.

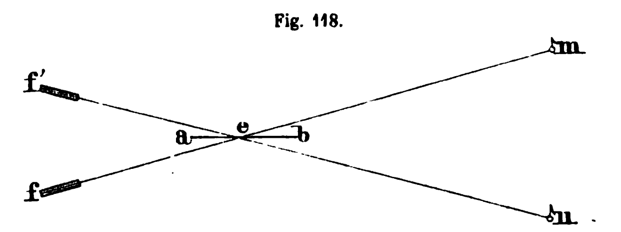
Die Prüfung des senkrechten Stands der Spiegelaxe gegen die Fernrohraxe kürzt sich wesentlich ab, wenn auf dem Heliotropenfernrohre eine Libelle angebracht ist, deren Axe jener des Fernrohrs parallel ist. Wird nämlich in diesem Falle die letztgenannte Axe horizontal gestellt, so sollte die Spiegelaxe vertical stehen. Diesen Stand erkennt man aber sehr leicht. Denn spielt die Libelle bei der Stellung in Fig. 116 oder Fig. 117 ein, so müsste sie es auch, wenn man — ohne Umsetzung des Fernrohrs — das Spiegelwerk um 180° dreht. Ergibt sich nach dieser Drehung ein Ausschlag, so zeigt derselbe den doppelten Fehler in der gegenseitigen Lage der Spiegel- und Fernrohraxe an.

Zu 3. Das Verfahren, durch welches die parallele Lage der Spiegelebenen mit ihrer Drehaxe hergestellt wird, beruht auf dem Satze, dass eine Ebene durch eine halbe Drehung um eine ihr parallele Axe in eine mit ihrer ersten Lage parallele aber entgegengesetzte Stellung gebracht wird, und dass die beiden Lagen der gedrehten Ebene nicht mehr parallel sind, wenn die Drehaxe zu ihr nicht parallel ist.

Um dieses Verfahren anzuwenden, stelle man zwei mit Fadenkreuzen

versehene Fernrohre (f, f') so auf, dass deren Axen sich schneiden und auf ihnen die Gegenstände m und n, welche 20 bis 30 Meter entfernt sind, deutlich erscheinen. Nun bringe man das Spiegelwerk so in die Kreuzung beider Absehlinien, dass die zu prüfende Spiegelebene in den Durchschnittspunkt e derselben kommt, auf der Ebene dieser Linien senkrecht steht und den Winkel m e n nahezu halbirt. Durch kleine Drehungen des Spiegels

Fig. 118.



kann man bewirken, dass der Gegenstand n auf dem Fadenkreuze des Fernrohrs f erscheint. Wendet man nun den Spiegel um seine eigene Axe auf die andere Seite, so wird er den Punkt m spiegeln. Trifft dessen Bild auf das Fadenkreuz des Fernrohrs f', so ist ohne Zweifel die Axe des Spiegels seiner Ebene parallel; weicht es aber vom Fadenkreuze ab, so rührt die eine Hälfte des angezeigten Fehlers von der Lage der Spiegelaxe gegen die Spiegelebene und die andere Hälfte von der Lage des Spiegelwerks her. Beide Fehlertheile müssen nun so lange verbessert werden, bis nach einer halben Drehung des Spiegels nach rechts oder links das Spiegelbild der Punkte n und m auf der optischen Axe des auf der Spiegelseite stehenden Fernrohrs erscheint. Die Lage der Spiegel gegen ihre Axe wird durch die Schräubchen f, g, k (Fig. 115), denen entsprechende Federn entgegenwirken, verbessert.

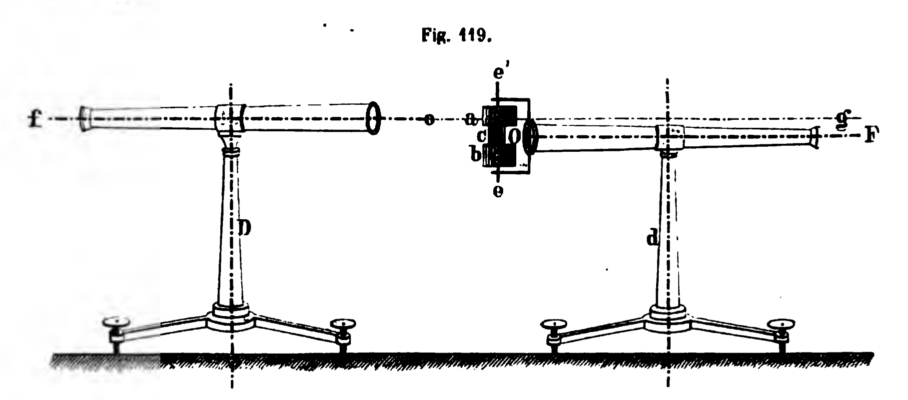
Zu 4. Das einfachste und hinreichende Genauigkeit gewährende Mittel, sich von der parallelen Lage beider Hälften des grossen Spiegels zu überzeugen, besteht darin, dass man eine gerade Linie, z. B. die lothrechte Kante eines massiven Gebäude, mit der man die Spiegelaxe dem Augenmasse nach parallel stellt, in den Bestandtheilen des grossen Spiegels betrachtet und zusieht, ob ihr Bild eine einzige gerade Linie ist oder nicht. Erscheint bloss ein Bild, so sind die Spiegelhälften parallel; sieht man aber zwei Linien, welche sich gegen einander neigen, so kommt dieses offenbar von der fehlerhaften Lage eines Spiegels her, welche demnach zu verbessern ist. Hierzu dient die in Fig. 115 mit k bezeichnete Stellschraube.

Ein anderes Mittel, die vierte Untersuchung zu machen, ist am Ende der folgenden Nummer angegeben.

Zu 5. Um zu untersuchen, ob der kleine und grosse Spiegel senkrecht auf einander stehen, stelle man nach Fig. 119 das Heliotropenfernrohr (F) und ein zweites Fernrohr (f) so auf, dass ihre optischen Axen parallel sind und die des Hilfsfernrohrs (f) um 3 Centimeter höher liegt als die des Hauptrohrs. Diese Forderung wird am einfachsten dadurch erfüllt, dass

man das Fernrohr F, nachdem es auf einen gut beleuchteten sehr fernen Gegenstand gerichtet war, aus seinen Lagern hebt und hierauf das in die Richtung des Hauptfernrohrs gebrachte Hilfsfernrohr in der angegebenen

Fig. 119.



Höhe ebenfalls auf jenen Gegenstand einstellt. Nun lege man das Heliotropenfernrohr in entgegengesetzter Richtung, so wie es Fig. 119 andeutet, in sein Lager, mache die Spiegelaxe nahezu lothrecht und bewirke durch entsprechende Drehung an dem Spiegel und dem Fernrohre, dass ein zur Seite stehender Gegenstand (Q) durch Zurückstrahlung aus dem kleinen Spiegel auf der Axe des Hauptfernrohrs erscheine. Zeigt dann gleichzeitig das Hilfsfernrohr f das Bild von Q auf seiner Axe, so steht der kleine Spiegel senkrecht zu der oberen Hälfte des grossen Spiegels, und folglich auch zu der unteren, wenn beide vorher nach Nr. 4 parallel gestellt waren. Tritt die angegebene Erscheinung nicht ein, so wird die Lage des kleinen Spiegels durch die auf die Feder i (Fig. 115) wirkende und am unteren Ende derselben angebrachte Schraube verbessert, indem man dieselbe nach Erforderniss lüftet oder anzieht.

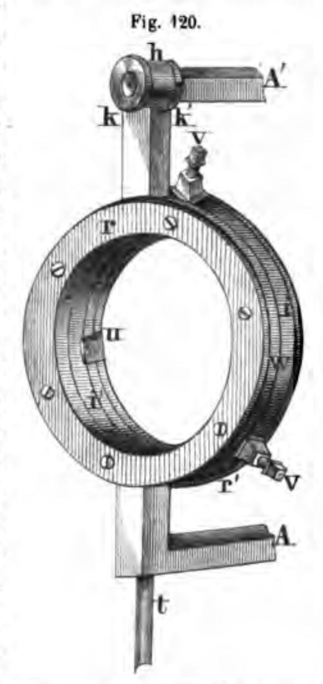
Dieses Verfahren gründet sich, wie man sieht, auf dieselbe Wirkung zweier senkrecht auf einander stehenden Spiegel, welche der Einrichtung des Gauss'schen Heliotrops zu Grunde liegt. Man kann dasselbe auch benützen, um die vorhergehende Berichtigung (Nr. 4) zu prüfen, indem man das Hauptfernrohr um 180° in seinen Lagern dreht und nachsieht, ob die zweite Hälfte des grossen Spiegels, welche jetzt oben ist, einen auf der entgegengesetzten Seite von Q befindlichen Gegenstand Q' auf der optischen Axe des Hilfsfernrohrs abbildet, wenn ihn der kleine Spiegel auf der Axe des Hauptfernrohrs zeigt.

In Hinsicht der Aufeinanderfolge der Untersuchungen ist zu bemerken, dass es nöthig ist, Nr. 3 vor Nr. 4 zu machen, weil im entgegengesetzten Falle eine Berührung der Schraube f die Berichtigung Nr. 4 wieder stören würde, während es sich von selbst versteht, dass die Untersuchung Nr. 1 der Nr. 5 vorausgehen muss.

Das Hilfsheliotrop von Stierlin.

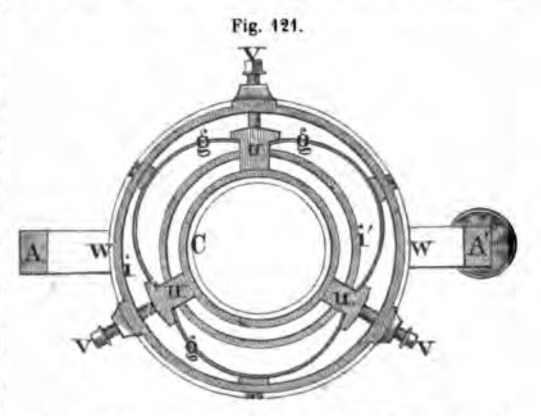
§. 101. Ein Theodolith oder ein Nivellirinstrument kann in ein Gauss-sches Heliotrop umgewandelt werden, wenn man das oben beschriebene Spiegelwerk an dem Ojectivende des Fernrohrs des Theodolithen oder des Nivellirinstruments befestigt. Nach der Angabe von Stierlin wird diese Befestigung für Fernrohre von verschiedener Grösse, welche sich nicht um ihre optische Axe drehen lassen, durch folgende Einrichtung am zweckmässigsten bewerkstelligt.

Fig. 120.



Die den Spiegel tragende Gabel A A' ist nach Fig. 120 und Fig. 121 an ein ringförmiges Gehäus (i i', r r') befestigt, das aus zwei concentrischen Cylindern (i, i') und zwei platten Ringen (r, r') besteht. In diesem Gehäuse befinden sich drei Einsätze (u, u), welche in gleichen Entfernungen den inneren Cylinder (i') durchdringen, und eben so viele Stahlfedern (g, g), welche an dem äusseren Cylinder befestigt sind und gegen die Köpfe der Einsätze drücken. Durch diese Stahlfedern und die drei Stellschräubchen (v, v), welche über den Köpfen der Einsätze stehen, ist es möglich, die Füsse der letzteren gegen die Objectivfassung so zu pressen, dass das Gehäus (i i', r r') und mit ihm das ganze Spiegelwerk von ihr festgehalten wird. Es versteht sich von selbst, dass die Stellschräubchen in der Art angezogen werden müssen, dass das Gehäus möglichst centrisch auf dem Fernrohre sitzt.

Fig. 121.



Durch die Einrichtung, wie sie bis jetzt beschrieben wurde, ist es nicht möglich, das Spiegelwerk um eine zur optischen Axe des Fernrohrs parallele Axe zu drehen, wenn sich, wie hier angenommen wird, das Fernrohr in seinen Lagern nicht drehen lässt. Diese Drehung der Spiegel wird aber dadurch möglich, dass die Gabel A A' (Fig. 121) an einem Ringe (w, w) befestigt ist, welcher das Gehäuse (i i', r r') centrisch umgibt und sich bloss durch seine Reibung auf demselben in jeder Lage

erhält, welche man ihm durch den Stift t, der in die Gabel eingeschraubt wird, gibt. An einem um seine optische Axe drehbaren Fernrohre ist der Ring w unnöthig und kann das Spiegelwerk wie an dem Heliotropenfernrohre befestigt werden.

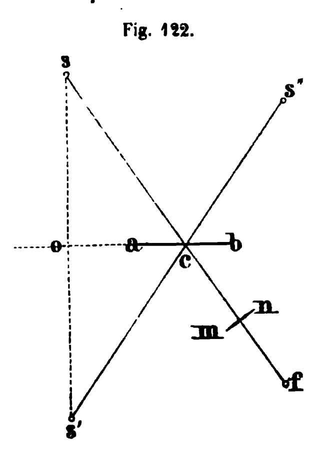
Damit die Spiegelaxe senkrecht zur Absehlinie des Fernrohrs gestellt werden kann, muss sich der Arm A' etwas verlängern und verkürzen lassen. Dieses ist dadurch möglich, dass er bei h in dem Mittelstücke der Gabel verschoben und durch zwei Schraubenmuttern k, k' in der richtigen Lage festgestellt werden kann.

Um eine Hebung des Fernrohrs in seinen Lagern durch das Gewicht des angeschraubten Spiegelwerks zu vermeiden, kann man auf der Ocularseite ein Gegengewicht anbringen, wozu ein hinreichend weiter Ring sich eignet, der ein mit Schroten gefülltes kleines Gefäss trägt, wenn man es nicht vorzieht, einen massiven Hohlcylinder an der Stelle um die Ocularröhre zu legen, wo in diese das Ocular eingeschraubt ist. Letzteres muss dann selbstverständlich jedesmal abgenommen werden, wenn das Gegengewicht mit dem Fernrohre verbunden oder von diesem entfernt werden soll.

Das Heliotrop von Steinheil.

§. 102. **Theorie.** Dieses Heliotrop unterscheidet sich von dem vorigen hauptsächlich dadurch, dass es nur einen einzigen Spiegel hat. Bei der Erfindung desselben kam es darauf an, den Spiegel so einzurichten, dass er zwei an Helligkeit verschiedene Bilder von der Sonne zeige, welche zu beiden Seiten des Spiegels und mit der Erzeugungsstelle in einer Richtung liegen, damit das matte Sonnenbild dazu benützt werden könne, das helle auf den Punkt zu richten, von dem aus es gesehen werden soll. Diese Anforderung wird erfüllt, wenn man in der Mitte des Spiegels ein kleines Scheibchen (von 3 Millimeter Durchmesser) des Belegs ablöst und mit der abgelösten Stelle eine convexe Glaslinse auf die Weise in Verbindung bringt, wie es die nebenstehende Figur verlangt.

Fig. 122.



Stellt nämlich in Fig. 122 die Linie a b einen ebenen und parallelen Glasspiegel und s die darauf scheinende Sonne vor, so ist s' deren Spiegelbild, welches von dem Belege auf der Rückfläche des Glases a b erzeugt wird. Ist in c das Beleg abgenommen, so geht in der Richtung s c Licht durch das Glas, welches von einer senkrecht entgegengestellten Convexlinse m n aufgefangen werden kann. Da die Lichtstrahlen, welche auf diese Linse treffen, deren Axe parallel sind, so vereinigen sie sich in dem Brenn-

punkte f der Linse. Befindet sich an dieser Stelle eine weisse Fläche von feiner Kreide, so wird diese das empfangene Licht zum Theil wieder auf die Linse zurückstrahlen, und diese sendet es, weil es vom Brennpunkte kommt, in der Richtung ihrer Axe (fc) auf die unbelegte Stelle c des Spiegels a b. Dort geht ein Theil des Lichts in der Richtung c s weiter, während der übrige Theil in der Richtung c s' zurückgeworfen wird und in s'' ein mattes Sonnenbild erzeugt, das, wie leicht zu beweisen ist, mit c und s' in einer Richtung liegt. Es ist klar, dass das Bild s'' nur hinter dem Spiegel (durch die Scheibe c) und das Bild s' nur vor dem Spiegel (in der Richtung s'' c) gesehen werden kann; und eben so leicht ist einzusehen, dass, wenn das Bild s'' einen bestimmten Gegenstand (B) deckt, von diesem Gegenstande aus das helle Sonnenbild s' gesehen werden muss.

Das matte Bild s'' hat ein Aussehen wie der Vollmond und lässt die Gegenstände, welche in seiner Richtung liegen, deutlich durchscheinen; man kann es ganz gut mit blossem Auge ansehen und zur richtigen Stellung des Spiegels benützen, indem man dessen Lage so lange ändert, bis das Bild s'' da zu liegen scheint, wo das Heliotropenlicht gesehen werden soll, das wie ein hellglänzender Stern funkelt.

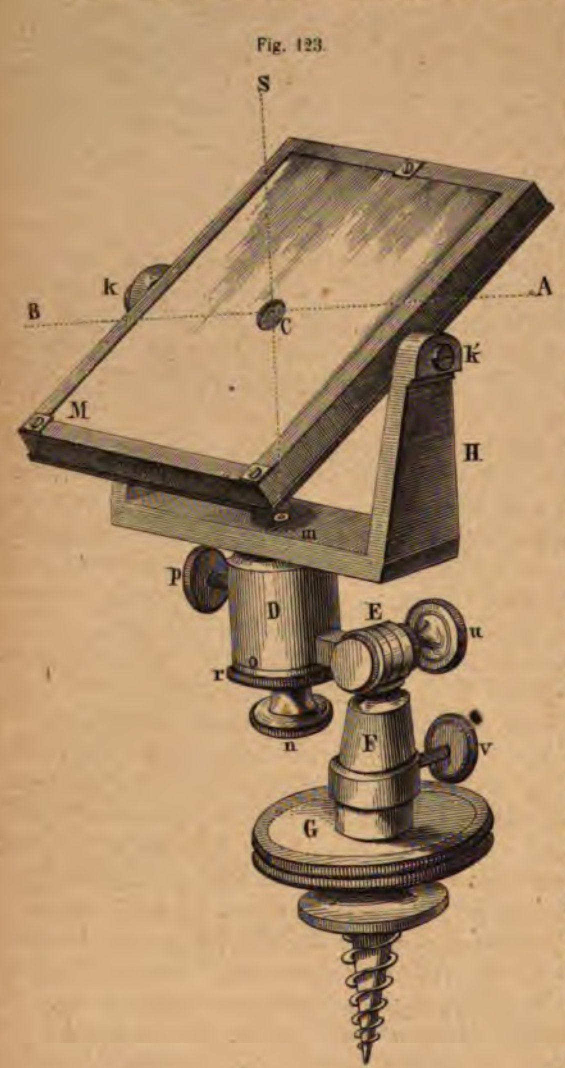
Da beide Sonnenbilder durch eine und dieselbe Spiegelebene erzeugt werden: das helle nämlich auf der inneren Seite der hinteren belegten Glasfläche und das matte auf der äusseren Seite derselben Fläche, da wo sie vom Belege frei ist, so ergibt sich von selbst, dass das Steinheil'sche Heliotrop ausser der Einstellung der Kreidefläche gar keiner Berichtigung bedarf.

§. 103. **Beschreibung und Gebrauch.** Fig. 123 gibt eine perspectivische Ansicht und Fig. 124 einen lothrechten Durchschnitt des Steinheil'schen Heliotrops in natürlicher Grösse. Der Spiegel (M), welcher eine Länge von 5 und eine Breite von 3 Centimeter hat, ist in Messing gefasst und in der Mitte c nach einer Kreisfläche von 4 Millimeter Durchmesser vom Belege befreit. Die Fassung lässt sich um eine Axe k k' drehen, welche durch den Mittelpunkt des Scheibchens c geht. Der Spiegelträger H steckt mit einem kegelförmigen Zapfen in einer Hülse (D), welche um eine wagrechte Axe (E) gedreht werden kann. Der Zapfen des Trägers H ist durchbohrt und trägt am oberen Ende der Bohrung die kleine Linse m und in der Höhlung die weisse Fläche f, welche auf dem Fusse der Schraube n angebracht ist. Durch die Stellschraube p kann die Drehung des Zapfens gehemmt werden, während die Feder o und die Mutter r dessen Erhebung in der Hülse D verhindern und überhaupt seine Drehung regeln. Ausser den Bewegungen um die drei Axen k k', m n und E ist noch eine vierte um den Gestellzapfen z möglich, welcher von der Hülse F umschlossen ist, an der sich das Scharnier E befindet. Man begreift, wie man durch alle diese Bewegungen dem Spiegel jede beliebige Lage und namentlich eine solche geben kann, bei welcher das durch die Oeffnung C dringende Licht parallel mit m n auf die Linse m fällt und gleichzeitig das matte Sonnenbild einen gegebenen Punkt (B) deckt. Der Zapfen z endigt

abwärts in einer Baumschraube, welche mit der geränderten Scheibe G gedreht wird: das Instrument lässt sich also überall befestigen, wo diese Schraube eindringt.

Beim Gebrauche wird das Gestell in dem Punkte, von dem aus einem anderen (B) das Sonnenlicht zugeführt werden soll, festgeschraubt und der Träger H des Spiegels um den Zapfen z so gedreht, dass die Spiegelseite gegen die Sonne und den Punkt B steht. Hierauf dreht man den Träger H um die Axen z und E so lange, bis der durch die Stelle c des Spiegels gehende Sonnenschein die Linse m centrisch umgibt. Sobald diese Erscheinung eintritt, steht die Spiegelaxe k k' senkrecht gegen die Richtung der Sonnenstrahlen, während die Linsenaxe damit parallel ist. Nun wird man auch, hinter dem Spiegel durch die Oeffnung c sehend, das matte Sonnenbild in der Luft schwebend erblicken und leicht ermessen, welche Drehungen an den Axen m n und k k' noch weiter vorzunehmen sind, um dieses Bild und damit das gespiegelte Sonnenlicht auf den gegebenen Punkt B zu bringen.

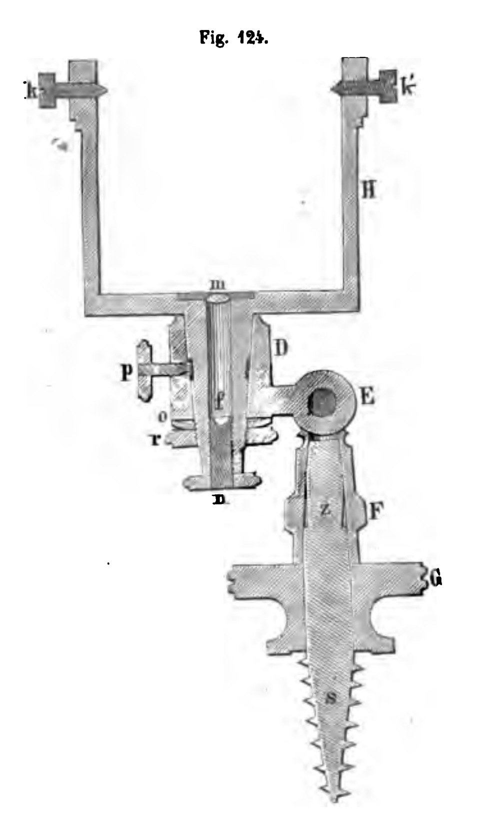
Fig. 123.



Man kann fragen, ob es möglich ist, das Steinheil'sche Heliotrop, welches kein Fernrohr ist, auf grössere Entfernungen richtig einzustellen, als man mit blossem Auge noch deutlich überschauen kann. Hierauf lässt sich antworten, dass zwar der Punkt, welcher das Heliotropenlicht empfangen soll, noch gesehen werden muss; dass aber dessen Sichtbarkeit durch das

Heliotrop selbst verstärkt werden kann. Denn sollen z. B. drei sehr weit entfernte Signalpunkte A, B, C durch drei Heliotrope A', B', C' gegenseitig gut sichtbar gemacht werden, so richtet man zuerst in A ein Fernrohr auf das Signal B ein, wo ein Gehilfe mit dem Heliotrop B' sich befindet. Stellt man hierauf vor dieses Fernrohr das Heliotrop A' so, dass die unbelegte Stelle c in der optischen Axe liegt, so versteht sich von selbst, dass das Sonnenlicht von A nach B kommt, sobald das matte Sonnenbild den durch das Fernrohr gesehenen Punkt B deckt. Der Gehilfe in B wird nunmehr das Heliotropenlicht von A mit blossem Auge sehen und danach sein Heliotrop B' stellen. Verfährt man mit dem Punkte C, wo ein zweiter Gehilfe mit einem dritten Heliotrop C' sich befindet, eben so wie mit B: so sieht man in A zwei durch Heliotropenlicht bezeichnete Signale B und C, ohne dass zur Einstellung der daselbst befindlichen Heliotrope ein Fernrohr nöthig gewesen wäre. Die Operation in A zeigt übrigens, wie sich das Steinheil'sche Heliotrop mit einem Fernrohre verbinden lässt.

Fig. 124.

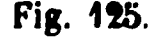


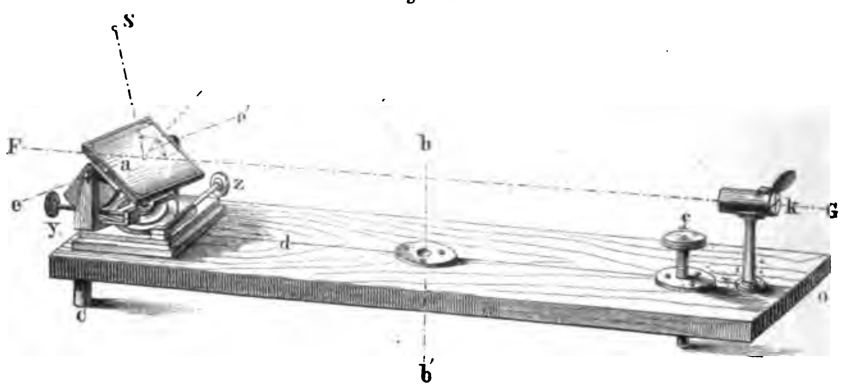
Das Heliotrop von Bertram.

§. 104. **Einrichtung und Gebrauch.** General Baeyer beschreibt ausser in der oben (§. 97) erwähnten „Gradmessung in Ostpreussen" auch in dem Werke „Die Küstenvermessung und ihre Verbindung mit der Berliner Grundlinie" (S. 52) ein einfaches, vom Ingenieur-Geographen Bertram erfundenes Heliotrop, dessen er sich bei jener Vermessung bedient hat. Durch die Werkstätten von Starke und Kammerer in Wien, Ertel und Sohn in München u. a. m. erhielt dasselbe später ein etwas verändertes Aussehen, principiell ist aber dadurch nichts geändert worden. Fig. 125 stellt das der hiesigen polytechnischen Schule gehörige, von Ertel und Sohn angefertigte Bertram'sche Heliotrop vor.

Ein parallelepipedisches Brett von hartem Holze, schwarz gebeizt und mit 2 Metallfüssen (c, c) auf dem Signaltischchen, von wo aus geleuchtet

werden soll, ruhend, kann mittels der in der Längenaxe d o befestigten, auf das genannte Tischchen drückenden Schraube f im verticalen Sinne auf und ab bewegt werden, während es sich um eine in dem Schnittpunkte der


Fig. 125.



Axen b b' und d·o stehende zweite Schraube g (welche aber hier nicht gezeichnet ist) horizontal drehen und schliesslich (in Gegenwirkung zu f) unverrückbar feststellen lässt.

Durch diese zwei Bewegungen des Bretts wird die zu d o parallele Visirlinie a k auf den Gegenstand G, der beleuchtet werden soll, eingestellt. Der eine Punkt a dieser Linie ist durch eine kreisförmige Durchbrechung des Spiegels, welche sich von der geschwärzten Fassung des Rückens gegen die Vorderseite des Glases conisch erweitert, der andere Punkt durch ein in der bei o aufgestellten, inwendig ebenfalls geschwärzten Röhre befindliches Fadenkreuz k gegeben. Diese Röhre kann mit einem auf der Innenseite versilberten Deckel (welcher in der Figur geöffnet ist), geschlossen werden. Der Spiegel lässt sich um die horizontale Axe e e' mittels des zwischen a und y sichtbaren Quadranten grob und mit der Schraube y fein drehen. Die grobe Drehung ist möglich, wenn die Schraube y und die unter ihr liegende Feder so weit abwärts gedrückt wird, als nöthig ist, die Zähne des Quadranten von dem Schraubengewinde frei zu machen; die feine Drehung erfolgt durch die Schraube y, sobald Zähne und Gewind in einander greifen. In ähnlicher Weise operirt man mit einer zweiten horizontal liegenden gezahnten Kreisscheibe, in welche die Schraube z eingreift, um den Spiegel um eine durch a gehende verticale Axe im horizontalen Sinne zu bewegen.

Will man das in der Richtung S a kommende Sonnenlicht dem Gegenstande G zusenden, so stelle man erst das Heliotrop centrisch auf, d. h. man bringe die Schraube g in b b' über den Stationspunkt. Dann richte man, das Auge hinter dem Spiegel in F, die Visirlinie a k auf G und stelle das Brett mit der Schraube g fest. Weiter schliesse man jetzt den Deckel bei k und bewege den Spiegel horizontal und vertical, bis dieser Deckel

ganz hell gesehen wird, mit Ausnahme der mittleren Stelle, welche kein gespiegeltes Licht empfängt und daher dunkel erscheint. Der Spiegel muss durch feine Drehungen so weit gebracht werden, dass der Mittelpunkt der dunklen Kreisfläche den Fadenkreuzpunkt deckt. Sobald dieses der Fall ist, öffnet man den Deckel und der Beobachter in G erhält Sonnenlicht von der Station F aus. Da sich der Stand der Sonne fortwährend ändert, so muss selbstverständlich der Spiegel stetig gedreht werden, um die Deckung der Schattenscheibe und des Fadenkreuzes unverändert zu erhalten.

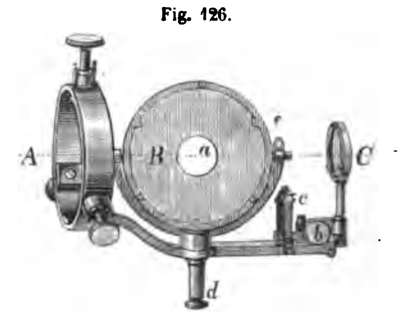
Das eben beschriebene Heliotrop gestattet zwar ein leichteres Einstellen als das Steinheil'sche, hat aber ausserdem wohl nichts vor diesem voraus, dessen compendiöse Form vielmehr stets als eine sehr werthvolle Eigenschaft anerkannt werden wird.

Das Heliotrop von Reitz.

§. 105. **Einrichtung und Gebrauch.** Das von F. H. Reitz in Hamburg construirte, für Preussen patentirte und der mathematischen Werkstätte von Dennert und Pape in Altona zur Ausführung übertragene Heliotrop beruht auf dem Grundgedanken des Gauss'schen und ist gewissermassen eine Vereinfachung des Stierlin'schen Hilfsheliotropen. Seine Prüfung und Berichtigung ist leicht auszuführen und hierin, sowie in dem geringen Preise liegt sein Vorzug.

Die beigedruckte Fig. 126 stellt das Reitz'sche Heliotrop in dem dritten Theile der natürlichen Grösse vor. Es wird mittels der Hülse A an die Objectivfassung eines Fernrohrs angeschraubt. Der Spiegel A ist gegen das Objectiv des letzteren gerichtet und entspricht dem kleinen Spiegel des Gauss'schen Instruments, der Spiegel B wendet sich dem entfernten Signale, das Licht empfangen soll, zu, und hat die Aufgabe des grossen Gauss'schen Spiegels. Der kleine Spiegel A erfüllt seinen Zweck nur, wenn er senkrecht zur Visirlinie des Fernrohrs steht, und diese Stellung kann ihm durch die Correctionsschräubchen b und c gegeben werden. Der grosse Spiegel B lässt sich, da er um zwei auf einander senkrechte, durch den Mittelpunkt eines vom Beleg befreiten Scheibchens a gehende Axen (d und e) gedreht werden kann, in jede Lage bringen und demnach leicht so stellen, dass er das Sonnenlicht zunächst auf A zurückwirft und hierauf über A hinweg nach der entfernten Station, wenn das von A reflectirte Sonnenbild auf dem Fadenkreuze des Fernrohrs erscheint. Diese Einstellung wird durch entsprechende Drehungen des grossen Spiegels um die Axen d und e bewirkt, und es ist aus dem Reflexionsgesetze des Lichts sofort einzusehen,

Fig. 126.



dass der kleine Spiegel A das Sonnenbild nur dann nach der optischen Fernrohraxe zurückstrahlt, wenn er es parallel mit dieser Axe vom grossen Spiegel B empfängt. Hat man nun vorher das Fernrohr auf das entfernte Signal eingestellt, so empfängt dieses jetzt das Heliotropenlicht.

Um das Reitz'sche Heliotrop zu berichtigen, richtet man das Fernrohr auf einen etwa 10 Meter entfernten Gegenstand und dreht den Spiegel B so, dass das von ihm erzeugte Sonnenbild auf diesen Gegenstand fällt. Hierauf stellt man das Ocular durch Verschieben seiner Röhre auf unendliche Entfernung ein, d. h. man gibt ihm eine solche Lage, dass das Fadenkreuz mit der Bildebene eines unendlich entfernten Gegenstands zusammenfällt. (Diese Stellung hat man schon vorher an der Oeularröhre markirt). Zum Schutze der Augen wird ein am vorderen Ende des Fernrohrs angebrachtes Sonnenglas vor das Ocular geschoben und das vom Spiegel A reflectirte Bild beobachtet. Liegt dieses nicht oder nicht völlig im Gesichtsfelde des Fernrohrs, so kann es durch Drehung des Spiegels A mittels der Schräubchen b und c dahin gebracht werden. Sobald diese Stellung stattfindet, erscheint auch das vom kleinen Spiegel erzeugte Bild des Fadenkreuzes im genannten Gesichtsfelde, und es kommt nur mehr darauf an, durch die Schräubchen b und c dieses Bild und das wirkliche Fadenkreuz zu vereinigen. Mit dem Eintritte dieser Vereinigung ist die Berichtigung vollendet. (Ein vollständiges Reitz'sches Heliotrop ohne Horizontalkreis kostet bei Dennert und Pape in Altona 360 Mark, mit Horizontalkreis 420 Mark, ein Hilfsheliotrop für ein Fernrohr von bestimmter Grösse der Objectivfassung 66 Mark, und für Fernrohre von verschiedener Grösse 78 Mark).

Das Heliotropenlicht.

§. 106. General Baeyer beschreibt die Erscheinungen, welche das Heliotropenlicht in grossen Entfernungen darbietet, in dem Werke: „Nivellement zwischen Swinemünde und Berlin“ folgendermassen:

In den nächsten Stunden am Mittage ist es sehr gross, blass, verwaschen, oft 30 bis 40 Secunden im Durchmesser haltend und in einer starken hüpfenden Bewegung. Zuweilen ist sogar die Zerstreuung durch die ungleichen Bewegungen der Luft so stark, dass keine Spur des Lichts zu entdecken ist, selbst wenn man die Richtung sehr genau kennt; etwas später wird dann ein grosser matter Lichtschein sichtbar, der allmählich an Helligkeit zu- und an Ausdehnung abnimmt. Dieser Lichtschein erhält nach und nach die Gestalt einer Scheibe von 10 bis 15 Secunden Durchmesser, die hüpfende Bewegung geht in eine zitternde über und wird endlich so gering, dass man die Scheibe schon mit ziemlicher Sicherheit beobachten kann. Dieser Zustand tritt bald früher, bald später, in der Regel zwischen 4 und 5 Uhr ein. Die Lichtscheibe wird näher am Abende immer kleiner und ruhiger und geht einige Stunden vor Sonnenuntergang in einen kleinen,

oft ganz unbeweglichen Punkt über, der erst mit dem Untergange der Sonne verschwindet. In der Nähe der Küste, im flachen Lande oder da, wo der Lichtstrahl nahe am Erdboden fortgeht, tritt sehr häufig nach der Ruhe der Bilder mehr oder weniger kurz vor dem Abende ein zweites Zittern ein, welches sich von dem ersten dadurch unterscheidet, dass es nicht immer eine Lichtscheibe bildet, sondern mehr in einem Hüpfen des kleinen Lichtpunkts besteht, das aber meist so stark wird, dass ein Beobachten danach unmöglich ist. Des Vormittags findet dieselbe Erscheinung, nur in umgekehrter Ordnung und mit der Abänderung statt, dass das Bild nur selten und auf kurze Zeit in einen kleinen ruhigen Lichtpunkt übergeht. Die Dauer der ruhigen Bilder ist an einzelnen Tagen sehr verschieden und am längsten bei warmem, trockenem, anhaltend heiterem Wetter.

Gauss gibt über die Wirkung des Heliotrops Folgendes an: Auf die Entfernung vom Lichtenberge nach dem Berge Hill, welche 39952 Meter oder 5,4 deutsche Meilen beträgt, sah man das Heliotropenlicht immer mit blossem Auge; unter besonders günstigen Umständen war es zwischen dem Brocken und dem Hohenhagen auf eine Entfernung von 69194 Meter oder 9,3 deutschen Meilen auch noch mit blossem Auge wahrzunehmen und in der Entfernung von 105986 Meter oder 14,2 deutschen Meilen zwischen dem Brocken und dem Inselberge konnte es mit dem Fernrohre gesehen und gegen Sonnenuntergang noch sehr scharf anvisirt werden.

§. 107. Eine untergeordnete aber für grosse Vermessungsarbeiten nicht unwichtige Anwendung des Heliotrops besteht in der Benützung desselben zur Mittheilung von Nachrichten zwischen zwei Beobachtern an zwei entfernten Signalen. Man kann nämlich mit zwei gegeneinander gestellten Heliotropen in folgender Weise leicht telegraphiren.

Als Ankündigung des Telegraphirens dienen sehr schnell auf einander folgende Verdeckuugen des Spiegels mit der Hand. Dadurch entsteht ein in der Ferne leicht wahrnehmbares Blitzen. Der Empfänger der Nachricht erwiedert dieses Zeichen, wenn er bereit ist, die Mittheilung entgegenzunehmen. Es versteht sich wohl von selbst, dass sich die Nachrichten nur auf die dringendsten Bedürfnisse der eben auszuführenden Messungen beziehen und daher durch Zahlen ausgedrückt werden können, deren Bedeutung man schon vorher festgesetzt hat, wie z. B. für die Zahl

1: Ich sehe das Licht schlecht.
2: Das Licht verkleinern.
3: Das Licht vergrössern.
4: Ich bin fertig und will abreisen.
5: Ich bin verhindert zu beobachten.
6: Das Hinderniss ist gehoben.
7: Ich bitte um Licht.
8: Ich bin noch nicht fertig.
9: Ich kann das Licht jetzt nicht gebrauchen.
10: Es ist ein Bote unterwegs.

Will man nun, nachdem eine Nachricht angemeldet und ihre Annahme erwiedert ist, die Mittheilung (1) machen, so verdeckt man den Spiegel 30 Secunden lang, macht ihn dann 30 Secunden lang frei und verdeckt ihn hierauf abermals: der Lichtblick von 30 Secunden Dauer stellt somit die Zahl 1 dar; zwei durch ein Dunkel von 30 Secunden getrennte Lichtblicke, jeder zu 30 Secunden, bedeuten die Zahl 2; drei solche Lichtblicke die Zahl 3 u. s. f.

Dass eine Nachricht verstanden worden sei, wird dadurch angedeutet, dass man sie erwiedert, wenn sie bejaht werden soll, wie z. B. (2) durch (2), (3) durch (3) u. s. w.; und dass man sie durch eine andere Zahl beantwortet, wenn sie nicht bejaht werden kann, wie z. B. (4) durch (8), (7) durch (10) u. s. w.

Dritter Abschnitt.

Instrumente zum Winkelmessen.

§. 108. Die Winkel, welche durch Messinstrumente aufgenommen oder auf das Feld übergetragen werden, können verschiedene Lagen gegen loth- oder wagrechte Linien und Ebenen haben. Nach dieser Lage werden sie verschieden benannt.

Ein Winkel, dessen Schenkel in einer wagrechten Ebene liegen, heisst ein wagrechter Winkel (Horizontalwinkel); liegen seine Schenkel in einer lothrechten Ebene, so nennt man ihn einen lothrechten Winkel (Verticalwinkel); und liegen seine beiden Schenkel in einer Ebene, die weder loth- noch wagrecht ist, so heisst er ein schiefer Winkel. Jeder dieser Winkel kann ein rechter, spitzer, stumpfer oder erhabener Winkel sein.

Hat ein lothrechter Winkel einen wagrechten Schenkel, so heisst er insbesondere ein Höhenwinkel (Elevationswinkel), wenn der zweite Schenkel über dem ersten liegt, und ein Tiefenwinkel (Depressionswinkel), wenn der zweite Schenkel unter dem ersten liegt. Ist aber ein Schenkel eines lothrechten Winkels selbst lothrecht, so kann man einen solchen Winkel einen Zenithwinkel[1] nennen.

Man kann die aufzunehmenden oder abzusteckenden Winkel entweder dem Gradmasse nach bestimmen oder durch Zeichnung darstellen. Je nachdem die Grösse eines Winkels auf diese oder jene Art ausgedrückt werden soll, sind die dazu dienenden Instrumente wesentlich verschieden. Es lässt

[1] Eigentlich ist dafür der Name »Zenithdistanz« gebräuchlich; aber diese Bezeichnung ist nicht gut gewählt, weil man sich hier unter dem Ausdrucke »Distanz« einen Kreisbogen zu denken hat, welcher den Winkel des geneigten Schenkels gegen das Loth misst, während man sonst unter diesem Worte nur den kürzesten Weg zwischen zwei Punkten versteht.

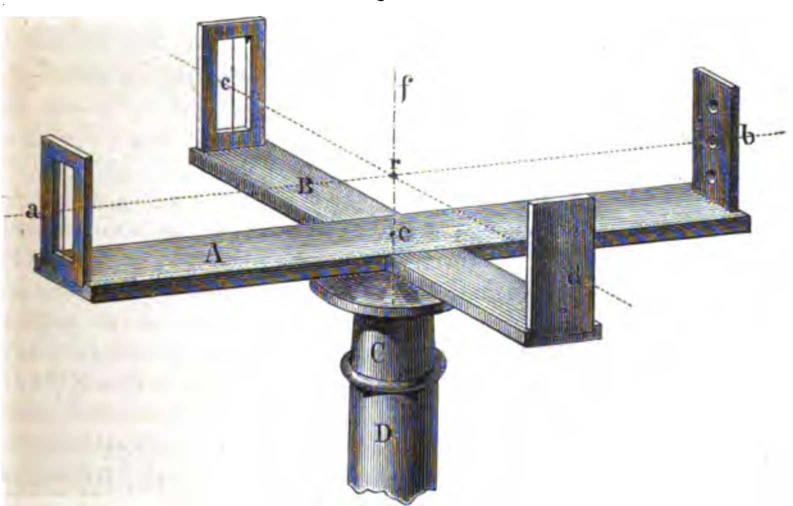
sich desshalb hierauf eine Eintheilung der Winkelmesser gründen. Einen anderen Eintheilungsgrund gibt der Umstand ab, ob es nöthig ist, beide Winkelschenkel anzuvisiren oder nur einen. Wir ziehen die erstere Eintheilungsart vor, weil sie die für einen bestimmten Zweck gebotenen Mittel besser überschauen lässt als die zweite, finden es jedoch für nöthig, drei statt zwei Abtheilungen zu machen, um die Werkzeuge, welche nur gewisse unveränderliche Winkel angeben, von denen zu trennen, welche jeden beliebigen Winkel darstellen.

A. Instrumente zur Absteckung von unveränderlichen Winkeln.

Das Winkelkreuz.

§. 109. Die einfachste Vorrichtung zur Absteckung eines rechten Winkels (welche aber fast gar keine Anwendung mehr findet) besteht in der Verbindung eines mit zwei Dioptern versehenen rechtwinkligen Kreuzes mit einem Stocke, der als Gestell dient (Fig. 127). Die Visirebenen der Diopter

Fig. 127.



stehen senkrecht zu einander und in ihrer Schnittlinie liegt die Axe des Stocks. Das Kreuz kann aus Holz oder Metall bestehen, in jedem Falle aber muss es sich mit einer Hülse rechtwinklig auf das Gestell befestigen lassen, sobald es gebraucht wird. Die Diopter haben irgend eine der in §. 26 beschriebenen Einrichtungen: hier sind sie nach Fig. 5 gebildet, mit dem Unterschiede, dass die Oculare aus je drei kleinen runden Oeffnungen bestehen, welche in einer mit dem Objectivfaden parallelen Geraden liegen. Diese Geraden und folglich auch die durch sie bestimmten Visirebenen sind lothrecht, sobald die Ebene des Kreuzes wagrecht oder der tragende Stock

lothrecht ist. Bei der Absteckung eines rechten Winkels kommt es immer darauf an, den Stock lothrecht zu halten. Ist das Auge für diese Stellung noch nicht hinreichend geübt, so kann man sie mit einem unter dem Kreuze angehängten Senkel herstellen.

Soll mit diesem Winkelkreuze auf eine gegebene Richtung eine Senkrechte abgesteckt werden, so stelle man den Stock in dem gegebenen oder angenommenen Fusspunkte der Senkrechten lothrecht auf, drehe das Kreuz mit dem Stocke so, dass eine Absehlinie (a b) in die gegebene Richtung fällt und richte hierauf in die zweite Absehlinie (c d) einen Stab (e) ein, so bezeichnet dieser und der Stock des Winkelkreuzes die gesuchte Senkrechte, vorausgesetzt, dass das Werkzeug fehlerfrei ist, d. h. wirklich senkrecht gegen einander stehende Visirebenen hat.

Um sich hievon zu überzeugen, darf man nur, nachdem die Absteckung des Stabs e durch die Visirebene c d vollzogen ist, diese Ebene in die gegebene Richtung drehen und zusehen, ob der Stab e auch in der Visirebene b a steht. Ist dieses der Fall, so steht offenbar a b senkrecht auf c d, weil die Nebenwinkel, welche die Visirebene c d mit a b erzeugt, einander gleich sind. Läge bei der zweiten Stellung der Stab e nicht in der Visirebene b a, so müsste der Faden a so weit seitwärts geschoben werden, bis die genannten Nebenwinkel einander gleich würden.

Fig. 128.



Die Winkeltrommel.

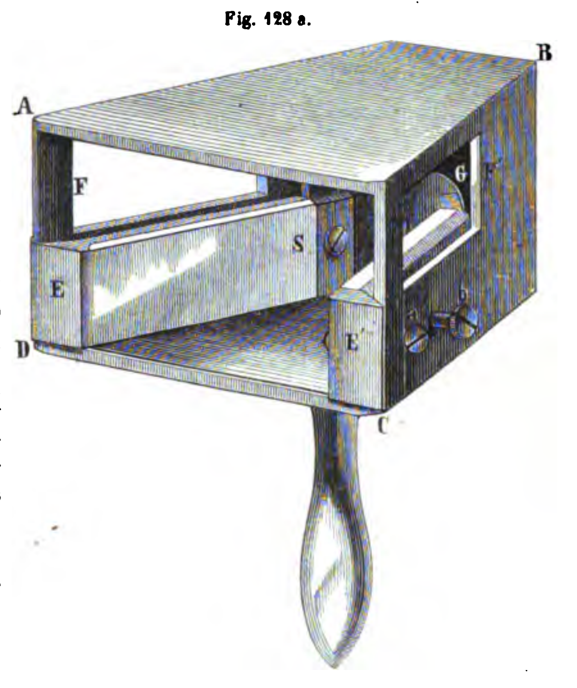
§. 110. Vier Seiten der Trommel (Fig. 128), wovon je zwei parallel sind und jedes Paar auf dem anderen senkrecht steht, haben Diopter, deren Oculare und Objective beide aus Ritzen (wie A und B) bestehen, während auf jeder der übrigen vier Seiten gleichzeitig eine Ritze (C, C′) als Ocular und ein ausgespanntes Pferdehaar (D, D′) als Objectiv dient, wobei sich von selbst versteht, dass nur die auf parallelen Seiten befindlichen Oculare und Objective zusammengehören. Die Visirebenen A B, A′ B′ und ebenso C D, C′ D′ stehen unter sich senkrecht gegen einander und schneiden sich in der Axe der Trommel, welche auch die Axe der Hülse H und des in sie zu steckenden Stocks ist. Dagegen bilden die Visirebenen A B und C D oder A B und C′ D′ u. s. w. mit einander Winkel von 45 Grad. Man kann folglich mit der Winkeltrommel gerade so wie mit dem Winkelkreuze ganze und halbe rechte Winkel abstecken, und das Verfahren, welches man bei der Prüfung des

Instruments zu befolgen hat, ist ebenfalls dem im vorigen Paragraphen angegebenen gleich.

Der Winkelspiegel.

§. 111. Seit Erfindung des Winkelspiegels, [1] welche mit der des Spiegelsextanten zusammenhängt und in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts von dem Optiker Adams in London gemacht wurde, sind die Winkelkreuze und Trommeln wenig mehr im Gebrauche. Denn der Winkelspiegel bedarf keines Stocks als Gestell und er liefert eine senkrechte Richtung durch einmaliges Visiren, wozu ein einziger Augenblick der Ruhe hinreicht.

Fig. 128 a.



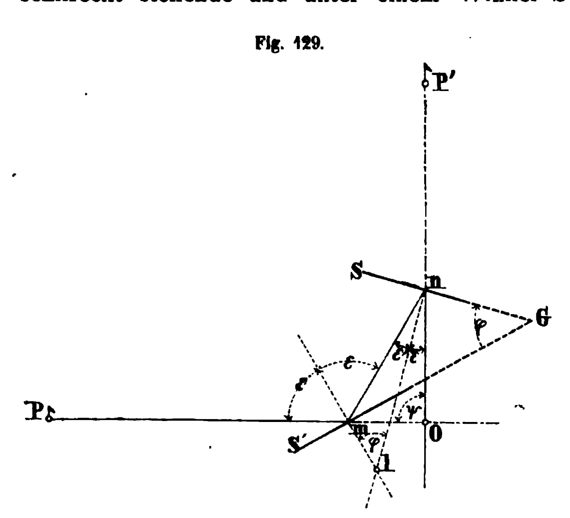
Die beigedruckte Figur zeigt den Winkelspiegel in natürlicher Grösse. In einem offenen prismatischen Messinggehäus (A B C), mit zwei fensterartigen Oeffnungen (F, F') und einem senkrechten Griffe an der unteren Fläche, befinden sich zwei ebene Glasspiegel (S und S'), welche auf der Grundfläche (C) des Gehäuses senkrecht stehen und einen Winkel von 45 ⁰ mit einander bilden. Jeder dieser Spiegel ist in starkes Messingblech gefasst und beide Fassungen sind mit einander durch eine Feder (G), welche an der Rückwand des Gehäuses befestigt ist, verbunden. Während der eine Spiegel (S) unverrückbar feststeht, kann der andere (S') durch die Stellschräubchen a und b, welche auf seine Fassung wirken, so weit gedreht werden, als nöthig ist, um ihm die vorgeschriebene Neigung von 45 ⁰ gegen den ersten Spiegel zu geben, wenn er sie zeitweise nicht haben sollte. Von diesen zwei Schräubchen sitzt das eine (a) auf der Gehäuswand B C auf und greift mit seiner Spindel in ein Gewind in der Fassung des Spiegels S' ein, während das andere (b) mit seinem Kopfe von der Gehäuswand absteht und mit seinem Fusse auf die Spiegelfassung bloss

[1] Diese Erfindung ist eigentlich nur eine Anwendung des allgemeinen Princips, welches dem Spiegelsextanten zu Grunde liegt, auf einen besonderen Fall.

drückt, aber nicht in sie eingreift. Man sieht sofort ein, dass, wenn man a zurück und b vorwärts dreht, der Winkel der Spiegel kleiner, und umgekehrt, wenn man b zurück und a vorwärts dreht, dieser Winkel grösser wird.

§. 112. **Theorie.** Stellen G S und G S' (Fig. 129) zwei auf einer Ebene senkrecht stehende und unter einem Winkel S G S' $= \varphi$ gegen einander geneigte Planspiegel vor, und trifft auf einen von ihnen (hier S' G) das von einem leuchtenden Punkte P ausgehende Licht in einer Richtung P m (die wir uns mit der Ebene, worauf die Spiegel stehen, parallel denken), so wird es unter dem Winkel ε, mit dem es gegen das Loth in m fällt, in der Richtung m n auf den zweiten Spiegel zurückgestrahlt. Bildet es daselbst mit dem Lothe den Winkel ε', so geht es in der Richtung n O, welche mit diesem Lothe den Winkel ε' macht, zurück, und ein Auge in O erblickt den Punkt P nach der Richtung O n in P' abgebildet. Da für das Dreieck m n l der Aussenwinkel $\varepsilon = \varphi + \varepsilon'$ und für das Dreieck m O n der Aussenwinkel $2\varepsilon = \psi + 2\varepsilon'$, so folgt aus diesen beiden Gleichungen, wenn die erste mit 2 multiplicirt wird:

Fig. 129.



$$\psi = 2\,\varphi \tag{84}$$

d. h. der einfallende Strahl bildet mit dem zweimal zurückgeworfenen einen doppelt so grossen Winkel als die auf einer Ebene senkrecht stehenden Planspiegel, von welchen die Zurückwerfung ausgeht.

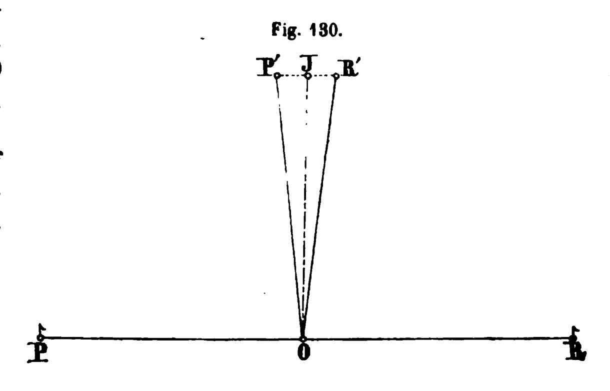
Dabei ist jedoch vorausgesetzt, dass die eintretenden Lichtstrahlen mit der Ebene, worauf die Spiegel stehen, parallel sind. Wären sie es nicht, so könnten auch die austretenden Strahlen mit der Grundebene nicht parallel sein, wie eine einfache geometrische Betrachtung lehrt, die sich auf das Grundgesetz der Katoptrik stützt. Dann würde aber auch nicht mehr der Winkel der ein- und austretenden Strahlen selbst, sondern der ihrer senkrechten Projectionen auf die Grundebene in der durch die Gleichung (84) ausgedrückten Beziehung zu dem Winkel der Spiegel stehen.

Soll nun, unter der ursprünglichen Annahme paralleler Strahlen, der Winkel ψ ein rechter sein, so muss nach dem eben ausgesprochenen Satze nothwendig $\varphi = 45^0$ sein. Ist der Winkel $\varphi > 45^0$, so wird $\psi > 90^0$, und umgekehrt wird $\psi < 90^0$, wenn $\varphi < 45^0$ ist.

§. 113. **Gebrauch.** Soll mit einem Winkelspiegel, den wir uns jetzt fehlerfrei denken, auf eine gegebene gerade Linie (P O) in einem gegebenen Punkte (O) derselben eine Senkrechte (O P′) abgesteckt werden, so halte man lothrecht über dem gegebenen Punkte den Winkelspiegel so, dass von dem Stabe P Licht auf den einen ihm zugewandten Spiegel (G S′) fallen kann und sehe mit dem Auge, das sich bei O vor der Gehäuswand B C des Winkelspiegels befindet, durch die Oeffnung F′ gleichzeitig in den Spiegel G S und durch die zweite Oeffnung nach dem Stabe P′, welchen ein Gehilfe in entsprechender Entfernung von O mit ausgestrecktem Arme lothrecht zwischen den Fingern hält, des Winks gewärtig, den man ihm mit der Hand gibt, um den Stab in die Richtung zu bringen, in welcher sich das Bild von P zeigt. Erscheint endlich der Stab P′ als die Fortsetzung des Bilds von P (d. h. stehen beide in gerader lothrechter Richtung), so ist die Aufgabe gelöst und P O P′ ein rechter Winkel.

§. 114. **Prüfung und Berichtigung.** Um zu untersuchen, ob ein Winkelspiegel seinem Zwecke genügend entspricht, stelle man drei Stäbe (P, O, R) in eine gerade Linie, die äusseren vom mittleren etwa 30 Meter entfernt. Alsdann stecke man nach dem vorigen Paragraphen auf die Richtung P O die Gerade O P′ und auf O R die Gerade O R′ senkrecht ab. Fallen diese zwei Geraden in eine einzige Richtung zusammen, so ist der Winkelspiegel offenbar richtig, weil er in jedem Falle einen Winkel (P O P′ und R O R′) lieferte, der einen gleichen Nebenwinkel hat, also selbst ein rechter ist. Liegen dagegen O P′ und O R′ in verschiedenen Richtungen, so können zwei Fälle eintreten: entweder liegt nämlich das Bild von P auf der Seite des Stabs P und das von R auf der Seite des Stabs R; oder aber es liegt das Bild von P auf der Seite von R, und das von R auf der Seite von P. In dem ersten Falle liefert der Winkelspiegel spitze Winkel (P O P′ und R O R′), und in dem zweiten Falle stumpfe Winkel (P O R′ und R O P′) statt rechte: es ist folglich auch in dem einen Falle der Winkel der beiden Spiegel kleiner als 45⁰ und in dem anderen Falle grösser als 45⁰, und daher, je nachdem der erste oder zweite Fall eintritt, durch die Schräubchen a und b nach Anleitung des §. 111 grösser oder kleiner zu machen, und zwar so lange fort, bis die Richtungen O P′ und O R′, welche er angibt, in eine einzige (O J) zusammenfallen.

Fig. 130.



Die Winkelprismen.

§. 115. Zur Absteckung rechter Winkel kann man sich statt des Winkelspiegels eines senkrechten Glasprismas bedienen, dessen Grundfläche entweder ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck oder ein Viereck von der Form der Camera lucida, oder auch ein Fünfeck von der in Fig. 14 dargestellten Form ist. Wir wollen jedes dieser Prismen, da es nach zweimaliger Brechung und zwei- oder mehrmaliger innerer Reflexion den Weg der Lichtstrahlen um einen constanten, hier um einen rechten Winkel verändert, ein Winkelprisma nennen und nach der Anzahl seiner Seiten unterscheiden.[1]

1) Das dreiseitige Winkelprisma (Fig. 131) erfüllt den ausgesprochenen Zweck, nachdem es mit einer Fassung (Fig. 132) versehen ist,

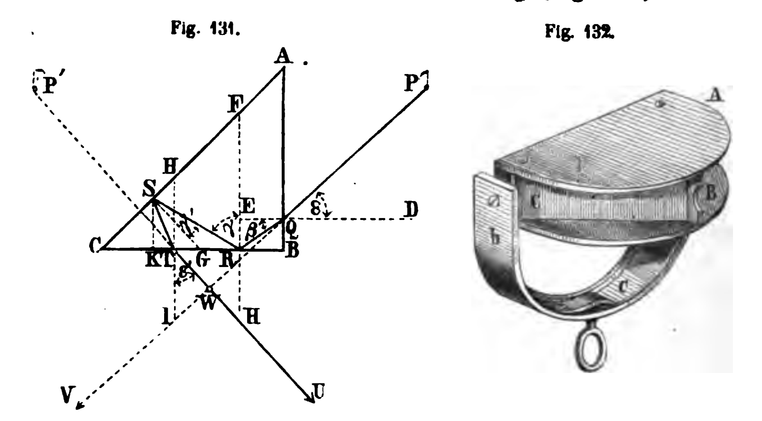


Fig. 131. Fig. 132.

welche die Hypotenusenebene A C blendet und ein bequemes Halten des Glases gestattet. Denkt man sich nämlich, dass P W die gegebene Richtung sei, worauf in dem Punkte W eine Senkrechte W P′ abgesteckt werden soll, so halte man über dem Punkte W das Prisma so, dass auf eine seiner Kathetenebenen (A B) Licht von dem Stabe P trifft. Dieses Licht wird den Weg P Q R S T W machen und dem in W befindlichen Auge das Bild des Stabs P in P′ zeigen. Aus §. 33 und Gleichung (10) weiss man aber, dass der Winkel U W V, unter welchem sich die zwei Richtungen P W und W P′ schneiden, gerade 90° beträgt: richtet man daher, gleichzeitig in und über das Prisma schauend, in die letztgenannte Richtung einen Stab so ein, dass dieser und das Bild von P sich decken, so ist P′ W P ein rechter Winkel, wie verlangt war.

[1] Verschiedene Lehrbücher veranlassen den Verfasser zu der Bemerkung, dass Er es war, der zuerst die Eigenschaft des gleichschenkelig rechtwinkligen Prismas, zur Absteckung rechter Winkel zu dienen, entdeckte und das distanzmessende Prisma, welches in Figur 132 abgebildet und auf Seite 167 unter Nr. 4 des I. und Seite 90 unter Nr. 7 des II. Bands beschrieben ist, erfand (1851). Ertel u. Sohn in München haben diesem distanzmessenden Prisma nur die in Fig. 132 gezeichnete Fassung gegeben (1865), woraus wohl nicht folgt, dass sie es »construirt« haben, wie Herr R. v. Rüdgisch in seiner »Niederen Vermessungskunst«, Cassel 1875, Seite 187 u. 212, ohne Grund annimmt.

Wenn die von P kommenden Lichtstrahlen so auf das Prisma treffen, dass sie auf ihrem Wege durch dasselbe nur einmal und zwar von der Hypotenusenebene A C zurückgestrahlt werden, so ist der Winkel, welchen die Richtungen der ein- und austretenden Strahlen mit einander bilden, nach den Gleichungen 8 und 9 um den doppelten Einfallswinkel (ε) kleiner oder grösser als 90^0, mithin einem rechten Winkel nur in dem Falle gleich, wo der Einfallswinkel $\varepsilon = o$ ist. Man wird daher im Allgemeinen zwei Bilder von P in dem Prisma erblicken; es ist aber leicht, beide von einander zu unterscheiden: dasjenige nämlich, welches durch einmalige Zurückstrahlung erzeugt wird und dem Winkel $90^0 \pm 2\,\varepsilon$ angehört, verändert seine Lage, sobald man das Prisma mit dem Griffe um seine Axe dreht, während das durch zweimalige Reflexion entstandene bei dieser Drehung ruhig stehen bleibt, indem seine Lage von der Grösse des Einfallswinkels ε ganz unabhängig ist. Auch ist das letztere Bild, welches bei der Absteckung eines rechten Winkels benützt werden muss, weniger hell als das erstere, weil bei der Zurückstrahlung von der Kathetenebene B C und von der Hypotenusenebene, wenn letztere nicht spiegelartig belegt ist, einiges Licht verloren geht. Die geringere Helligkeit und die Unbeweglichkeit des Bilds sind sichere Anhaltspunkte zur schnellen Auffindung desselben: übrigens wollen wir noch die Bemerkung beifügen, dass man dieses Bild nur am Ende der Kathetenebene (hier bei C) suchen darf, weil eine zweimalige Zurückwerfung des Lichts ein Austreten der Strahlen T U in der Mitte der Ebene B C unmöglich macht.

Fig. 133.

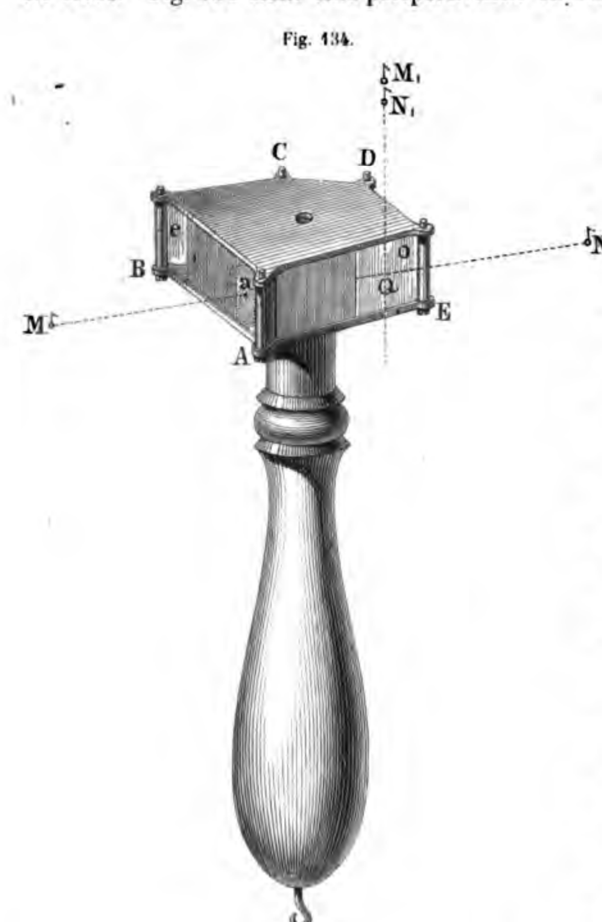
2) Das vierseitige Winkelprisma (Fig. 133) erfüllt in ähnlicher Weise wie das dreiseitige seinen Zweck, wenn es in einer mit einem Griffe versehenen, nach Fig. 132 oder nach Fig. 134 construirten Fassung liegt, welche seine schiefen Flächen A D und C D blendet.

Hätte man mit diesem Prisma auf die gegebene Richtung E R in dem Punkte R eine Senkrechte (R E′) abzustecken, so brauchte man nur über dem Punkte R das Prisma mit einer der Kathetenebenen (hier A B) gegen den in E befindlichen Stab zu halten und mit dem Auge bei K in das Prisma zu sehen. Dort wird man in der Richtung K I R, welche nach §. 34 und Gleichung (11) auf der gegebenen Richtung E R senkrecht ist, ein Bild E′ des Stabs E erblicken. Richtet man einen Stab E″ so ein, dass er das Bild E′ deckt, wobei man gleichzeitig in und über das

Prisma zu sehen hat, so bezeichnen die drei Punkte E'', R, E einen rechten Winkel.

3) Das fünfseitige Winkelprisma ist in §. 35 bereits theoretisch behandelt worden; hier ist nur noch von seiner Fassung und Anwendung die Rede. Fig. 134 stellt eine perspectivische Ansicht, Figur 135 einen zur Axe senkrechten Querschnitt desselben dar. Das Prisma ist durch zwei Bodenplatten gegen Beschädigung geschützt, und in diesen Platten befinden sich Löcher zum Einschrauben des Griffs S. Da der wesentliche Vorzug dieses Prismas der ist, dass es gestattet, sich im Alignement zweier Punkte aufzustellen und in diesem Alignement sofort den Fusspunkt einer Senkrechten zu finden, die von einem dritten Punkte aus auf die Gerade jener zwei Punkte gefällt wird, und da diese Aufgaben hauptsächlich mit den Strahlen M_1 a b c d e f g und N c d e f g (Fig. 135) gelöst werden, der erste aber bei c und der zweite bei d viel Licht verlieren könnte, so ist die Fläche D E auf ihre halbe Höhe, die Fläche A B auf ihre ganze Höhe und halbe Länge in der Mitte zwischen A und B, endlich die Fläche C D ganz versilbert. Der Strahl M h i k l m kann demnach auch noch zur Wirksamkeit gelangen, obwohl er für unseren Hauptzweck unnöthig ist. Will man ihn gar nicht benützen, so muss die Versilberung auch auf die kleine offene Strecke e (Fig. 134) ausgedehnt werden.

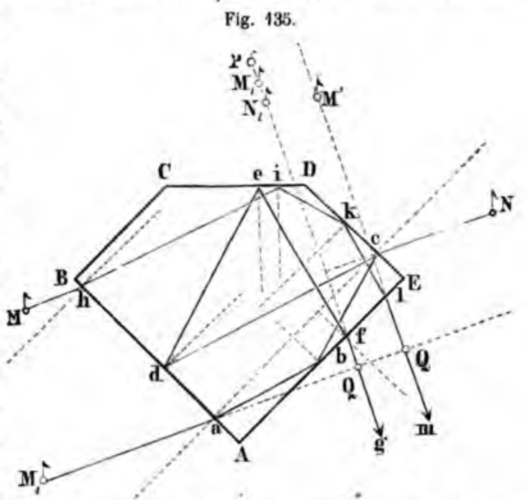
Fig. 134.



Tritt nun das vom Stabe M_1 kommende Licht durch die Oeffnung bei a in das Prisma, so sieht man das Bild dieses Stabs in der Richtung g f

bei M_1, und in derselben Richtung bei N_1 zeigt sich das Bild des Stabs N. Die Richtung g f ist sowohl auf M_1 a als auf N c senkrecht: man kann daher in Q (Fig. 135) gleichzeitig auf M_1 a und N c eine Senkrechte Q P errichten, und umgekehrt von P auf die Geraden M_1 a und N c, welche als eine einzige Gerade M_1 N betrachtet werden können, ein Perpendikel fällen, wobei sich der Fusspunkt Q darstellt, sobald die Bilder M_1 und N_1 mit P sich decken. Die Prüfung des fünfseitigen Winkelprismas wird in ähnlicher Weise wie die des Winkelspiegels oder dreiseitigen Winkelprismas vorgenommen: man steckt drei Stäbe A, B, C, etwa je 50^m von einander entfernt, in eine Gerade und errichtet in B eine Senkrechte B D auf A C, auch etwa 50^m lang. Zeigt nun das auf B richtig gehaltene fünfseitige Winkelprisma die Bilder von A und C in der Richtung der Senkrechten B D, so ist es richtig, im anderen Falle wäre es besser zu schleifen. Ein ordentlicher Optiker wird jedoch ein unrichtiges Prisma nicht abliefern. Daher ist dieses kleine Instrumentchen für den practischen Geometer und Ingenieur von grosser Wichtigkeit für gewöhnliche Feldarbeiten. [1]

Fig. 135.



4) Wenn das dreiseitige Winkelprisma so geschliffen ist, dass $\cos B = \frac{1}{2m}$, wobei m eine beliebige, jedoch nicht sehr grosse Zahl, also B etwas kleiner als 90^0 ist, so kann man damit ein gleichschenkliges Dreieck abstecken, dessen Schenkel m mal so gross sind als die Grundlinie. Misst man diese Linie, so kann daraus die Länge der Schenkel berechnet werden. Dieses zum Distanzmessen dienende Glas hat der Verfasser distanzmessendes Prisma genannt, um es von dem unter Nr. 1 beschriebenen, das ein besonderer Fall von ihm ist, zu unterscheiden. Diesem Prisma hat Ertel die in Fig. 132 dargestellte Fassung gegeben, wonach zwei halbkreisförmige Plättchen (A B) die Grundflächen und ein ebenes Plättchen (A C) die Hypotenusenebene des Prismas bedecken, ausserdem aber ein Bügel (b), um eine zur Hypotenuse parallele Axe drehbar, entweder, wie in der Figur, senkrecht zu den Grundflächen gestellt oder auch parallel zu denselben so umgeschlagen werden kann, dass das ganze Prisma von Metall umschlossen ist und leicht in der Westentasche getragen werden kann. Die Feder c,

[1] Aus der optischen Anstalt von Reinfelder und Hertel in München kann man das fünfseitige Winkelprisma in Fassung und Etui um 10 bis 12 Thlr. beziehen.

welche alsdann in die Vertiefung bei B einfällt, hält den Bügel geschlossen. An die Deckplättchen lassen sich übrigens auch, wenn man es vorzieht, massive oder hohle Griffe anschrauben, oder vielmehr ein und derselbe Griff kann nach Erforderniss bald auf der einen, bald auf der anderen Deckfläche befestigt werden.

5) Dass mit den vier- und fünfseitigen Prismen auch noch Winkel von 45^0 und von 180^0 abgesteckt werden können, geht aus §. 34 und §. 35 hervor, und dass alle hier beschriebenen Prismen, wenn sie einmal richtig geschliffen sind, keine Correction nöthig haben, bedarf kaum der Erwähnung. Schliesslich sei nur noch darauf hingewiesen, dass, wer eines der nachfolgend beschriebenen Prismenkreuze besitzt, auch über zwei dreiseitige Winkelprismen zur Absteckung rechter Winkel verfügt.

Das Prismenkreuz.

§. 116. Durch die vorher betrachteten Winkelprismen kann ein rechter (oder anderer constanter) Winkel mit hinreichender Genauigkeit und Bequemlichkeit abgesteckt werden; der practische Geometer hat aber auch sehr oft Winkel von 180^0 abzustecken. Dieses ist der Fall, wenn er zwischen zwei gegebenen Punkten einen dritten in gerader Linie einschalten oder den Durchschnittspunkt zweier Diagonalen eines Vierecks auf dem Felde suchen soll. Er kann zwar diese Aufgabe in der Regel mit Fluchtstäben und einem oder zwei Gehilfen lösen; aber die Lösung auf diesem Wege ist unter allen Umständen weitläufig, manchmal unsicher, in einzelnen Fällen unmöglich.

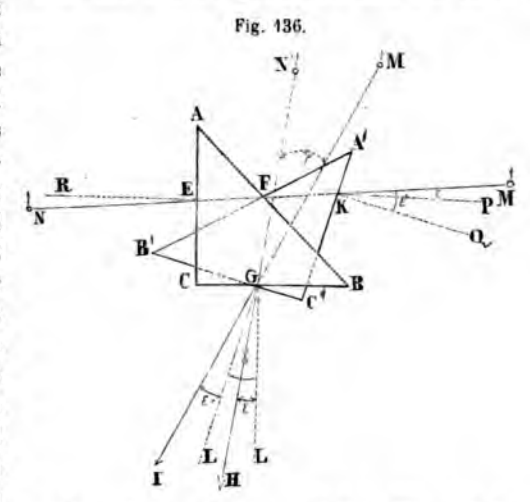
Diese Erwägung gab dem Verfasser vor mehreren Jahren Veranlassung zur Erfindung des Prismenkreuzes,[1] eines einfachen Instrumentchens, das der Hauptsache nach aus zwei Glasprismen besteht, deren Grundflächen gleichseitige rechtwinklige Dreiecke sind und welche so aufeinander liegen, dass ihre Hypotenusenebenen sich senkrecht kreuzen, während die Kathetenebenen und die Axen mit einander parallel sind. Mit diesem Prismenkreuze kann man nicht allein Winkel von 180^0 auf die einfachste Weise und ohne Zuziehung von Gehilfen, sondern auch rechte Winkel abstecken, indem jedes der Prismen für sich ein dreiseitiges Winkelprisma ist (§. 115). Für geometrische Terrainstudien, flüchtige Aufnahmen, Messungen auf breiten Flüssen u. dgl. bietet es dem einfachen und doppelten Winkelspiegel gegenüber entschiedene Vortheile, wofür am besten seine grosse Verbreitung spricht.

§. 117. **Theorie.** Um unsere Betrachtung etwas allgemeiner zu machen, nehmen wir vorläufig an, dass zwar die Axen der Prismen, aber nicht ihre Kathetenebenen parallel sind. Diese sollen vielmehr einen Winkel $C\,G\,B' = \delta$ mit einander bilden und dadurch Veranlassung sein, dass die Hypotenusenebenen sich unter einem Winkel $A\,F\,A' = 90^0 + \delta$ kreuzen.

[1] »Theorie und Gebrauch des Prismenkreuzes von C. M. Bauernfeind.« München, 1851.

Denkt man sich das Prismenkreuz in die gerade Verbindungslinie zweier leuchtenden Punkte M und N gebracht und so gehalten, dass die einfallenden Lichtstrahlen mit den Grundflächen der Prismen parallel laufen, so bilden die von N in der Richtung N M kommenden und durch das Prisma A B C gehenden Strahlen nach ihrem Austritte mit der Richtung N M den Winkel $\psi = 90^0 - 2\,\varepsilon$ (wenn N E R $= \varepsilon$), während die in der Richtung M N auf das Prisma A' B' C' treffenden Strahlen nach ihrem Gange durch das Prisma mit der ursprünglichen Richtung M N den Winkel $\psi' = 90^0 + 2\,\varepsilon'$ einschliessen (§. 33, Gl. 8 und 9). Das Prisma A B C zeigt das Bild von N nach der Richtung H G in N', und das Prisma A' B' C' das Bild von M nach der Richtung I G in M'. Beide Richtungen schliessen einen Winkel

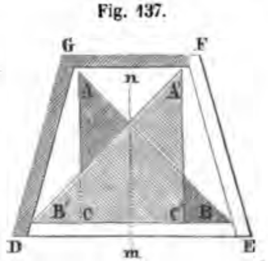
Fig. 136.



$$\varphi'' = 2\,(\varepsilon' - \varepsilon) = 2\,\delta \qquad (85)$$

ein, wie man aus der Figur leicht ableiten kann. Dieser Winkel φ'' wird null, sobald δ null ist,[1] d. h. sobald die Kathetenebenen der Prismen parallel und die Hypotenusenebenen senkrecht zu einander sind. In diesem Falle decken sich mithin die Bilder von M und N, da sie in einer gemeinschaftlichen Richtung liegen: d. h. wenn die Punkte M und N durch lothrechte Stäbe bezeichnet sind, so werden die in den beiden Prismen abgebildeten Stäbe wie ein Stab erscheinen, der durch beide Gläser reicht. Hierin liegt der Grund für die oben bezeichnete und in der beigedruckten Figur versinnlichte Stellung der Prismen in dem Prismenkreuze.

Fig. 137.

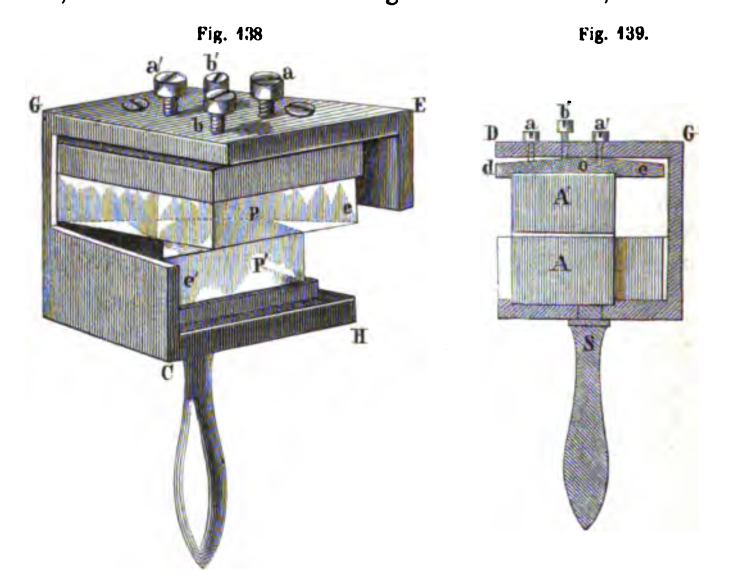


Nehmen wir nun an, dass die Prismen diese Stellung haben, so wird man sich mit Hilfe der Ausdrücke Nr. 8 und 9 ohne Mühe überzeugen, dass eine Deckung der Bilder von M und N nicht stattfindet, wenn man mit dem Prismenkreuze ausserhalb der Geraden M N

[1] Nach Gleichung (85) würde der Winkel φ'' auch ohne δ dann null werden, wenn der Einfallswinkel ε dem ε' der Grösse nach gleich wäre und beide entgegengesetzte Vorzeichen hätten. Diese beiden Bedingungen können aber nicht gleichzeitig stattfinden, wie einfache geometrische Betrachtungen zeigen. Zwar kann $\varepsilon = \varepsilon'$ werden; dann sind aber beide ε positiv oder beide negativ, und es ist daher in dem ersten Falle der Winkel $\varphi'' = +2\,\varepsilon = +2\,\delta$, und in dem zweiten Falle $\varphi'' = -2\,\varepsilon = -2\,\delta$.

steht: die Bilder M' und N' werden gegen die Stäbe M und N in einem Falle so liegen, wie in Fig. 136, d. h. N' auf der Seite von N und M' auf der Seite von M, und in dem anderen Falle wird sich M' auf der Seite von N und N' auf der Seite von M befinden. Da die Deckung der Bilder nur dann eintritt, wenn man das Prismenkreuz in die Gerade M N bringt, so ist dieses folglich ein Mittel, einen Punkt (F) in diese Gerade einzuschalten, ohne irgend eine Beihilfe.

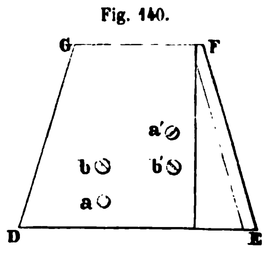
§. 118. **Beschreibung.** Fig. 138 gibt eine perspectivische Ansicht des Prismenkreuzes in seiner wirklichen Grösse. Das Gehäus der Gläser P und P' ist ein hohles Prisma mit einer trapezförmigen Grundfläche, wie sie Fig. 137 zeigt, die auch die Lage der Prismen deutlich macht. Die Kathetenflächen P e, P' e' der beiden Prismen liegen in einer Ebene, welche wir die



Ocularebene nennen wollen, da durch sie die Bilder angeschaut werden. Die anderen Kathetenflächen liegen auf entgegengesetzten Seiten des Gehäuses und sind parallel: sie empfangen das von den seitwärts stehenden Stäben (M, N) ausgehende Licht und können daher die Objectivebenen der Prismen heissen. Nach der Grösse einer solchen Ebene ist das Gehäus ausgeschnitten, damit das Licht in das entsprechende Prisma gelangen kann: links oben, rechts unten. Die Hypotenusenebenen werden zur Vermehrung der Helligkeit des Bilds, das zur Absteckung rechter Winkel dient, entweder wie gewöhnliche Spiegel belegt oder nach der Liebig'schen Methode versilbert. Um die Prismen parallel zu stellen, dienen die 4 Stellschräubchen a, a' und b, b', deren Wirkungsweise sich mit Hilfe des obenstehenden Durchschnitts Fig. 139 (nach der Linie m n in Fig. 137) leicht erklärt. Das obere Prisma (A') ist nämlich an der Fassung d e, welche

sich um den Punkt o ein wenig drehen kann, festgekittet. Durch die Schräubchen a und a', welche durch Schlitze in der Gehäusplatte D G gehen und in die Fassung d e eingreifen, lässt sich das obere Prisma so viel drehen als nöthig ist, um die Kathetenebenen parallel zu machen, nachdem vorher mit Hilfe der Schräubchen b und b', die bloss auf die Platte d e drücken, die Axen der Prismen parallel gestellt worden sind. Die gegenseitige Stellung der in Rede stehenden Schräubchen ergibt sich aus der Oberansicht der Gehäusplatte in der beigedruckten Fig. 140.

Fig. 140.



§. 119. **Prüfung und Berichtigung.** Die Prüfung des Prismenkreuzes umfasst folgende Untersuchungen:

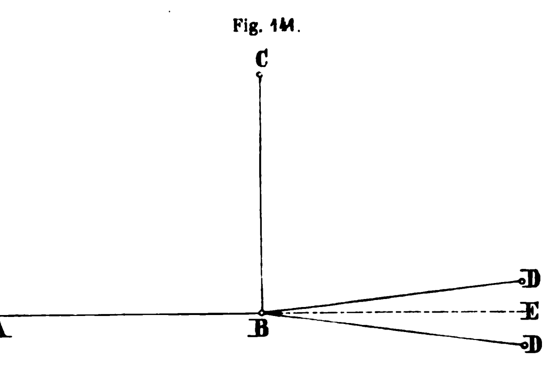
1) ob jedes der Prismen richtig geschliffen ist;

2) ob die Prismenaxen parallel sind, und

3) ob die Kathetenflächen parallel sind und die Hypotenusenebenen senkrecht zu einander stehen.

Zu 1. Am einfachsten erfährt man, ob die Prismen richtig geschliffen sind, auf folgende Weise. Man stecke mit dem zu prüfenden Prisma nach §. 115 und Fig. 141 erst einen Winkel A B C und hierauf von B aus einen zweiten Winkel C B D ab. Findet man, dass die drei Stäbe A, B, D in gerader Linie liegen, so ist offenbar A B C = C B D = R und folglich das Prisma richtig; liegen aber die genannten drei Punkte nicht in einer Geraden, so ist das Prisma fehlerhaft und durch den Optiker zu verbessern.

Fig. 141.

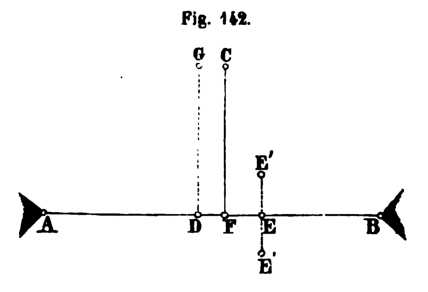


Zu 2. Um zu prüfen, ob die beiden Prismenaxen parallel sind, braucht man nur zwei parallele Gegenstände, z. B. lothrechte Stäbe, Mauerkanten, Blitzableiterstangen etc. durch die Ocularebenen zu betrachten und zuzusehen, ob auch die Bilder parallel sind oder nicht. Bilden dieselben einen Winkel mit einander, so ist der Unterschied desselben von 180° der Fehler, welcher in der Lage der Prismenaxen stattfindet und der durch die Schräubchen b, b' weggeschafft werden muss, nachdem zuvor die beiden anderen Schräubchen etwas gelüftet wurden. Ohne diese Lüftung könnte sich durch den Druck der Schräubchen b und b' die Fassung d e um den Punkt o nicht drehen. Von selbst versteht sich, dass von den Schräubchen b und b' das eine ebenfalls vorher zu lüften ist, wenn das andere vorwärts gedreht werden soll.

Zu 3. Von der Parallelstellung der Kathetenebenen überzeugt man sich, indem man drei Stäbe in ziemlich grossen Entfernungen in gerader Linie aufstellt, das Instrument über den mittleren Stab hält und zusieht, ob sich die Bilder der beiden äusseren Stäbe decken. Ist dieses der Fall, und gehen die Bilder auch nicht aus einander, wenn man das Instrument an dem bezeichneten Standpunkte um seine Axe dreht, so sind die Kathetenebenen parallel und die Hypotenusenebenen senkrecht zu einander; decken sich aber die Bilder der Stäbe nicht, so sind auch die Kathetenebenen nicht parallel und die Hypotenusenebenen nicht senkrecht auf einander. Nach Gleichung (85) zeigt der Winkel φ'', um welchen die Bilder aus einander stehen, den doppelten Fehler (δ) in der Lage der Prismen an, und es muss desshalb das obere Prisma um $\frac{1}{2}\,\varphi''$ oder δ durch die Schräubchen a und a' gedreht werden. In welchem Sinne die Drehung zu geschehen hat, hängt davon ab, ob die Bilder M' und N' auf Seite ihrer Gegenstände M und N oder entgegengesetzt liegen: in dem ersteren Falle ist der Winkel A F A' der Hypotenusenebenen grösser und in dem zweiten Falle kleiner als ein rechter, woraus sich leicht ergibt, in welchem Sinne das obere Prisma zu drehen ist, um die Grösse dieses Winkels auf 90° zurückzuführen.

§. 120. **Gebrauch.** Soll ein Punkt E (Fig. 142) zwischen zwei gegebenen Punkten A und B, welche so liegen, dass man von einem zum anderen nicht visiren kann, in gerader Linie eingeschaltet werden, so stelle man sich mit dem Prismenkreuze in einem beliebigen Punkte E', der in der Nähe des gesuchten liegt, auf und halte das Instrument so, dass die beiden Ocularebenen gegen das Auge, die Objectivebenen aber gegen A und B gerichtet sind. Hierauf bewege man sich so lange vor- oder rückwärts, bis man an einen Punkt E kommt, in welchem sich die Bilder von A und B in den beiden Prismen decken; E ist dann der gesuchte Punkt, welcher nunmehr durch einen unter das Instrument zu stellenden Stab bezeichnet werden kann.

Fig. 142.



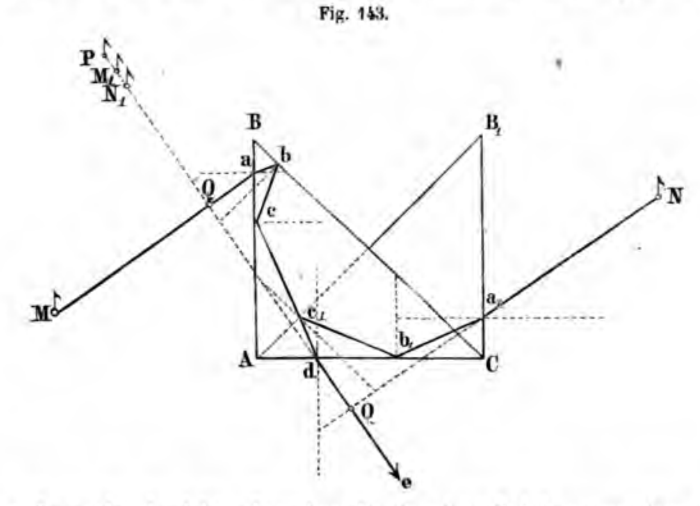
Will man von einem gegebenen Punkte C ausserhalb einer gegebenen Geraden A B eine Senkrechte auf diese fällen, so richte man sich auf die eben beschriebene Weise in die Gerade A B ein, drehe das Instrument zwischen den Fingern so weit um seine Axe, bis man in der spitzen Ecke (bei e oder e' Fig. 138) eines Prismas das durch zweimalige Zurückstrahlung entstandene Bild eines der Gegenstände A oder B erblickt, und bewege sich alsdann in der Geraden A B, bis dieses Bild mit dem durch das blosse Auge unter oder über der Ecke e oder e' hinweg gesehenen Stabe C zusammenfällt. Sobald diese Deckung eintritt, bezeichnet das Instrument selbst den gesuchten Punkt, welcher durch ein Loth oder einen Stab auf dem

Boden angegeben wird. Um sich zu überzeugen, dass man bei der Bewegung gegen A oder B hin nicht aus der Geraden A B gekommen sei, braucht man nur die der ersten Drehung entgegengesetzte Wendung des Instruments zu machen und zuzusehen, ob die Bilder von A und B sich wieder decken. Fände diese Deckung nicht statt, so müsste sie durch eine Bewegung gegen die Linie A B wieder hergestellt und die vorige Absteckung verbessert werden.

Wie auf eine gegebene Gerade in einem bestimmten Punkte derselben eine senkrechte abgesteckt wird, ist bereits im §. 115 angegeben. Weitere Anwendungen des Prismenkreuzes folgen in der Lehre von den Messungen.

§. 121. **Neuere Construction.** Als der Verfasser zu Anfang des Jahrs 1868 das in den §§. 35 und 115 beschriebene fünfseitige Winkelprisma erfand,

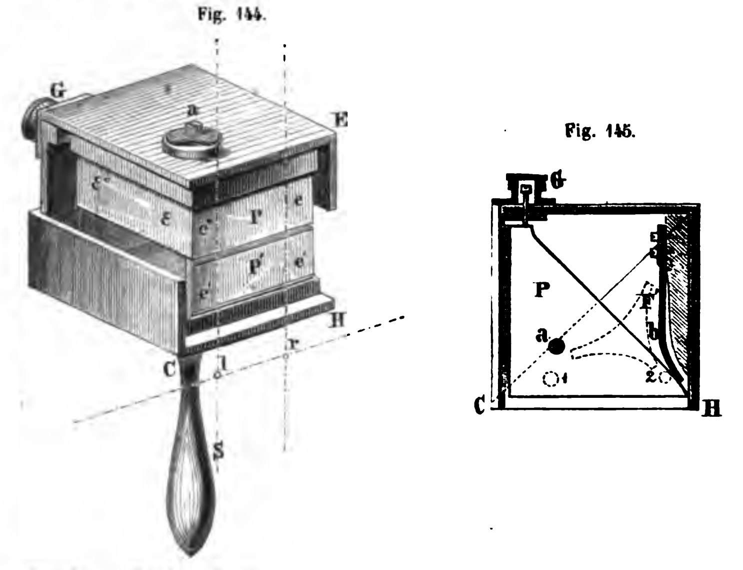
Fig. 143.



war er anfangs der Ansicht, dass dasselbe in seiner Leistung um einen Schritt weiter gehe, als das oben vorgeführte, aus dem Jahre 1851 datirende Prismenkreuz, insofern dieses wohl gestatte, sich im Alignement zweier Punkte, aber nicht zugleich im Fusspunkte einer auf diese Gerade gefällten Senkrechten aufzustellen. Bald sah er jedoch ein, dass das Prismenkreuz ebenfalls gebraucht werden kann, den eben bezeichneten Fusspunkt unmittelbar aufzufinden. Wenn man nämlich die beiden Prismen A B C und A' B' C' nicht wie in Fig. 137, wo die spitzen Ecken B und B' über die stumpfen C' und C vorstehen, sondern nach Fig. 143, wo je eine spitze und eine stumpfe Kante in eine Gerade zusammenfallen, über einander legt, so dass die Kathetenflächen A B und A_1 B_1 parallel werden, C A und A_1 C_1 in einer Ebene liegen und die Hypotenusenebenen BC und B_1 C_1 sich senkrecht schneiden: so macht ein Lichtstrahl e d, welcher bei d in das obere Prisma A B C gelangt, den Weg e d c b a M, und wenn dieser Strahl in das untere Prisma

A B_1 C tritt, so durchläuft er den Weg e d c_1 b_1 a_1 N. Nach früher geliefertem Beweise (§. 33) ist sowohl der austretende Strahl a M als der a_1 N senkrecht auf dem einfallenden e d; umgekehrt also, wenn von zwei gegebenen Punkten M und N in parallelen Richtungen Ma und N a_1 Licht auf die Prismen A B C und A B_1 C fällt, so tritt aus beiden das Licht nach einer und derselben Richtung d e heraus, d. h. die Bilder M_1 und N_1 decken sich und liegen in einer Geraden e d M_1 N_1 welche auf der Geraden N a und N a_1 senkrecht steht. Bei der geringen Grösse der Prismen im Vergleiche zu den Entfernungen der Gegenstände M und N kann man annehmen, dass die Linien M a und N a_1 mit der Geraden M N zusammenfallen, und folglich erhält man mit dem nach Fig. 143 construirten Prismenkreuze nicht bloss einen Zwischenpunkt der Geraden M N, sondern zugleich auch den Fusspunkt Q einer Senkrechten, welche von P aus auf die Gerade M N zu fällen verlangt wird, was zu beweisen war.

Fig. 144. Fig. 145.



Zu der in den Figuren 144 und 145 dargestellten neueren Fassung ist Folgendes zu bemerken. Das untere Prisma P′ ruht in dem Gehäuse auf einer federnden Platte b (Fig. 145) und ist daselbst durch drei Schräubchen 1, 2, 3 festgehalten. Durch Anziehen und Nachlassen dieser Schräubchen kann dieses Prisma in verticalem Sinne berichtigt, d. h. es kann seine Axe zu der des oberen Prismas P parallel gestellt werden. Dieses zweite Prisma ist durch die auf einen federnden Ring drückende Schraube a, welche in die Fassung von P eingreift, gehalten, jedoch nur so fest, dass es noch durch das in der Kapsel G befindliche Schräubchen, dem die Stahlfeder b entgegenwirkt, in horizontalem Sinne so weit gedreht werden kann, als nöthig ist, die entsprechenden Kathetenebenen einander parallel und die Hypote-

nusenebenen zu einander senkrecht zu stellen. Diese Ebenen selbst sind versilbert und ausserdem noch durch die bei C und E sichtbaren Seitenwände des Gehäuses geblendet.

Je nachdem das Licht eines leuchtenden Punkts in das obere Prisma bei ε oder ε^0 eintritt, ist das Bild desselben bei e oder e^0 zu suchen (Fig. 144). Aehnliches gilt für das untere Prisma, wo die Bilder bei e′ und e″ erscheinen. Mit anderen Worten: Wenn der von der Kathetenebene B A aus von links nach rechts gezählte Winkel A a M spitz ist, so ist das Bild bei e^0, wenn er stumpf ist, bei e zu suchen. In dem ersteren Falle zeigt sich das Bild des Stabs N im unteren Prisma bei e″, in dem zweiten bei e′. Hiernach wird man sich in dem Gebrauche dieses Prismenkreuzes bald zurecht finden.

B. Instrumente zur Aufnahme der Winkel durch Zeichnung.

§. 122. Die meisten Messungen werden in der Absicht gemacht, das Gemessene in Plänen bildlich darzustellen. Diese Absicht kann auf zwei Wegen erreicht werden: entweder mittelbar dadurch, dass man aus den auf dem Felde gemessenen Linien und Winkeln die Figuren, welche die gegenseitige Lage der Punkte versinnlichen, zu Hause berechnet und zusammenstellt; oder unmittelbar dadurch, dass man auf einem mit Papier überzogenen Reissbrette eine Vorrichtung aufstellt, welche gestattet, die Richtungen, in denen man visirt, sofort auf das Papier zu zeichnen. Erhält man hierdurch die Winkel der Figuren, so bedarf es nur noch eines verjüngten Massstabs und eines Zirkels, um auch gemessene Längen sofort in einem bestimmten Verhältniss zur wirklichen Grösse abtragen zu können.

Das Zeichenbrett muss, da es weder auf den Boden gelegt noch in der Hand gehalten werden kann, von einem Gestelle getragen werden: beide zusammen geben aber einen Messtisch.

Da die Pläne den Grundriss einer Gegend darstellen, so ist es nöthig, dass sich die Tischplatte wagrecht stellen lässt: folglich bedarf man zu dem Messtische ausser der hierfür passenden Einrichtung seines Gestells einer Libelle. Soll die von einem bestimmten Punkte des Felds aus aufgenommene verjüngte Figur der natürlichen geometrisch ähnlich sein, so ist klar, dass jener Punkt und sein Bild auf dem Papiere in einer Lothrechten liegen müssen: dazu ist aber eine Lothgabel nöthig. Fügt man hierzu die schon erwähnte Visirvorrichtung, welche Kippregel heisst, und den gleichfalls schon genannten Zeichnungsmassstab, so ist der gesammte Messtischapparat, den wir nun im Einzelnen betrachten wollen, beisammen. Der Messtisch wurde zu Ende des 16. Jahrhunderts (im Jahre 1590) vom Professor Praetorius in Altdorf bei Nürnberg erfunden und hat seitdem mannichfaltige Abänderungen und Verbesserungen erfahren. Da wir jedoch keine Geschichte desselben schreiben, sondern nur sein Wesen und seinen Gebrauch zeigen wollen, so wird es genügen, dieses an zwei oder drei

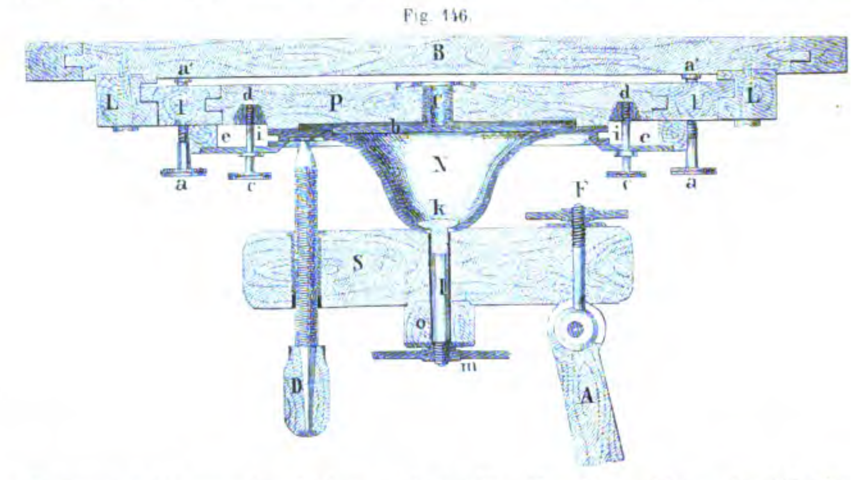
Messtischapparaten zu thun. Kennt man diese genau, so wird man auch im Stande sein, andere Messtischapparate zu behandeln und zu beurtheilen.

Der Messtisch (Mensel).

§. 123. **Beschreibung.** Der Reichenbach'sche Messtisch hat wie jeder andere zwei Hauptbestandtheile, nämlich das Gestell (Stativ) und das Tischblatt. In Fig. 146 sind beide im senkrechten Durchschnitte, in Fig. 147 ist das Gestell allein perspectivisch dargestellt.

Das Messtischblatt (B) muss ein vorzügliches Reissbrett von rechteckiger oder quadratischer Grundform sein und darf seine ebene Oberfläche durch atmosphärische Einwirkungen nicht verändern. Hier beträgt die Quadratseite 0m,52 oder 1,8 Fuss bayr.; an anderen Messtischen misst sie

Fig. 146.



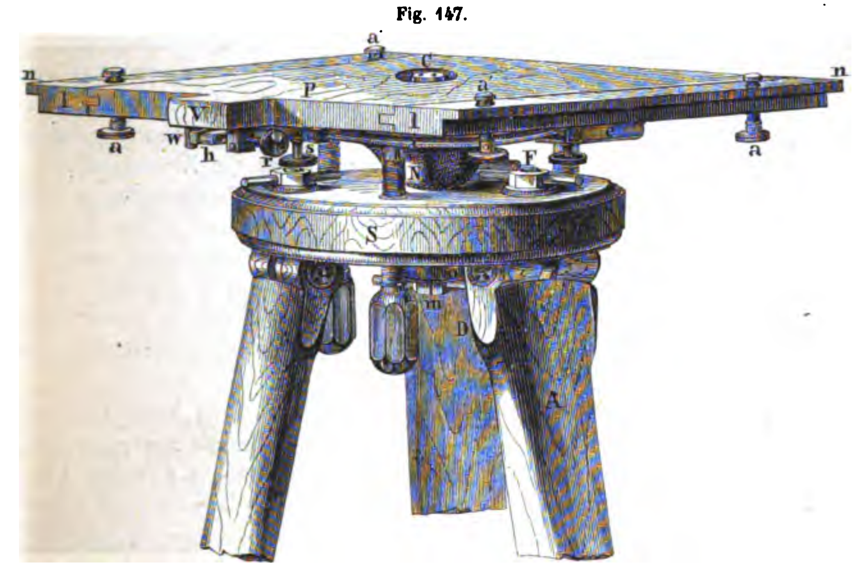
oft nur 0m,45, manchmal aber auch 0,m75. Zur Vermeidung des Werfens wird das Blatt aus einem Rahmen und mehreren rechteckigen Platten von gut ausgetrocknetem Ahorn- oder Lindenholz in der Art zusammengesetzt, dass sich die Faserlagen kreuzen. Die Verbindung des Blatts mit dem Gestelle geschieht durch zwei auf der unteren Blattfläche festgeschraubte und mit Nuthen versehene Leisten (L, L), welche an die Federn (n, n) der Wendeplatte (P) des Gestells gesteckt und durch vier in dieser Platte stehende Stellschrauben (a, a') fest angedrückt werden können. Auf diesem Wege lässt sich das Messtischblatt in der Richtung seiner Leisten verschieben und feststellen.

Das Messtischgestell soll sich vor Allem auf wie immer geneigtem festen Boden leicht und unbeweglich aufstellen lassen. Dieses geschieht hier durch drei mit eisernen Schuhen beschlagene Beine (A, A), welche mit einem 7 bis 8cm dicken cylindrischen Kopfe (S) in folgender Weise verbunden sind. Die oberen Enden der Beine sind walzenförmig abgerundet

und passen in ähnliche Vertiefungen des Kopfes. Nach der Axe der Rundung geht durch jedes Bein ein Metallcylinder, welcher in der Mitte von einer in einem Ausschnitte des Beins steckenden Metallscheibe gefasst wird, die sich an einer den Gestellkopf (S) durchdringenden Schraube (F) befindet. Durch Anziehen und Nachlassen der Mutter dieser Schraube mit einem Knebel kann die Reibung des Beins in seiner Höhlung vermehrt und vermindert und folglich seine Beweglichkeit kleiner und grösser gemacht werden.

Ferner soll das Gestell so eingerichtet sein, dass es eine leichte Verticalbewegung des Blatts gestattet, um dasselbe mit Hilfe einer Libelle wagrecht zu stellen. Zu dem Ende ist hier die Wendeplatte (P) mit einer metallenen Nuss (N) verbunden, welche in einer Höhlung des Gestellkopfes

Fig. 147.



(S) ruht und mit einer durch sie und den Kopf gesteckten Schraube (der Primschraube I, Fig. 146) mehr oder weniger gegen die Unterlage gedrückt werden kann. Dreht man die Knebelmutter (m) zurück, so kann sich die Nuss in ihrer Höhlung um den Kopf (k) der Schraube in dem Masse bewegen, als es die drei Stellschrauben (D) gestatten, welche auf ihren platten Rand, in den sie an der Wendeplatte ausläuft, drücken. Da durch drei Punkte die Lage einer Ebene bestimmt ist, so kann auch durch die eben genannten Stellschrauben die Neigung der Wendeplatte (P) und des Tischblatts (B) gegen den Horizont verändert werden. Bei dieser Veränderung lüftet man die Nuss nicht mehr als nöthig ist, sie durch den sanften Druck der Stellschrauben um den Punkt k zu bewegen. (Fig. 146.)

Die Wendeplatte soll eine Drehung des Blatts in wagrechtem Sinne gewähren, um eine gezeichnete Richtung mit einer natürlichen auf dem

Felde parallel zu stellen. Geschieht diese Drehung um einen sehr kleinen Winkel mit Hilfe einer Schraube, so nennt man sie eine feine; geschieht sie aber mit der Hand ohne die Schraube, so heisst sie eine grobe Drehung.

Diese beiden Drehungen geschehen hier um einen senkrechten hohlen Zapfen, welcher auf einer Metallplatte (b) steht, womit die Nuss oben abgeschlossen ist. Diesen Zapfen umgibt eine in die Wendeplatte eingelassene Hülse, während seine Höhlung die Mutter einer Schraube (C) ist, durch welche die genannte Platte stets gegen den ebenen Rand der Nuss gedrückt wird. Um diesen Druck gleichmässiger zu machen, befindet sich unter dem Kopfe der Schraube C eine federnde Metallscheibe, die jedoch in der Zeichnung nicht gut sichtbar ist. Will man die Drehung der Wendeplatte hemmen, so zieht man die zwei Stellschrauben c, c (Fig. 146) an, welche die Metallplättchen e, e gegen den Rand i, i der Nuss drücken und dadurch eine Reibung erzeugen, welche dem beabsichtigten Zwecke entspricht.

Fig. 148.

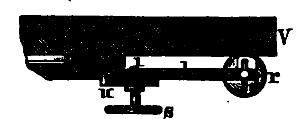
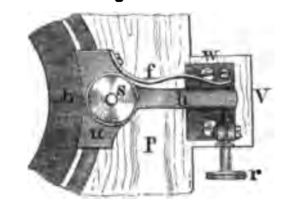


Fig. 149.



Die Schrauben c, c müssen gelüftet sein, wenn man eine grobe oder feine Drehung ausführen will. Soll die grobe Drehung gehemmt werden, so hat man nur die Klemmschraube s anzuziehen, wodurch die Wendeplatte in Folge der Reibung der Klemmplatte u an dem genutheten Rande der Nuss festgehalten wird, wie aus den Figuren 148 und 149 deutlich zu entnehmen ist, von denen die erstere einen Durchschnitt und die letztere eine Unteransicht der Klemmvorrichtung darstellt.

Nach dieser Hemmung ist aber noch eine feine Drehung mit der Schraube r möglich; denn da durch die Klemmschraube s nur der Arm h an der Nuss festgestellt wurde, so kann sich die Wendeplatte noch um ihre Axe (C) drehen. Die Drehung ist indess auf den kleinen Bogen eingeschränkt, welcher vom Fusse der Schraube r bis an die Stahlfeder f reicht, die an der Klemmplatte u sitzt. Man entnimmt hieraus, dass dem Messtischblatte schon durch die grobe Drehung seine vorgeschriebene Richtung nahehin gegeben werden muss, wenn die genaue Einstellung durch die feine Drehung möglich sein soll. Ist diese Einstellung bewirkt, so zieht man die Schrauben c, c fest an, um jede weitere Drehung unmöglich zu machen.

§. 124. **Aufstellung des Messtisches.** Die Aufstellung kann unter verschiedenen Bedingungen geschehen; wer jedoch die folgenden drei gleichzeitig zu erfüllen versteht, weiss sich in allen Fällen zu helfen. Es sei nämlich

1) ein gegebener Punkt des Messtischblatts über einen gleichfalls gegebenen Punkt des Felds zu stellen;

2) eine gegebene Richtung auf dem Blatte mit einer gegebenen Richtung auf dem Felde in eine Verticalebene zu bringen, und

3) das Messtischblatt wagrecht zu stellen.

Die gegebene Richtung auf dem Felde heisse M N, ihr Bild auf dem Messtischblatte m n, und es sei zunächst m über M centrisch aufzustellen, so dass m in dem Lothe von M liegt.

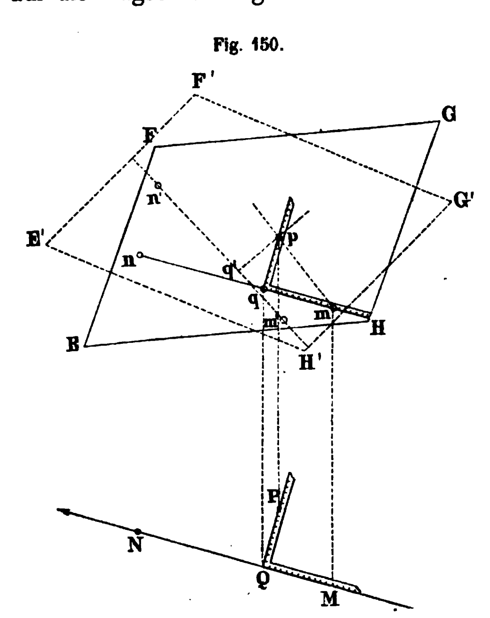
Man bringe den Messtisch über den Punkt M des Felds und stelle ihn so, dass nach dem Augenmasse erstens m über M, zweitens m n in der Richtung von M N, und drittens das Blatt ziemlich wagrecht liegt. Diese erste Aufstellung prüfe man hierauf mit der Lothgabel und verbessere sie nach Massgabe der Abweichung, welche dieselbe anzeigt, entweder durch Verschiebung des Blatts, oder durch Versetzen des Gestells, oder durch beides zugleich. Nach einigen Versuchen wird man es dahin bringen, dass m centrisch über M steht; während m n nahehin in M N liegt und das Blatt nicht stark von der wagrechten Lage abweicht.

Nun beginnt die Horizontalstellung damit, dass man die Knebelmutter m öffnet und eine berichtigte Röhrenlibelle in der Richtung zweier Stellschrauben D, D auf das Messtischblatt setzt. Indem man eine dieser Schrauben zurück, die andere vorwärts dreht, bringt man die Libelle zum Einspielen. Das Blatt steht also in der Richtung der Libellenaxe wagrecht. Nun stelle man die Libelle senkrecht auf ihre erste Richtung, so dass sie jetzt über die dritte Stellschraube D weggeht. Bringt man mit dieser Schraube die Libelle wieder zum Einspielen, so steht das Blatt nach der zweiten Richtung wagrecht. Durch diese zweite Stellung kann aber die erste etwas verändert worden sein; man bringt daher die Libelle in ihre erste Lage zurück und bewirkt, indem man gleichzeitig die Mutter m etwas anzieht, durch die Stellschrauben D, D abermals das Einspielen. Hierauf kommt die Libelle wiederholt in die zweite Lage, und es wird auch hier das Horizontalstellen durch die dritte Schraube D gleichzeitig mit dem Anziehen der Mutter m bewirkt. Eine Rückversetzung der Libelle in die erste Lage zeigt jetzt kaum mehr eine Abweichung; ist dieses aber der Fall, so muss die Libelle an jeder Stelle des Bretts, wenn dieses und das aufgespannte Papier vollkommen eben sind, einspielen. Es ist wesentlich, dass man die Primschraube I durch die Knebelmutter m so stark anzieht, dass sich die Nuss nicht mehr drehen kann; dieses Anziehen darf aber selbstverständlich nicht nach der Horizontalstellung geschehen, sondern muss, wie schon angegeben, während dieser nach und nach vorgenommen werden.

Nach der Horizontalstellung ist noch die Einstellung der Richtung m n in die Richtung M N zu bewirken. Da schon vorher m n nach dem Augenmasse in die Ebene von M N gebracht wurde, so wird die feine Drehung hinreichen, das Zusammenfallen der Ebenen von M N und m n zu bewirken. Zu dem Ende denke man sich an m n ein Diopter oder eine Kippregel angelegt, deren Visirebene durch m n geht; öffne die Schrauben c, c etwas, ziehe die Klemmschraube s an und drehe die Mikrometerschraube nach Erforderniss vor- oder rückwärts, bis die Visirlinie auf den Punkt N trifft. Schliesst man alsdann die Schrauben c, c, so dass die Platten e, e an dem Rande der Nuss fest anstehen, so ist die Aufgabe gelöst und eine wieder-

holte Prüfung mit der Lothgabel, der Libelle und dem Visirinstrumente wird zeigen, ob sie mehr oder weniger gut gelöst ist. Eine geringe Abweichung des Punkts m aus der Lothlinie von M schadet übrigens, wie später nachgewiesen wird, nichts, indem selbst bei einer Abweichung von 3 Centimeter die daraus hervorgehenden Winkelfehler noch lange innerhalb der Genauigkeitsgrenze, welche die Messtischaufnahme gewährt, liegen. Um so mehr ist aber auf die genaue Einstellung der Linie m n und in unebenem Terrain auf die wagrechte Lage des Messtischblatts zu sehen.

Fig. 150.



Systematischer lässt sich die vorliegende Aufgabe wie folgt erfüllen.[1] Man suche auf dem Messtischblatte E' F' G' H' den Durchschnittspunkt p desselben mit der verlängerten Drehaxe der Wendeplatte (Fig. 150), ziehe von diesem Punkte aus eine Senkrechte p q' und messe m' q' $= x$ und q' p $= y$ mit einem in Centimeter getheilten Winkelmasse, dem „Ordinatenwinkel" von Schlesinger. Hierauf lege man mit Hilfe einer Latte diesen Winkel mit dem einen Schenkel an die auf dem Felde gegebene Richtung M N, und zwar so, dass der Winkelscheitel um Q M $= x$ von M absteht. Weiter messe man mit dem anderen Winkelschenkel den senkrechten Abstand Q P $=$ p q' $= y$ ab und bezeichne ihn durch einen Pfahl. Ueber P bringe man nunmehr mittels der Lothgabel p des Messtisches, stelle diesen horizontal und drehe ihn in die Lage E F G H, so dass die Kippregel von m' n' nach m n kommt und auf N zeigt: dann wird auch q im Lothe von Q und m im Lothe von M liegen, wie es die Aufgabe verlangt. Der Beweis für die Richtigkeit dieses Verfahrens ergibt sich durch die einfachsten geometrischen Schlüsse, wesshalb hier nicht weiter darauf eingegangen wird. Nur erwähnt soll noch werden, dass mit dem vom Verfasser für die Lösung der Pothenot'schen Aufgabe (Bd. II, Abschn. II, C) construirten „Einschneidezirkel" der Punkt P auf dem Felde dadurch gefunden wird, dass man diesen Zirkel auf dem Messtischblatte auf den Winkel n m p $= \omega$ einstellt und dann bei unveränderter Oeffnung an den Punkt M und die

[1] Vergl. die Zeitschrift des österreichischen Ingenieur-Vereins Bd. XXII, S. 215 und die Abhandlungen der k. b. Akademie der Wissenschaften Cl. II, Bd. XI, Abth. 1, S. 81, nebst Grunert's Archiv der Mathematik und Physik Bd. LIV, S. 81.

Richtung M N so anlegt, dass der auf dem Blatte gemessene Abstand m p = r in gleicher Grösse M P auf das Feld übergetragen wird.

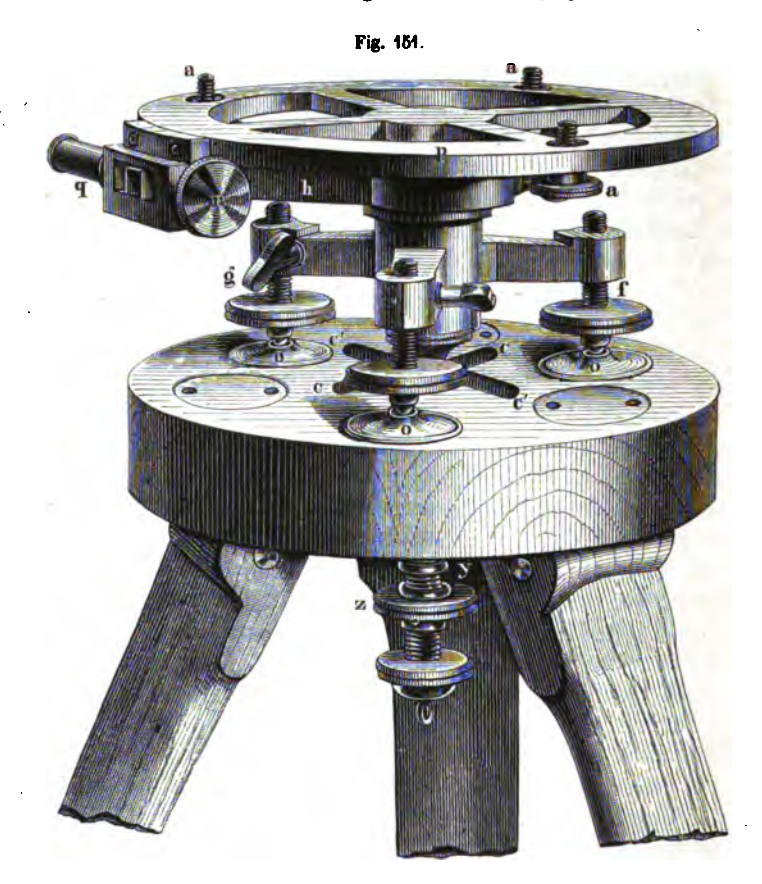
§. 125. **Neuere Messtische.** Der Reichenbach'sche Messtisch lässt, wie alle älteren Messtische, hinsichtlich der Stabilität und leichten Handhabung Manches zu wünschen übrig. Es haben sich desshalb mehrere Mechaniker veranlasst gesehen, andere Constructionen nach eigenen und fremden Ideen auszuführen, welche dem Messtische seine Schwerfälligkeit benehmen und ihn dem Theodolithen näher bringen, und dieses Ziel wurde bei den Messtischen von Ertel in München, Breithaupt in Cassel, Osterland in Freiberg, G. Starke und E. Kraft in Wien, Jähns in Berlin u. A. mehr oder weniger erreicht.

Der Messtisch von Osterland wurde von Prof. Junge in Freiberg in Dingler's polytechnischem Journale (Bd. CLVIII S. 345) beschrieben und es hat diese Beschreibung ebendaselbst (Bd. CLX S. 88) eine Entgegnung von O. Börsch in Cassel zu Gunsten des Breithaupt'schen Messtisches hervorgerufen, in welcher der letztere ausführlich besprochen und mit dem ersteren verglichen wurde. Eine andere kleine literarische Fehde dieser Art fand statt zwischen G. Starke, welcher seinen patentirten Messtisch im 1. Hefte des Jahrgangs 1860 der Zeitschrift des österreichischen Ingenieurvereins beschrieb, und E. Kraft in Wien, welcher im 4. und 5. Hefte desselben Jahrgangs der genannten Zeitschrift seine wohlbekannten Messtische gegen die Starke'schen vertheidigte. Bezüglich der Einrichtung und Beurtheilung dieser Messtische auf die genannten Schriften verweisend, beschreiben wir nachfolgend nur einige von Ertel und Sohn in München, Ott und Corad in Kempten und Jähns in Berlin ausgeführte Messtischconstructionen.

1) Der Messtisch, welchen das mechanische Institut von Ertel & Sohn dahier im Jahre 1861 nach unserer Angabe für die hiesige polytechnische Hochschule angefertigt hat (Bauernfeind's älterer Messtisch) ist in Fig. 151 perspectivisch, jedoch ohne Blatt, und in Fig. 152 im Durchschnitte dargestellt. Er hat Einiges mit dem Breithaupt'schen und Osterland'schen Messtische gemein, unterscheidet sich aber von beiden hauptsächlich durch die Art der Befestigung und seitlichen Verschiebung des Menselblatts. An dem Reichenbach'schen Messtische ist dieses Blatt mittels Nuthen und Schrauben an der Wendeplatte befestigt (Fig. 147) und es kann nur nach einer einzigen Richtung (a' n, n a') verschoben werden. Der Osterland'sche Messtisch besitzt eine solche Vorrichtung gar nicht und es ist in der Beschreibung desselben lediglich bemerkt, dass das Menselblatt auch zum Verschieben eingerichtet werden kann. Wenn aber das Blatt gegen seinen Untersatz verschoben werden soll, wie es nach dieser Bemerkung nicht anders möglich ist, so führt diese Verschiebung, wie die Reichenbach'sche, den Uebelstand mit sich, dass der Schwerpunkt des Menselblatts ausserhalb seiner Unterstützung liegt, wodurch die Wandelbarkeit des Instruments offenbar vermehrt wird. Wir schrauben das Tischblatt an einen Messingteller von 30^{cm} Durchmesser durch 3 gleichweit entfernte Schrauben (a, a)

fest und verschieben es sammt der Axe in 2 auf einander senkrechten Oeffnungen von 12cm Länge (c c, c' c'), die in dem Stativkopfe angebracht sind. Dadurch kann also das Menselblatt um je 4cm aus der Mitte des Stativs gerückt werden, ohne dass sich die gegenseitige Lage des Blatts und seines Trägers im mindesten ändert. Zur Verbindung des Dreifusses D mit dem Stativkopfe S wenden wir die Stangenschraube x (Fig. 152) gerade so an,

Fig. 151.



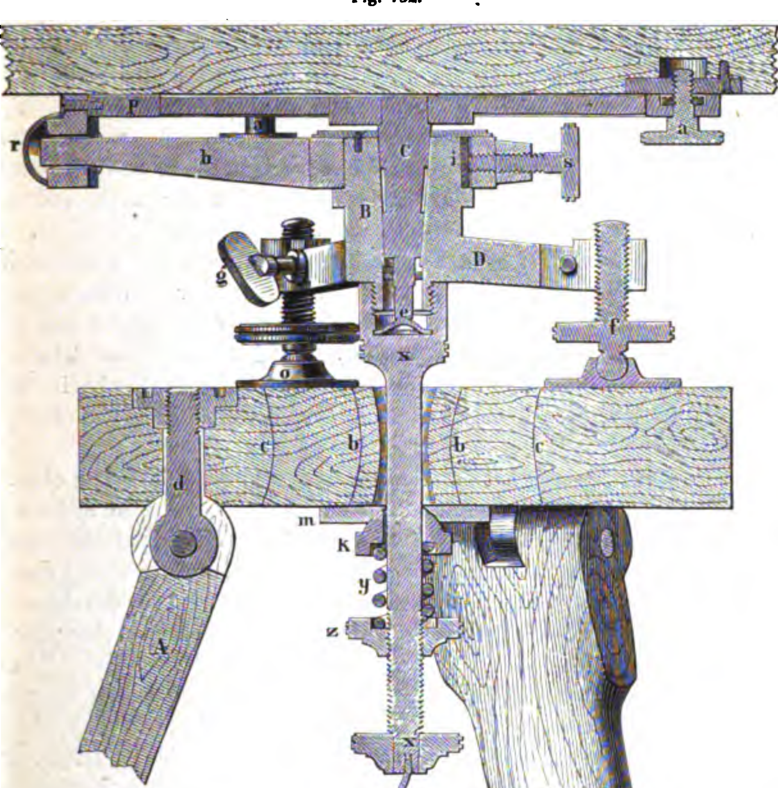
wie dieses Breithaupt zuerst bei Nivellirinstrumenten und Grubentheodolithen (siehe daselbst) gethan hat.

Das Breithaupt'sche Messtischgestell, welches im Kopfe einen kreisförmigen Ausschnitt hat, durch den die Büchse des Dreifusses geht, gestattet zwar auch eine seitliche Verschiebung des Aufsatzes mit dem Menselblatte; dieselbe beträgt aber kaum 2cm und erfordert eine complicirte Verbindung des Dreifusses mit dem Stativkopfe. In diesem müssen nämlich auf der unteren Seite und in Abständen von 120⁰ drei starke Spiralfedern angebracht werden, um den hölzernen Boden des Kopfes, auf den die Schraubenmutter

der Dreifussbüchse mittelbar durch eine zweite Holzplatte drückt, federnd zu machen.

Die grobe Horizontaldrehung des Menselblatts wird an unserem Messtische durch eine am oberen Rande der Dreifussbüchse angebrachte, aus einem Ringe und einer Klemmschraube (s) bestehende Bremse gehemmt und hierauf die feine Drehung durch die Mikrometerschraube (r) mit ent-

Fig. 152.



gegenstehender Spirale (q) bewirkt. Diese von Ertel fast allgemein angewendete Vorrichtung entspricht hier ihrem Zwecke vollständig, und es ist nach unserer Erfahrung weder eine zweite Klemmschraube (welche Osterland gebraucht), noch eine Differentialmikrometerschraube (welche Breithaupt anwendet), zur Feinstellung nöthig.

Die Axe C ist massiv aus Rothguss und nach Reichenbach bloss an dem oberen und unteren Ende conisch abgedreht. Der Druck des Menselblatts und des Tellers geht durch diese beiden Kegeltheile allein auf die Büchse B über, da die Grundfläche des Tellers p und der cylindrische Theil der Axe die Büchse nicht weiter berühren. Durch die Elasticität der

in der Schraubenstange angebrachten federnden Platte e wird dem Drucke des Zapfens einigermassen entgegengewirkt und so die Bewegung erleichtert.

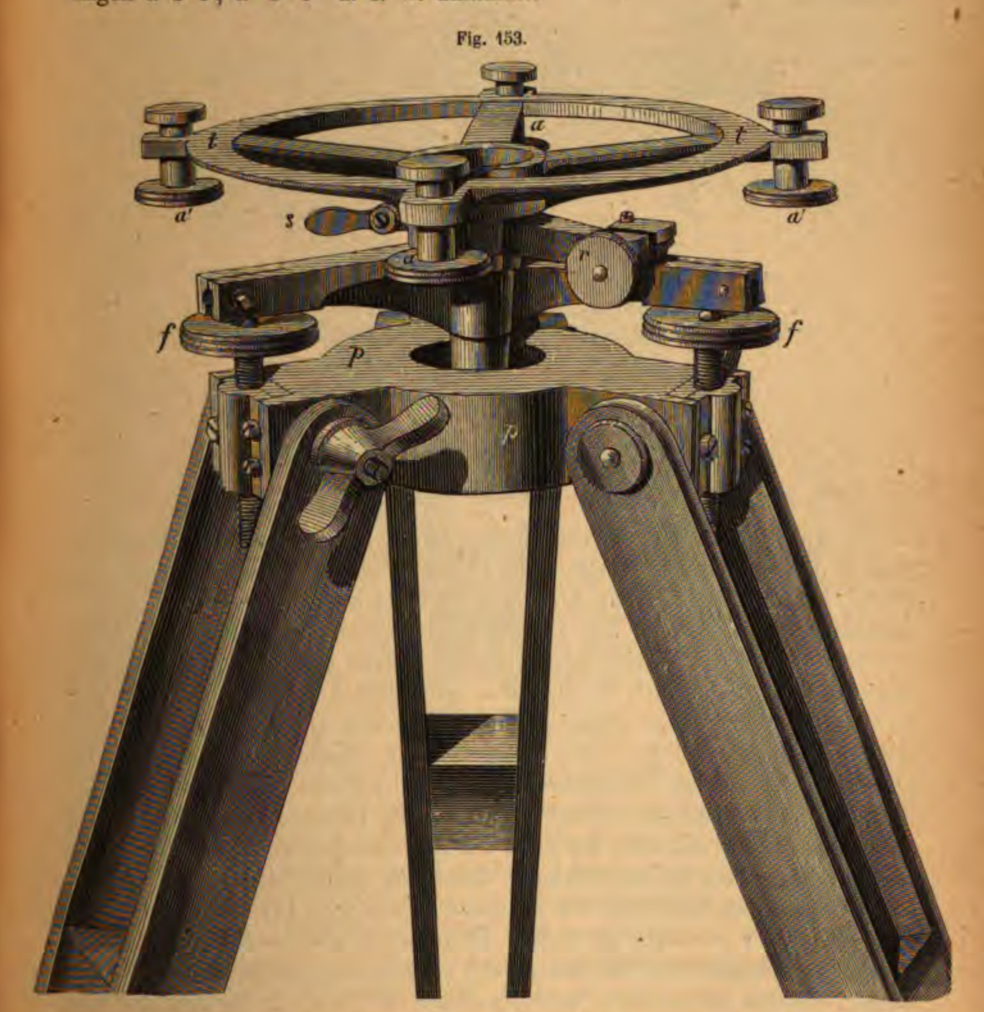
Da bei der Horizontalstellung des Messtischblatts die durch eine Fussschraube (f) hervorgebrachte Drehung um die in Messingplatten (o, o) befindlichen Füsse der gegenüberstehenden Schrauben stattfindet, so muss sich die Schraubenstange (x) in den kreuzförmigen Ausschnitten (c c, c' c') um den Betrag des Drehwinkels frei bewegen können, wesshalb diese Ausschnitte (wie Fig. 152 zeigt) nach oben und unten etwas erweitert sind. Die punktirten Linien b, b deuten die Weite des Ausschnitts in der Mitte des Stativs an, wo dieselbe so gross sein muss, dass der Kopf x der Schraubenstange leicht hindurchgeht. Der Kugelansatz k, welcher durch die Schraube z und die Spirale y gegen die Messingplatte m und die Grundfläche der Stativplatte wirkt, darf selbstverständlich nur nach und nach und erst dann fest angezogen werden, wenn das Blatt horizontal ist. Die Schraube z ist demnach hier gerade so zu handhaben, wie bei dem Reichenbach'schen Messtische die Schraube I (Fig. 146). Zur Verstärkung der Wirkung der Stangenschraube und folglich zur Vermehrung der Sicherheit gegen eine zufälliges Drehen des Menselblatts sind die Grundflächen der Fussplatten o, o möglichst rauh gemacht, weil mit der Rauhheit dieser Flächen die Reibung und folglich auch der Widerstand gegen Drehung wächst.

2) Vor einigen Jahren hat der hiesige Obergeometer B. Geyer ebenfalls bei Ertel und Sohn einen Messtisch anfertigen lassen, welcher in mehrfacher Beziehung empfehlenswerth ist. Aus der beigedruckten perspectivischen Abbildung des Gestells und des Dreifusses (Fig. 153) geht hervor, dass die Füsse des ersteren wie beim Messtische von Jähns (Seite 189) durchbrochen sind und der Kopf des Gestells nicht aus Holz sondern aus einer Metallplatte p besteht, welche die Stellschrauben f f des Dreifusses so aufnimmt, dass sie sich mit ihren geränderten Köpfen leicht drehen lassen und doch den Dreifuss fest mit dem Gestelle verbinden.

Die grobe Drehung des Tellers t t, der das Messtischblatt trägt, wird mit dem Hebel s durch einen Druck auf den Centralzapfen gehemmt, und die feine Drehung durch eine Stellschraube r hervorgebracht. Das Blatt, auf dem Teller durch vier Druckschrauben a, a' befestigt, kann, so lange diese Schrauben nicht angezogen sind, nach der Richtung a' a' verschoben werden, nach der zweiten die erste schneidenden a a jedoch nicht. Diese zweite Verschiebung wird erst möglich, wenn der Teller die nachfolgende von dem hiesigen Trigonometer J. H. Franke angegebene Einrichtung hat. Wenn nämlich nach der schematischen Fig. 154, S. 186 in dem kreisförmigen Teller von 25cm Durchmesser drei kleinere um 120° von einander abstehende feste Kreise a, b, c von 6cm Durchmesser angebracht und die vorhin erwähnten vier Druckschrauben, auf drei vermindert, mit Klemmplatten versehen werden, ist es möglich, das feste Dreieck a b c der drei Druck-

schrauben nach jeder beliebigen Richtung (z. B. a a′ || b b′ || c c′ oder a a‴ || b b‴ || c c‴) und von der normalen Stellung aus (d. h. wenn die durch Druckschrauben gebildeten Ecken in der Mitte der drei Schubkreise stehen) um $2{,}5^{cm}$ zu verschieben, so dass a b c nacheinander die Lagen a′ b′ c′, a″ b″ c″ u. s. w. annimmt.

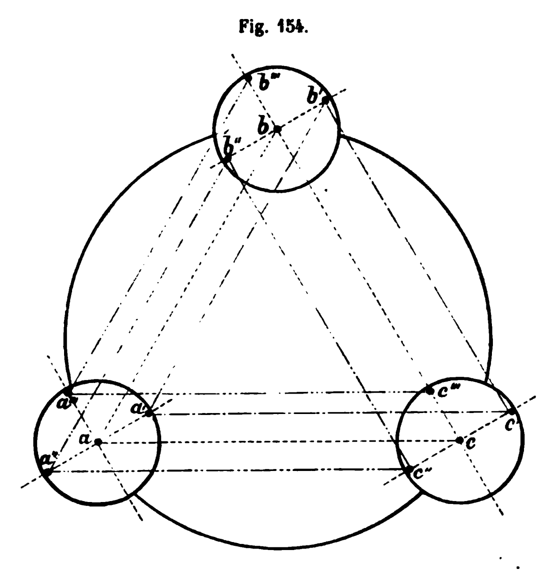
Fig. 153.



Die Erfahrungen, welche wir mit unserem älteren und dem Geyer'schen Messtische gemacht haben, sind folgende: Erstens ist die Geyer'sche Verbindung des Dreifusses mit dem Gestelle fester als die von Breithaupt, welche an unserem älteren Messtische angewendet wurde; zweitens lässt sich die Franke'sche Verschiebung des Messtischblatts nach zwei beliebigen Richtungen wegen grosser Reibung nur stossweise und daher nicht ohne

Störung der horizontalen Lage des Blatts ausführen; drittens sind die Füsse des Geyer'schen Messtisches wie ihre Vorbilder am Messtische von Jähns (Seite 189) zu schwach und bedürfen einer Verstärkung.

Fig. 154.

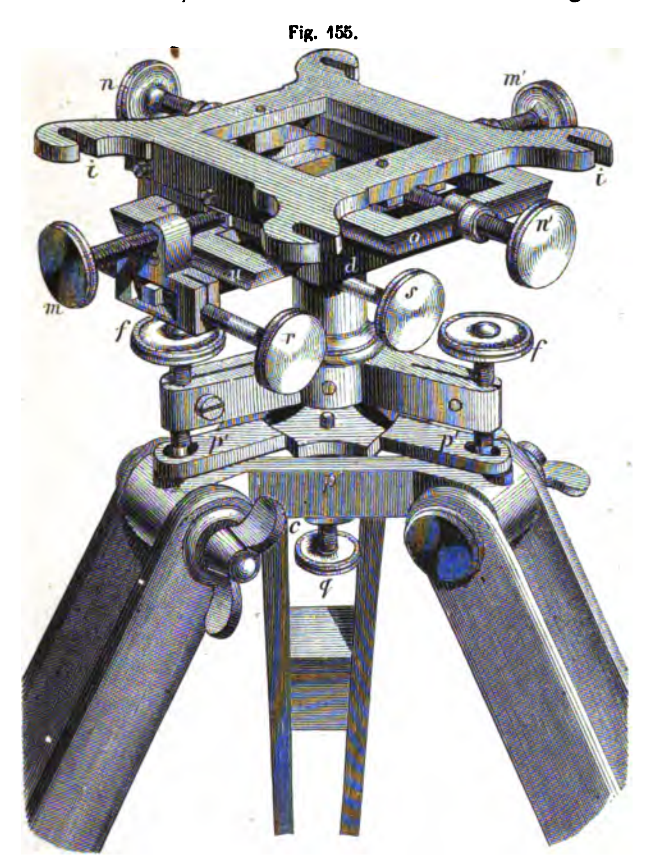


3) Auf Grund dieser Erfahrungen haben wir den neuen Messtisch, dessen das geodätische Institut der hiesigen polytechnischen Schule bedurfte, bei den Mechanikern Ott und Coradi in Kempten in der Gestalt ausführen lassen, welche Fig. 155 zeigt (Bauernfeind's neuerer Messtisch).

Das Gestell hat durchbrochene Füsse, welche stärker sind als die der Messtische von Jähns und Geyer. Die Schrauben f, f des Dreifusses ruhen in einer durchbrochenen gusseisernen Gestellplatte p und lassen sich mit ihren geränderten Köpfen leicht drehen. Eine dreitheilige federnde Platte p′, p′, welche mit der Druckschraube q und der Platte c unterhalb des Gestellkopfs in Verbindung steht, gestattet dem Dreifusse die erforderliche Verticalbewegung und hält ihn nach der Horizontalstellung am Stative fest. Die Hemmung der groben Drehung des Blatts geschieht durch Druck auf den Centralzapfen mit Hilfe der Schraube s, die feine Drehung wird durch die Schraube r bewirkt. Auf dem Dreifusse ruhen zwei Schlitten o, u, welche zur Verschiebung des Blatts nach zwei zu einander senkrechten Richtungen dienen, in der Art, dass der obere Schlitten die des unteren mitmachen muss, aber nicht umgekehrt der untere die des oberen. Diese Bewegungen werden durch je zwei Druckschrauben, welche einander gegenüber stehen (m, m′ für den unteren und n, n′ für den oberen Schlitten) hervorgebracht. Das Messtischblatt wird mit vier Druckschrauben a, a in den Schlitzen i, i der durchbrochenen messingenen Wendeplatte i i festgehalten.

Wir haben bis jetzt noch keinen Messtisch unter den Händen gehabt, an dem alle Theile so unwandelbar sind und alle Bewegungen so leicht und sicher ausgeführt und gehemmt werden können als an dem vorstehend beschriebenen Messtische; leider ist er etwas schwerer ausgefallen als wir

Fig. 155.



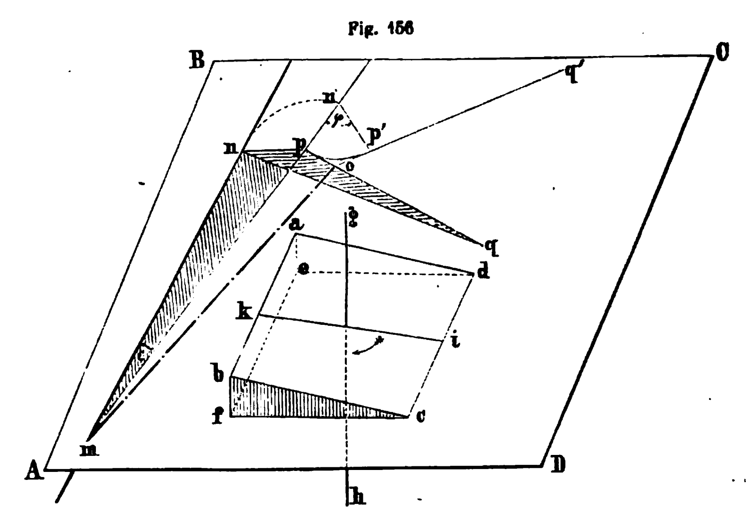
beabsichtigten. Es beträgt nämlich sein Gewicht mit Einschluss des Blatts 26 Kilogramm, während der Wiener Messtisch von Starke 24 und unser älterer nur 18 Kilo wiegt. Unbeschadet der Festigkeit lässt sich jedoch bei neuen Bestellungen das Gewicht der Füsse, der Gestellplatte und der Schlitten, und damit das des Tisches bis auf 22 Kilo vermindern.

4) Der Messtisch, welchen vor etwa zwölf Jahren der Civilingenieur R. Jähns in Berlin construirt hat, verdient wegen des neuen Princips der Horizontalstellung, das bei ihm zuerst angewendet wurde, hier abgebildet und beschrieben zu werden. Dieses Princip lässt sich in folgender Weise darstellen.

Es sei A B C D (Fig. 156) eine horizontale Ebene, welche um eine fest mit ihr verbundene, unter einem kleinen Winkel (a) gegen sie geneigte

Axe (m n) gedreht werden kann. Auf dieser Ebene liege ein Keil (a b c d e f), der sich ebenfalls um eine Axe (g h) drehen lässt; diese Axe sei senkrecht zu A B C D. Legt man durch m n eine projicirende und durch n eine zu m n senkrechte Ebene, so schneiden sich diese beiden Ebenen m n p und n p q unter einander nach n p, während sie von der Horizontalebene A B C D nach m p und p q geschnitten werden. Der Schnitt n p steht senkrecht zu m n, die Spur p q senkrecht zu m p.

Fig. 156



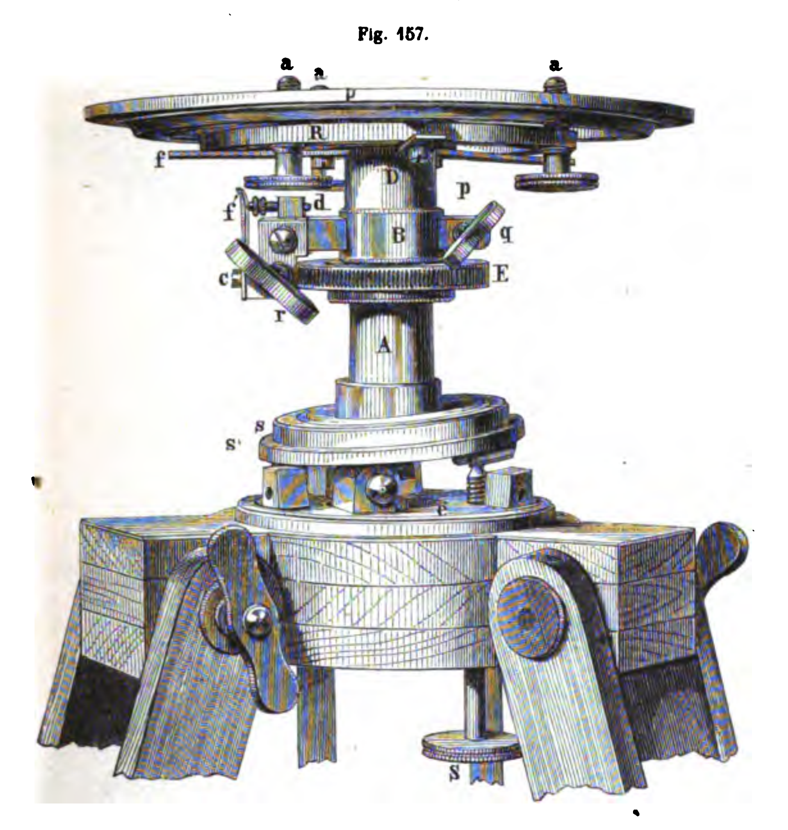
Klappt man die Ebene n p q um p q in die Horizontalebene A B C D um, so stellt die Figur n' p o p' q' den Vorgang in der umgeklappten Ebene dar, welcher einer Drehung φ der Ebene A B C D um ihre Axe m n entspricht: die Gerade p q bleibt Tangente des Drehungskreises p p', gelangt so in die Lage p' q' und schneidet p q in o. Es ist also o ein Punkt der gedrehten Ebene A B C D, welcher mit dem unveränderlichen Punkte m in gleicher Höhe liegt. Verbindet man o mit m, so ist o m eine horizontale Linie der gedrehten Ebene, und da der Winkel φ ein beliebiger ist, so gibt es in dieser Ebene immer ein zu der (veränderlichen) Richtung m o paralleles System horizontaler Linien; wobei leicht einzusehen ist, dass p o höchstens den Werth p o' = n p annehmen kann.

Dreht man nun den Keil a b c d e f während der Hebung seiner Unterlage (der Ebene A B C D) im Sinne des auf ihm angebrachten Pfeils (hier von links nach rechts) so weit, dass die Schneide c d stets der Richtung m o folgt, so muss die obere Seitenfläche (a b c d) in dem Augenblicke horizontal werden, wo es die sich schneidenden Richtungen c d und i k sind. Man kann also eine Ebene (a b c d), welche gegen eine andere nahezu horizontale Ebene (A B C D) schwach geneigt ist, dadurch horizontal stellen, dass man die erste auf der zweiten um eine zu dieser senkrechte, und die zweite Ebene um eine nahezu horizontale Axe dreht.

Der auf der vorhergehenden theoretischen Betrachtung beruhende Jähns'sche Messtisch ist in Fig. 157 perspectivisch und so abgebildet, dass das Blatt (T) und die Kapsel (D) wegblieben, während Fig. 158 eine Verbindung von verticalem Durchschnitt und Aufriss zeigt.

Ein dreibeiniges festes Gestell trägt eine kreisförmige Metallplatte (e), auf welche eine Messingkapsel (D) geschoben und befestigt werden kann. Diese Platte enthält zwei Lager für die Axe (m) der Scheibe s', welche

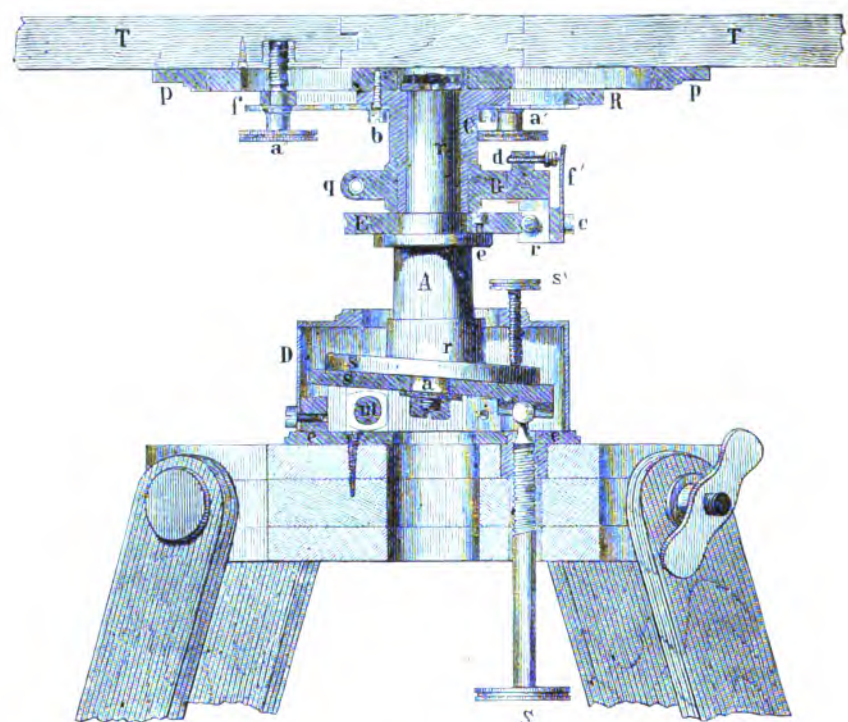
Fig. 157.



mittels der Schraube S um diese Axe gedreht werden kann. Zu dem Ende läuft die Schraube oben in eine Kugel aus, welche in eine cylindrische an der unteren Seite der Scheibe angebrachte Nuth eingeschoben ist. Auf der Scheibe s' ruht eine zweite Scheibe s, welche sich um eine auf den genau abgeschliffenen Berührungsebenen beider senkrecht stehende Axe (a) drehen lässt, indem sie mit dem Messtischblatte (T) durch einen Verticalzapfen (A), dessen Grundfläche eben die Scheibe s ist, in fester Verbindung steht. Diese Drehung ist durch das Messtischblatt zu bewirken, wenn erstens die Druckschraube (S') gelüftet und zweitens die Klemmschraube q angezogen ist. Ist dagegen q gelüftet und (S') angezogen, so lässt sich das Tischblatt um

den oberen conischen Theil des Zapfens A, welchen die zur Platte p senkrecht stehende Hülse C umgibt, ringsherum (grob) horizontal drehen. Hemmt man diese Drehung mit der Schraube q, so gestattet die gegenüberstehende Stellschraube r noch eine feine Drehung in horizontalem Sinne. Die Hülse C greift, wie Fig. 158 zeigt, einerseits unter die Klemme q und andererseits in den verschiebbaren mehrfach durchbrochenen Ring R und in die das Tischblatt tragende Platte p. Der Ring R, durch die Federn f, f an die eben genannte Platte gedrückt, hat drei Oeffnungen, durch welche die Schrauben (a', a'', a''') zur Befestigung des Blatts gehen. Soll dieses in irgend einer

Fig. 158.



Richtung etwas verschoben werden, so müssen die mit a', a'', a''' bezeichneten Schrauben gelüftet sein.

In dem eben beschriebenen Mechanismus entspricht die Axe m der idealen m n, die Berührungsebene von s und s' der Ebene A B C D oder der Unterlagsebene des Keils, während das Messtischblatt dessen obere Fläche (a b c d) und der Zapfen a seine Drehaxe (g h) darstellt.

Die Horizontalstellung des schon nach dem Augenmasse gut gestellten Messtisches wird nun in folgender Weise bewirkt. Man führe die Schraube S' so weit zurück, dass sich der Tisch um etwa 180° drehen lässt, und

klemme die grobe Drehung um den Verticalzapfen A mit der Schraube q. Durch diese Klemmung ist der Tisch fest mit der Scheibe s verbunden. Nun setze man eine Röhrenlibelle auf den Tisch und bewege diesen auf der Scheibe s' und die Libelle entgegengesetzt auf dem Tische so lange, bis eine (der m o in Fig. 156 entsprechende) horizontale Richtung des Blatts gefunden ist, was in der Regel sehr schnell von statten geht. Alsdann drehe man die Libelle in eine die erste ungefähr senkrecht schneidende Richtung und bringe sie mit der Schraube S zum Einspielen. Dadurch wird die in der Fig. 156 mit i k bezeichnete Richtung horizontal gestellt. Verbessert man durch Wiederholung dieses Verfahrens den in der Regel noch vorhandenen kleinen Fehler der horizontalen Lage des Tischblatts, so ist dieses aufgestellt und es kann nunmehr, nach Lüftung der Schraube q und Anziehung der S', um den Zapfen A gedreht und so in jede für die Aufnahme erforderliche Richtung gebracht werden, so wie sich mittels des Rings R, wenn die Schrauben a', a'', a''' gelüftet sind, ein gegebener Punkt des Messtisches, welcher nicht genau im Lothe des ihm auf dem Felde entsprechenden Punkts liegt, centriren lässt.

Nach den an der hiesigen Ingenieurschule seit fünf Jahren gemachten Erfahrungen lässt der Jähns'sche Messtisch in mehr als einer Beziehung zu wünschen übrig, namentlich dürften einige Details besser construirt sein. So z. B. besitzen die zum Feststellen dienenden Schrauben S, S' und q zu kleine Hebelsarme in Bezug auf äussere Kräfte, und die Hülse C ist zu schwach, wesswegen ihre senkrechte Lage zur Platte p sehr leicht Schaden leidet. Die Schrauben S und S' können aus dem angegebenen Grunde nicht fest angezogen werden, die Lage des Tischblatts ist desshalb sehr wandelbar. Der Erfinder anerkennt diese Mängel und ist zur Zeit bemüht, sie zu beseitigen.

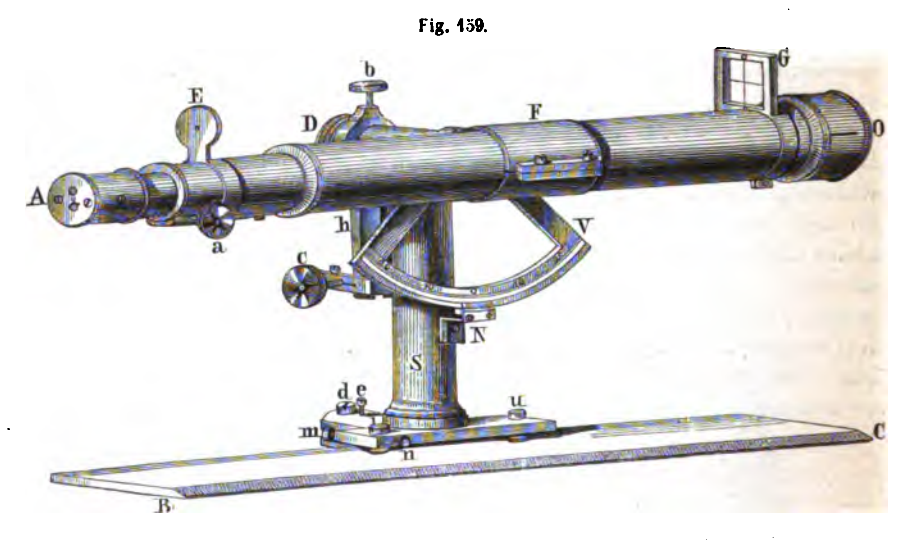
Die Kippregel.

§. 126. **Beschreibung.** Die Vorrichtungen zur Bestimmung der gegenseitigen Lage der Winkelschenkel sind sehr verschieden. Früher bediente man sich fast ausschliesslich des Diopterlineals, einer Verbindung von einem messingnen Lineale mit zwei Dioptern, deren Visirebene durch die Kante des Lineals geht und auf dessen Ebene senkrecht steht. (Fig. 5 gibt hiervon eine Anschauung, wenn man sich die Diopter so weit zur Seite geschoben denkt, dass die Visirlinie in die durch die Linealkante gelegte Normalebene fällt.) Da aber die Diopter an dem Fehler leiden, der in §. 28 besprochen wurde, und Kurzsichtige sich derselben ohne Brillen gar nicht bedienen können, so findet man in neuerer Zeit viel häufiger Fernrohre als Diopter mit dem genannten Lineale verbunden. Diese Verbindung ist so eingerichtet, dass sich das Fernrohr um eine zur Linealebene parallele und gegen die Kante des Lineals senkrecht stehende Axe auf- und niederdrehen (kippen) lässt. Daher der Name Kippregel. Die nachfolgende Fig. 159,

welche eine vollständige Ansicht dieses Instruments gibt, bedarf nur kurzer Erläuterungen.

Auf dem messingnen Lineale (B C) ist ein senkrechter Ständer (S) mit seiner Unterlagsplatte so befestigt, dass er, wie weiter unten erklärt wird, durch die Schräubchen d, e und m, n sowohl im lothrechten als wagrechten Sinne etwas gedreht werden kann. Dieser Ständer trägt an seinem Kopfe eine zu seiner Mittellinie senkrecht stehende Axe (D), mit der das Fernrohr (F) rechtwinklig verbunden ist und um welche es gekippt wird. Man nennt diese Axe die Drehaxe des Fernrohrs. Dieselbe reicht so weit über den Ständer hinaus, dass die optische Axe in die Normalebene der Linealkante (B C) gebracht werden kann. Das Fernrohr, ein astronomisches mit Fadenkreuz, kann eine grobe und eine feine Drehung machen. Die grobe ist möglich, wenn durch Rückwärtsdrehen der Schraube b der Druck auf die

Fig. 159.



Drehaxe aufgehoben wird, und die feine, wenn man die Schraube b anzieht und die Mikrometerschraube C (welche auf den Hebel h drückt, dem eine Stahlfeder entgegenwirkt) vor- oder rückwärts dreht. Ein Gradbogen (V), dessen Ebene der Visirebene parallel ist und dessen Mittelpunkt in der Drehaxe liegt, die in ihrer Verlängerung die optische Axe schneidet, dient zur Messung der Höhen- und Tiefenwinkel der Visirlinien. Dieser mit der Drehaxe fest verbundene Bogen ist kein wesentliches Erforderniss der Kippregel, erscheint aber als angenehme Beigabe in Fällen, wo man die Grösse der genannten Winkel zu kennen wünscht. Sein Nullpunkt soll in der Senkrechten liegen, die man im Mittelpunkte des Bogens gleichzeitig auf die Drehaxe und die Richtung der Visirlinie des Fernrohrs ziehen kann. Vom Nullpunkte aus ist der Bogen nach beiden Seiten hin in der Regel nur bis auf halbe Grade unmittelbar getheilt, während der an dem Ständer

feststehende[1] Nonius (N) zur mittelbaren Ablesung bis auf einzelne Minuten eingerichtet ist. Bei horizontaler Stellung des Messtisches gibt selbstverständlich die linke Seite des Bogens Höhenwinkel und die rechte Tiefenwinkel an. Das Diopter (E G), welches auf dem Fernrohre steht, kann man zur schnelleren Auffindung der anzuvisirenden Gegenstände und auch zur Aufnahme selbst benützen. Sowohl das Ocular (E) als das Objectiv (G) ist mit einem Klemmringe an das Rohr geschraubt; beide lassen sich also etwas zur Seite drehen, wenn es nöthig ist.

§. 127. **Prüfung und Berichtigung.** Von einer guten Kippregel wird verlangt:

1) dass die Kante des Lineals vollkommen gerade sei;
2) dass das Fadenkreuz deutlich gesehen werde;
3) dass die Visirlinie in einer Ebene sich bewege;
4) dass diese Ebene auf der Linealebene senkrecht stehe;
5) dass die Visirebene die Linealkante berühre oder ihr parallel sei;
6) dass bei paralleler Lage der optischen Axe und der Linealkante die Nullpunkte des Verticalkreises und seines Nonius sich decken.

Zu 1 und 2. Diese beiden Untersuchungen sind aus leicht aufzufindenden Gründen nöthig und ihre Ausführung darf als bekannt vorausgesetzt werden.

Zu 3 und 4. Die Nothwendigkeit der Forderungen (3) und (4) leuchtet sofort ein, wenn man bedenkt, dass die Kippregel dazu bestimmt ist, die in verschiedenen Lagen befindlichen Winkelschenkel auf das Messtischblatt zu projiciren. Man nimmt diese zwei Untersuchungen in dem Falle zugleich vor, wenn sich das Fernrohr nicht durchschlagen (d. h. in die entgegengesetzte Richtung drehen) lässt. Es sind jedoch selbstverständlich beide Forderungen erfüllt, wenn der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes beim Auf- und Niederbewegen des Rohrs der auf wagrechter Unterlage stehenden Kippregel fortwährend eine lothrechte Linie deckt.

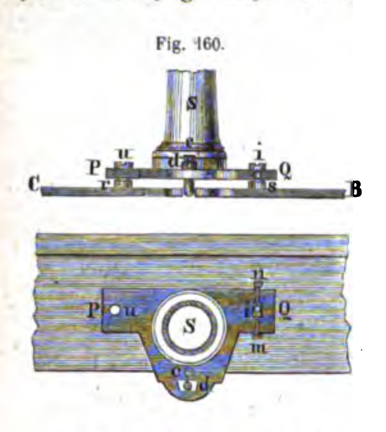
Darum verschaffe man sich zunächst eine lothrechte Linie durch einen langen Senkel oder eine Mauerkante und stelle in einer Entfernung von etwa 30 Meter den Messtisch wagrecht und die zu prüfende Kippregel darauf. Alsdann stelle man durch Drehung des Instruments das Fadenkreuz auf einen beliebigen Punkt des Loths ein und sehe zu, ob dasselbe beim Auf- und Niederkippen fortwährend dieses Loth deckt oder nicht. Geht dabei das Fadenkreuz vom Lothe ab, so sind entweder die Fehler (3) und (4) einzeln oder gemeinschaftlich vorhanden; d. h. es steht entweder die Absehlinie zur Drehaxe des Fernrohrs nicht senkrecht (3), oder es ist diese Axe der Ebene des Lineals nicht parallel (4), oder endlich es neigt sich die Drehaxe gleichzeitig zu der Absehlinie und der Ebene des Lineals.

Häufig rührt die erwähnte Abweichung nur von dem Fehler Nr. 4 her.

[1] Für die Messung der Winkel ist es begreiflicherweise einerlei, ob sich der Nonius oder der Kreisrand verschieben lässt. (§. 75)

Man verbessert daher zunächst die Stellung der Drehaxe gegen die Ebene des Lineals nach Massgabe der Abweichung der Visirebene von der lothrechten Lage. Da diese Axe senkrecht zum Ständer steht, so muss dessen Stellung gegen die Linealebene verändert werden, was auf folgende Weise geschieht. Die Unterlagplatte (P Q) des Ständers ruht auf den 3 Punkten r, s und d (Fig. 160). Lüftet man die Schräubchen u und i, so kann dieselbe um die Axe r s mit Hilfe der Schräubchen d und e gedreht werden. Soll nämlich die Axe des Ständers und damit die Drehaxe des Fernrohrs gegen die Vorderseite des Lineals geneigt werden, so muss die Unterlagplatte bei d, e erhoben werden, was durch Lüftung des Schräubchens d und Anziehung von e geschieht, da das erstere Schräubchen in das Lineal eingreift, das letztere aber bloss darauf drückt. Die entgegengesetzten Drehungen der Schräubchen bringen auch die entgegengesetzten Bewegungen der Axen hervor.

Fig. 160.



Ist es durch diese Verbesserungen nicht möglich, das Fernrohr dahin zu bringen, dass bei wagrechter Lage des Messtischblatts das Fadenkreuz im Auf- und Niederkippen fortwährend an der lothrechten Linie, auf deren einen Punkt es anfangs eingestellt war, hingleitet, so ist es wahrscheinlich, dass die optische Axe nicht senkrecht steht zur Drehaxe. Um sich hierüber mehr Gewissheit zu verschaffen, stelle man das Fadenkreuz auf den obersten Punkt der Lothlinie ein und beobachte beim Niederkippen die Abstände des Kreuzpunkts von dieser Linie. Findet man, dass dieselben erst zu- und dann wieder abnehmen, so ist dieses ein Beweis für die schiefe Lage der Axen; denn in diesem Falle beschreibt die optische Axe um die Drehaxe einen Kegel und der Weg, den das Fadenkreuz am Lothe bezeichnet, ist der Schnitt des Kegelmantels mit einer durch das Loth gehenden und der Kegelaxe parallelen Ebene, demnach ein Stück von einer Hyperbel. Ständen die beiden Axen senkrecht gegen einander, so wäre der Weg des Fadenkreuzes eine gerade Linie, die immer stärker von dem Lothe abwiche, je tiefer das Rohr herabgedreht wird. Ein solcher Fehler, wenn er sich zeigt, kann durch seitliche Verschiebung des Fadenkreuzes verbessert werden, da dessen Schnittpunkt und der optische Mittelpunkt des Objectivs die Visirlinie bestimmen. Nach welcher Seite der das Kreuz tragende Ring verstellt werden muss, lehrt der Augenschein.

Ist die Kippregel zum Durchschlagen eingerichtet,[1] so kann man die Untersuchung Nr. 3 auf folgende Weise für sich durchführen. Man stelle

[1] Man muss zu dem Ende das Fernrohr manchmal nach einer Seite hin verschieben, damit der kürzere Theil am Lineal der Kippregel vorbei gedreht werden kann.

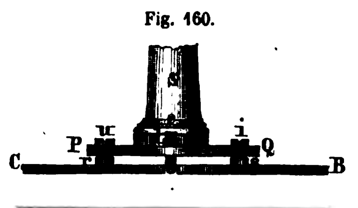
den Messtisch horizontal und richte die Kippregel so, dass zwei etwa 25 und 50 Meter entfernte lothrechte Stäbe A und B von dem Fadenkreuze des Fernrohrs gedeckt werden, d. h. in der Visirlinie liegen. Alsdann schlage man das Fernrohr durch, ohne an der Stellung des Instruments sonst etwas zu verändern und stecke einen Stab C in einer Entfernung von 30 oder 40 Meter so auf, dass er von dem Fadenkreuze geschnitten wird, also in der neuen Visirlinie liegt. Steht nun dieser dritte Stab mit den beiden ersten in gerader Linie, was man nach Wegnahme der Kippregel vom Messtische von B oder C aus untersuchen kann, so ist die Drehaxe des Fernrohrs senkrecht zur optischen Axe; liegen aber die drei Stäbe in zwei verschiedenen Verticalebenen, so findet diese winkelrechte Lage der Axen nicht statt und es ist leicht zu finden, auf welcher Seite die Drehaxe einen spitzen oder stumpfen Winkel mit der Fernrohraxe bildet. Die Verbesserung geschieht wie vorhin.

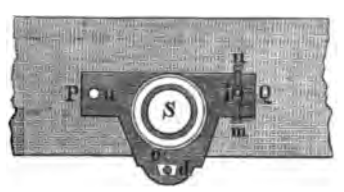
Wenn es die örtlichen Verhältnisse nicht erlauben, die beschriebene Absteckung zn machen, so kann man den Stand der Visirlinie gegen die Drehaxe des durchschlagbaren Fernrohrs wie folgt untersuchen. Man stelle den Messtisch genau horizontal und die Absehlinie auf einen sehr entfernten Punkt, ziehe an der Linealkante eine feine Linie, drehe die Kippregel um die Ständeraxe im Halbkreise, so dass die Linealkante wieder an der eben gezogenen Linie anliegt, und schlage hierauf das Fernrohr durch; trifft das Fadenkreuz den vorher anvisirten Punkt, so bilden Drehaxe und Visirlinie einen rechten Winkel, widrigenfalls zeigt der Winkel, um den die Absehlinie in der zweiten Lage von der ersten abweicht, den doppelten Fehler an, von dem die Hälfte am Fadenkreuze zu verbessern ist.

Zu 5. Die Forderung, dass die Visirebene durch die Linealkante gehe oder dieser mindestens parallel sei, brauchte nicht gemacht zu werden, wenn jede geometrische Aufnahme durchaus nur mit einer und derselben Kippregel ausgeführt würde und wenn man bei der Orientirung der Aufnahme auf den Winkel φ der Visirebene gegen die Linealkante Rücksicht nähme; denn man erhielte mit einem so beschaffenen Instrumente allerdings ein geometrisches richtiges Bild des natürlichen Grundrisses, welches aber gegen diesen um den Winkel φ verdreht wäre. Wenn dagegen die mit einer Kippregel, welche den Fehler φ besitzt, begonnene Aufnahme einer Flur mit einer anderen von dem Fehler φ' fortgesetzt wird, so sieht man leicht ein, dass die Seiten der beiden Theilaufnahmen um den Winkel $\varphi \pm \varphi'$ gegen einander geneigt sein müssen, und aus diesem Grunde fordert man, dass $\varphi = \varphi' = 0$ sei, und verfährt bei der Untersuchung wie folgt. Man befestige auf dem Messtische, 5 bis 6 Decimeter von einander entfernt, zwei feine Nadeln senkrecht und stelle das Blatt wagrecht; dann setze man die Kippregel so darauf, dass die Linealkante an den beiden Nadeln liegt, und drehe schliesslich das Blatt solange, bis das Fadenkreuz einen etwa 60 Meter entfernten lothrechten Stab deckt. Visirt man nun auch an den beiden Nadeln hin, so decken dieselben den genannten Stab

entweder, oder die Absehlinie geht an ihm vorbei. In dem ersteren Falle ist die Forderung Nr. 5 erfüllt, in dem zweiten aber nicht. Je nachdem die von den Nadeln bestimmte Visirlinie rechts oder links vom Stabe liegt, ist das Fernrohr am Ocularende links oder rechts zu drehen, bis die Drehaxe desselben senkrecht steht gegen die Richtung der Linealkante. Diese Drehung geschieht um den Punkt u und wird durch die Schräubchen m und n bewirkt. Es müssen zu dem Ende die Schräubchen u und i ein wenig gelüftet werden. Damit die Drehung um u stattfinden kann, während d in das Lineal hineingreift, ist die Platte P Q, wie Fig. 160 zeigt, bei d so weit ausgeschlitzt, als diese Drehung im ungünstigsten Falle erfordert. Die Wechselwirkung der Schräubchen m und n ist für sich klar: ihr Stützpunkt ist das Schräubchen i, welches durch einen Schlitz in der Platte P Q und durch die Unterlage s in das Lineal reicht.

Fig. 160.



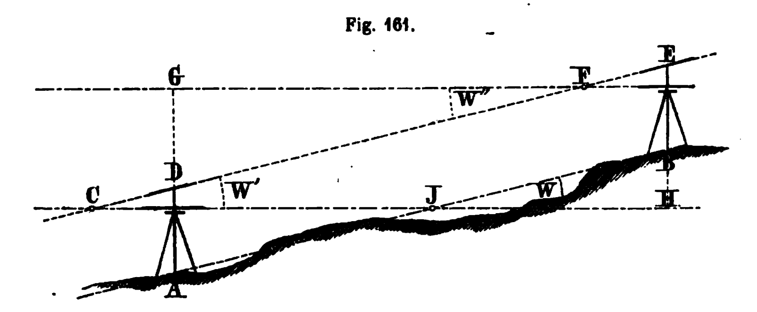


Zu 6. Diese Forderung ist nöthig, wenn die Kippregel die Höhen- und Tiefenwinkel richtig angeben soll. Steht der Messtisch und die Visirlinie wagrecht, so muss der Nullpunkt des Nonius auf den des Verticalkreises zeigen, weil in diesem Falle auch der Höhen- oder Tiefenwinkel null ist. Stehen bei dieser Richtung des Tisches und des Rohrs beide Nullpunkte um einen kleinen Bogen c von einander ab, so wird jeder gemessene Tiefen- und Höhenwinkel um die Grösse c fehlerhaft. Ob zu gross oder zu klein, hängt offenbar davon ab, ob unter den erwähnten Umständen der Nullpunkt des Kreises V links oder rechts vom Nullpunkte des Nonius liegt. Den Winkel, welcher durch den Bogen c gemessen wird, nennt man den Collimationsfehler des Instruments. Mit diesem Worte lässt sich die sechste Bedingung auch so aussprechen: die Kippregel soll keinen Collimationsfehler haben. Ob ein Collimationsfehler vorhanden und wie gross er ist, erfährt man wie folgt:

a) An einem Bergabhange (Fig. 161) bezeichne man zwei Punkte A und B durch Grundpfähle. Dadurch ist die Richtung A B und ihre Neigung gegen den Horizont festgelegt. Hierauf stelle man den Messtisch über A horizontal und bringe mit Hilfe der Lothgabel den Ständer S der Kippregel in das Loth von A. Sodann messe man den Abstand A D = J und trage ihn auf eine Latte, vom Fusse an gerechnet. Diese Latte werde in B lothrecht aufgestellt, und es sei B E = A D = J. Nun richte man die Kippregel nach der Latte B E, stelle das Fadenkreuz auf den Punkt E ein und lese am Verticalkreise den Höhenwinkel w', den er angibt, ab. Alsdann versetze man den Messtisch nach B und stelle ihn so hoch auf, dass bei wagrechtem Blatte der Abstand der Drehaxe E vom Punkte B

gleich A D = J ist. Die Latte lasse man nunmehr in A lothrecht halten und visire die in D befindliche Marke von E aus an. Der Tiefenwinkel, welcher am Gradbogen abgelesen wird, sei w''.

Fig. 161.



Sind die beiden Ablesungen w' und w'' einander gleich, so hat das Instrument keinen Collimationsfehler; sind sie aber ungleich, so ist ihr halber Unterschied der Collimationsfehler. Denn nimmt man an, dass w der wahre Höhen- und Tiefenwinkel der Linie D E und c der Collimationsfehler ist, so überzeugt man sich leicht von der Richtigkeit folgender zwei Gleichungen:

$$w' = w \pm c \text{ und } w'' = \mp c.$$

Addirt man dieselben, so ergibt sich

$$w = \tfrac{1}{2}(w' + w'') \tag{86}$$

und subtrahirt man die zweite von der ersten, so folgt:

$$c = \pm \tfrac{1}{2}(w' - w'') \tag{87}$$

wobei die Vorzeichen die zwei möglichen Lagen des Bogens c andeuten.

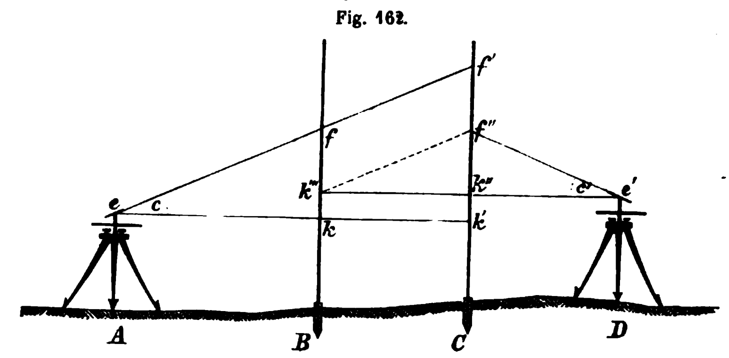
Ist der Höhenwinkel w' grösser als der Tiefenwinkel w'', so liegt der Nullpunkt des Kreises rechts vom Nullpunkte des Nonius; im entgegengesetzten Falle aber links. Bei der Lage rechts ist der Collimationsfehler, wenn er nicht weggeschaft werden kann, von den abgelesenen Höhenwinkeln zu subtrahiren und zu den Tiefenwinkeln zu addiren; bei der Lage links muss das Entgegengesetzte geschehen, wie man leicht selbst finden wird.

Wird der Nonius so eingerichtet, dass er ein wenig nach rechts oder links verstellt werden kann, so lässt sich der Collimationsfehler beseitigen und es braucht derselbe demnach bei gemessenen Höhen- und Tiefenwinkeln nicht in Rechnung gebracht zu werden.

b) Wenn kein geneigtes Terrain zur Verfügung steht, kann man wie folgt verfahren. Nach Fig. 162 werden zwei Punkte B und C mit Grundpfählen und zwei andere Punkte A und D im Alignement von B C und wobei der Abstand C D = B C ist, mit Beipfählen bezeichnet. Stellt man über A den Messtisch horizontal und richtet die auf den Nullpunkt des Verticalkreises eingestellte Kippregel, welche den Collimationsfehler c hat, zuerst auf einen in B lothrecht aufgestellten gleichgetheilten Massstab (eine Nivellirlatte), so wird man auf derselben nach der geneigten Visirlinie e f

in f (statt nach der wagrechten e k in k) ablesen, und wenn hierauf der Massstab in gleicher Weise auf C wie vorhin auf B abgelesen wird, so erhält man die Ablesung bei f' statt bei k'. Heissen die bei f und f' ab-

Fig. 162.



gelesenen Zahlen z und z', so bezeichnen diese die Abstände B f und C f' in der Längeneinheit des Massstabs (Meter). Versetzt man hierauf den Messtisch nach D, stellt ihn horizontal und visirt die auf C stehende und nunmehr gegen ihn gewandte Nivellirlatte an, so erhält man die Höhe C f'' = z'' als Ablesung, während man, wenn kein Collimationsfehler vorhanden wäre, auf der Latte in C die Höhe C k'' und auf B die Höhe C k''' erhalten hätte. Man sieht leicht ein, dass das Δ f'' k'' k''' dem Δ f'' e' k'' congruent und dem Δ f' e k' ähnlich, folglich auch f'' k''' der f' f parallel und f k''' = f' f'' ist. Da man nun f' f'' = z' — z'' kennt und folglich auf der lothrecht stehenden Latte in B von f aus abtragen kann, so erhält man auf dieser Latte den Punkt k''', welcher in dem horizontalen Schenkel e' k'' des Winkels c liegt. Visirt man nunmehr k''' an, so ist der Collimationsfehler c am Verticalkreise fixirt und folglich bestimmt. Will man ihn in Rechnung bringen oder wegschaffen, so geschieht es nach den Bemerkungen am Schlusse des ersten Verfahrens (a).

§. 128. **Gebrauch der Kippregel.** Es seien auf dem Felde drei Punkte A, B, C abgesteckt und es soll die Horizontalprojection des Winkels A B C gemessen werden. Man stelle den Messtisch über B auf, mache das Blatt horizontal und ziehe alle Schrauben an, welche eine Drehung des Blatts um seine lothrechte Axe verhindern. Dann bestimme man mit der Lothgabel auf dem Messtischblatte das Bild b des Punkts B auf dem Felde und visire mit der Kippregel, nachdem das Lineal genau an b gelegt worden ist, nach A, wo ein Stab lothrecht aufgestellt wurde. Ein feiner Strich mit einem harten Bleistifte nach der Linealkante gibt den Winkelschenkel b a, der mit B A in einer Verticalebene liegt. Nun drehe man die Kippregel um den Punkt b nach C, stelle das Fadenkreuz genau auf den daselbst befindlichen Stab ein und ziehe wieder eine feine Linie am Lineale hin, so hat man auch den zweiten Schenkel b c in der Verticalebene von B C. Da das wagrechte Messtischblatt die zwei lothrechten Ebenen a b B A

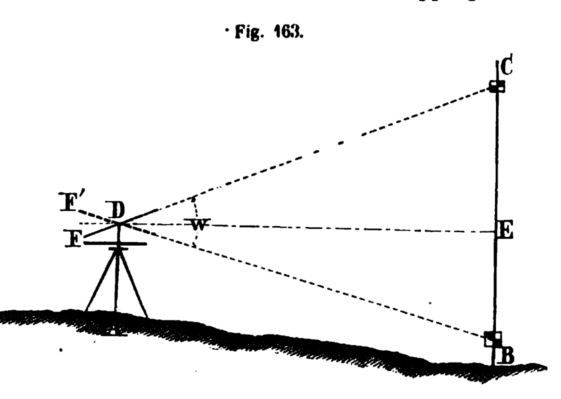
und cbBC nach den zwei Linien ba, bc schneidet, so ist offenbar abc der gesuchte Winkel.

Um den Punkt b kann man in der eben beschriebenen Weise beliebig viele Winkel aufnehmen. Das Anlegen des Lineals, welches mit grosser Genauigkeit geschehen muss, wird, wenn es oft wiederkehrt, dadurch zu erleichtern gesucht, dass man in dem Scheitel eine sehr feine mit einem Kopfe von Siegellack versehene Nähnadel senkrecht einsteckt. Da aber dergleichen Anschlagnadeln oft zu Fehlern Veranlassung geben, so sollte man sie so viel als möglich zu vermeiden suchen.

Wie man mit dem Messtische und der Kippregel den Höhen- oder Tiefenwinkel (w) einer durch zwei Punkte (A, B) gegebenen Linie findet, ist bereits im vorigen Paragraphen gezeigt worden und es bleibt daher nur noch anzugeben übrig, wie man einen Verticalwinkel findet, der keinen wagrechten Schenkel hat.

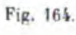
Angenommen, es sei der Winkel BDC, unter welchem man nach Fig. 163 die lothrechte Linie BC von der Drehaxe D der Kippregel aus erblickt, wenn diese über dem gegebenen Punkte A steht, zu messen, so stelle man über diesem Punkte den Tisch wagrecht und bringe mit der Lothgabel den Ständer der Kippregel in das Loth von A. Hierauf messe man, indem man auf C einstellt, den Höhenwinkel EDC = w' und durch Einstellung auf B den Tiefenwinkel EDB = w''. Die Summe beider ist der gesuchte Verticalwinkel BDC = w. Es ist klar, dass hier der Collimationsfehler, wenn einer vorhanden ist, nicht berücksichtigt zu werden braucht, da er durch die Addition der Winkel w' und w'', welche ihn beide, aber mit entgegengesetzten Vorzeichen enthalten, von selbst aus der Summe wegfällt.

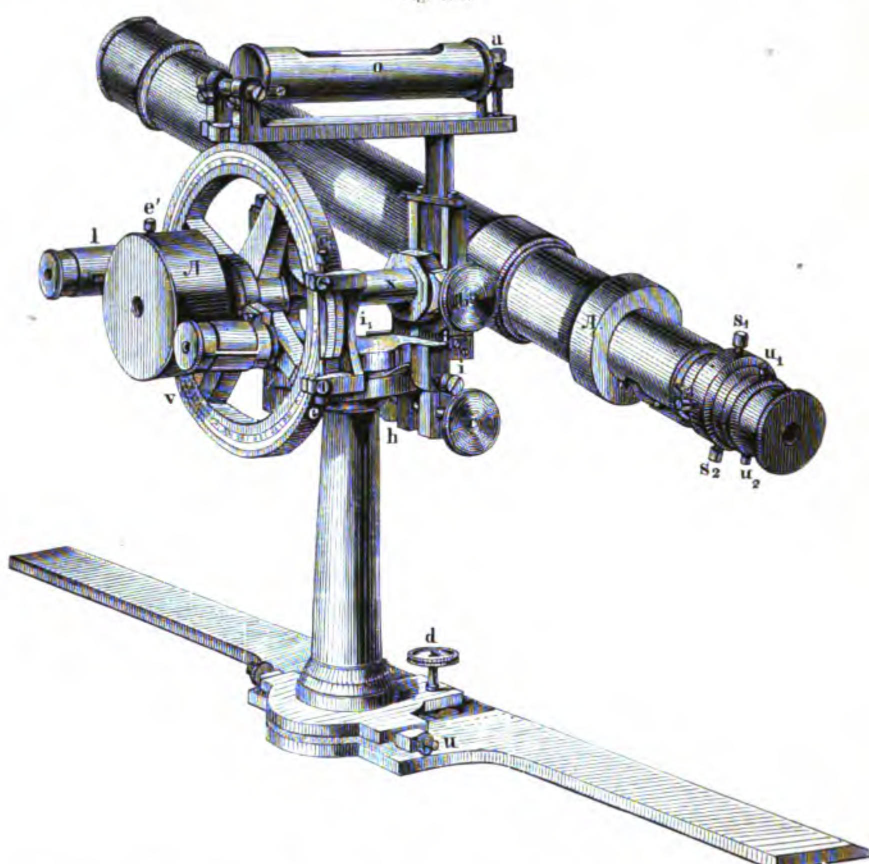
Fig. 163.



§. 129. **Neuere Kippregeln.** In der Lehre von den Messungen wird gezeigt, dass die schiefe Lage der Visirebene der Kippregel gegen das Loth einen sehr grossen Einfluss auf die Winkelmessung ausübt, namentlich in durchschnittenem oder gebirgigem Terrain. Diese schiefe Lage tritt aber bei einer an und für sich fehlerfreien Kippregel auch dann ein, wenn das Messtischblatt nicht genau horizontal steht, oder wenn sich das aufgespannte Papier etwas erhebt, oder wenn unter das Lineal der Kippregel feine Sandkörnchen kommen u. s. w. Ferner haben wir in §. 127 gesehen, dass die Lage der Absehlinie der Kippregel gegen die Drehaxe des Fernrohrs in dem Falle schwer zu untersuchen ist, wo sich das Fernrohr nicht durchschlagen

lässt. Es soll also dieses Instrument stets so eingerichtet sein, dass erstens das Fernrohr durchgeschlagen und zweitens die Visirebene fortwährend vertical erhalten werden kann. Endlich ist drittens für die Kippregel ein zum Distanzmessen eingerichtetes Fernrohr erwünscht. Diese drei Anforderungen erfüllt die Kippregel, welche wir im Jahre 1860 zu dem in §. 125 beschriebenen Messtische anfertigen liessen und nachstehend beschreiben, unter der ausdrücklichen Bemerkung, dass die Construction von Kippregeln


Fig. 164.



mit durchschlagbarem Fernrohre, auf dessen Drehaxe eine Röhrenlibelle steht, schon länger bekannt ist und daher hier nur die Verbindung des Reichenbach'schen Distanzmessers mit der verbesserten Kippregel als neu erscheint. [1]

Fig. 164 stellt die neue, auch zum Distanzmessen eingerichtete Kipp-

[1] Die auf Seite 191 u. ff. beschriebene Ertel'sche Kippregel trägt seit neuerer Zeit auf der Drehaxe D des Fernrohrs ebenfalls eine zu dieser Axe parallel gestellte Röhrenlibelle.

regel in perspektivischer Ansicht dar. Fernrohr und Lineal sind wie bei der vorhergehenden durch einen Ständer verbunden, auf dem, der Drehaxe des Fernrohrs parallel, eine Röhrenlibelle o ruht, durch deren Einspielen man sich fortwährend überzeugen kann, ob die genannte Axe horizontal und folglich die Visirebene vertical ist. Sollte das Menselblatt seine horizontale Lage verändert haben, so wird dieses durch den Stand der Libelle sofort angezeigt, worauf man dieselbe durch die Fussschrauben f, f des neuen Messtisches (Fig. 155) sofort verbessern kann. Wäre die geneigte Lage der Drehaxe des Fernrohrs durch zufällige Erhöhung des Papiers, womit das Menselblatt bespannt ist, oder durch Sandkörnchen, die unter das Lineal gekommen sind, entstanden, so kann man diese Ursachen ebenfalls erkennen und unschädlich machen. Hätte sich aber das Tischblatt, wie es allerdings vorkommt, verzogen, so dass seine Oberfläche keine Ebene mehr ist und folglich auch nicht überall wagrecht sein kann, so bleibt nichts übrig, als an den geneigten Stellen des Blatts mit Hilfe der Schraube d die Drehaxe x des Fernrohrs zu heben oder zu senken, bis sie horizontal ist, was durch das Einspielen der Libelle angezeigt wird. (Die Wirkung der Schraube d erklärt sich dadurch, dass die Platte p, auf welcher Fernrohr, Libelle und Verticalkreis (v) mittelbar ruhen, um eine der Linealkante parallel laufende Axe u drehbar ist.)

Die Einrichtung des Fernrohrs stimmt mit dem im IV. Abschnitte beschriebenen des Ertel'schen Universalinstruments vollkommen überein und muss desshalb, da hier die Distanzmesser noch nicht betrachtet werden können, dorthin verwiesen werden, sowie auch über die Einrichtung und den Gebrauch des ganzen Verticalkreises mit zwei gegenüberstehenden Nonien Näheres in den §§. 148 bis 150 nachzulesen wäre, falls die auf Seite 196 bis 199 gegebenen Erläuterungen über den an der gewöhnlichen Kippregel angebrachten Gradbogen nicht hinreichen sollten. Um eine zu grosse Höhe des Ständers zu vermeiden, hat man am vorderen Ende des Fernrohrs ein Gegengewicht π_1 angebracht, durch welches die beiden ungleich langen Theile dieses Rohrs gleich schwer wurden, von denen selbstverständlich nur der kürzere Theil zum Durchschlagen benützt wird.

Die Prüfung und Berichtigung unserer Kippregel erstreckt sich über die Libelle, das Fernrohr und den Verticalkreis.

Die Libelle lässt sich von der Drehaxe abheben und umsetzen und wird folglich nach §. 43 dieser Axe parallel gemacht. Die Horizontalstellung geschieht durch je zwei Fussschrauben f, f des Messtisches (Fig. 155), in deren Richtung die Libelle gestellt werden muss. Insofern das Fernrohr bloss zum Visiren dient, wie das der gewöhnlichen Kippregel, wird es auch wie dieses untersucht und berichtigt, wobei hier nur die normale Stellung seiner Visirlinie gegen die Drehaxe erleichtert ist, welche nach der Schlussbemerkung zu Nr. 4 §. 127 vorgenommen wird. Gebraucht man aber das Fernrohr als Distanzmesser, so ist es auch als solcher zu

untersuchen und zu berichtigen. Die Prüfung und Berichtigung des Verticalkreises und seiner Nonien geschieht wie bei dem einfachen Theodolith von Breithaupt.

Die Kippregeln von Ott und Coradi in Kempten stimmen im Wesentlichen mit der unserigen überein, nur ist auf dem Fernrohre eine der am Schlusse des §. 42, Seite 57 erwähnten, um ihre eigene Axe drehbaren Röhrenlibellen angebracht, welche jedoch an der Kippregel von geringerer Bedeutung ist als an einem Nivellirinstrumente. Ihr Nutzen an der Kippregel besteht nur erstens in der erleichterten Bestimmung des Collimationsfehlers des Fernrohrs und in der durch sie gebotenen Möglichkeit, den Messtisch nöthigen Falls auch zum Nivelliren zu gebrauchen.

§. 130. **Genauigkeit der Messtischaufnahmen.** Es ist nicht unsere Absicht, hier schon den Einfluss nachzuweisen, welcher aus einem unvollkommenen Messtischapparate oder aus ungeschickter Behandlung desselben entspringt — davon wird bei den Winkelmessungen die Rede sein — für jetzt liegt uns nur daran zu zeigen, wie gross die Genauigkeit der Messtischaufnahmen unter den günstigsten Umständen, d. h. bei fehlerfreiem Apparate, tadelloser Arbeit, festem Boden und guter Beleuchtung sein kann. Nehmen wir ausser diesen günstigen Umständen ferner noch an, dass der Scheitel b des aufgenommenen Horizontalwinkels a b c mit grösster Schärfe bestimmt sei, so wird die Genauigkeit dieses Winkels nur noch von der Dicke der Linien, welche seine Schenkel vorstellen, abhängen.

Heisst diese Dicke d und die Länge des Schenkels s, so verdeckt dieser Schenkel einen Winkel

$$w = 206265'' \cdot \frac{d}{s} \qquad (88)$$

und da derselbe Fehler auch bei dem zweiten Schenkel möglich ist, so wird der mit dem Messtische aufgenommene Winkel im Allgemeinen um 2 w unsicher, wenn auch der Geometer und sein Apparat ganz vorzüglich sind. Nimmt man an, dass $d = 0{,}05$ Millimeter und $s = 25$ Centimeter ist, so wird $2\,w = 82'',5 = 1'\,22'',5$. Bei kleinerem s würde 2 w noch grösser werden, da die Ungenauigkeit mit der Länge der ausgezogenen Schenkel abnimmt. Wenn demnach schon unter den allergünstigsten Umständen ein Horizontalwinkel auf dem Messtische um fast anderthalb Minuten unsicher ist, so wird seine Genauigkeit unter gewöhnlichen Umständen, wo indessen noch sorgfältig gearbeitet wird, nicht grösser als etwa drei Minuten angenommen werden können.

Die Genauigkeit der Messtischaufnahme hängt unter Anderem auch sehr von der Güte ab, mit welcher das Zeichnungspapier auf das Messtischblatt gespannt ist. Denn wenn das Papier Falten macht, so ist die Wirkung davon dem schiefen Stande des Blatts und der daraus hervorgehenden schiefen Lage der Visirebenen gleich zu achten. Hieraus entspringen aber, wenn man nicht durch die richtige Anwendung neuerer Kippregeln

(§. 129) den schlimmen Einflüssen vorbeugt, grobe Fehler. Da aber in jedem Falle das Papier tadelfrei aufgespannt sein soll, so erscheint es nicht überflüssig, hier einige Bemerkungen über das Papieraufspannen zu machen.

Um zu verhüten, dass das Papier bei feuchter Witterung auf dem Tischblatte aufsteht, muss es sehr nass aufgespannt und an jeder Stelle des Bretts festgehalten werden. Dieses Festhalten geschieht durch Eiweiss, welches mit Wasser zu Schaum geschlagen und auf die Oberfläche des Tischblatts gleichmässig aufgetragen wird, nachdem das Papier, welches grösser ist als das Brett, stark angefeuchtet wurde. Sobald das Brett mit Eiweiss bestrichen ist, wird das Papier mit der nassen Seite vorsichtig aufgelegt und mit einem reinen Tuche (nach allenfallsiger Unterbreitung eines Bogens Papier) von der Mitte gegen den Rand hin angedrückt. Zeigen sich Blasen unter dem Papiere, so werden diese durch wiederholtes Streichen gegen den Rand getrieben, wo sie verschwinden. Liegt das Papier auf der ganzen Oberfläche des Tisches fest an, so werden die vorstehenden Ränder desselben mit Gummi, Mundleim oder flüssigem Leim an den Seitenflächen des Blatts auf bekannte Weise befestigt. Beim Abschneiden des Papiers löst sich das Eiweiss leicht vom Brette ab.

Das Festkleben des Papiers an den Seiten des Reissbretts hat ebenfalls seinen guten Grund; denn würde es auf der Oberfläche angeklebt werden, so wären geringe Erhöhungen an den Rändern und folglich schiefe Lagen des Lineals der Kippregel und der Visirebenen nicht zu vermeiden, und überdiess würde die Ebene des Blatts durch das Abschneiden des Papiers sowohl als durch das Reinigen von den Klebmitteln leiden.

C. Instrumente zur Aufnahme und Absteckung der Winkel im Gradmasse.

§. 131. Die hierher gehörigen Instrumente können nach verschiedenen Principien gebaut sein. Bis jetzt haben sich deren drei geltend gemacht. Es gründet sich nämlich die Einrichtung dieser Winkelmesser entweder auf die Eigenschaft der Magnetnadel, zu jeder Zeit eine bestimmte Richtung gegen die Mittagslinie eines Orts anzunehmen; oder auf die Zurückwerfung und Brechung des Lichts durch Spiegel oder Prismen von Glas; oder endlich auf die Verbindung eines Fernrohrs mit dem beweglichen Durchmesser eines getheilten Kreises, woran die Drehung des Fernrohrs von einem Winkelschenkel zum anderen mit entsprechender Genauigkeit abgelesen werden kann. Nach diesen Grundlagen für den Bau lassen sich die gradmessenden Winkelinstrumente in Bussolen oder Winkelmesser mit Magnetnadeln, in Spiegelinstrumente oder Winkelmesser mit Spiegeln oder Prismen, und in Theodolithe oder Winkelmesser mit Horizontal- und Verticalkreisen eintheilen.

1. Die Bussoleninstrumente.

§. 132. Der Name Bussole (von dem italienischen bussola, eine kleine Büchse) passt für die hier abzuhandelnden Instrumente insofern, als das Gehäus der Magnetnadel und des Gradrings büchsenförmig ist und einen wesentlichen Bestandtheil der auf die Eigenschaften des Magnets gegründeten Winkelmesser ausmacht.

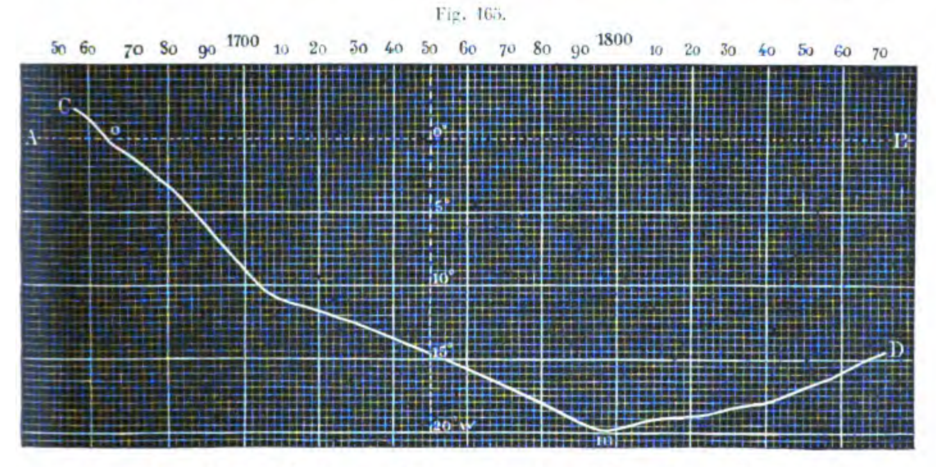
Zur gründlichen Einsicht in die Wirkungsweise der Bussoleninstrumente und namentlich zur Beurtheilung ihrer Genauigkeit wird erfordert, dass man die durch Beobachtungen festgestellten Wirkungen des Erdmagnetismus kenne, wesshalb wir die wichtigsten hier anführen.

Eine Magnetnadel, welche so aufgehängt ist, dass sie sich frei drehen kann, und in deren Nähe keine Gegenstände von Eisen sich befinden, nimmt bekanntlich von selbst eine bestimmte Richtung gegen die Mittagslinie ihres Orts an. Diese Richtung, der magnetische Meridian des Orts, fällt entweder mit der Mittagslinie zusammen oder nicht. Das Zusammentreffen findet an den wenigsten Orten der Erde statt; an den meisten bildet der magnetische Meridian mit dem geographischen einen Winkel. Die Horizontalwinkel beider Meridiane nennt man die magnetische Abweichung (Declination). Diese Abweichung, welche bei Beurtheilung des Einflusses des Erdmagnetismus auf Winkelmessungen mit Bussoleninstrumenten allein in Betracht kommt, kann eine östliche oder westliche sein. Die Linie, welche diejenigen Orte der Erde verbindet, an denen die Magnetnadel keine Abweichung anzeigt, die Linie ohne Abweichung, geht durch die Pole um die ganze Erde und theilt dieselbe in zwei Hälften, die europäisch-afrikanische und die asiatisch-amerikanische. In der ersten Hälfte ist die Abweichung des Nordpols der Nadel gegenwärtig westlich, in der zweiten östlich. Diese Abweichungen sind für einen und denselben Ort in verschiedenen Zeiten verschieden, und zwar nicht bloss hinsichtlich ihrer Grösse, sondern auch in Beziehung auf ihre Lage gegen die Mittagslinie: sie können nämlich für einen und denselben Ort grösser und kleiner, östlich und westlich werden. So waren im 16. Jahrhunderte alle Abweichungen in Europa östliche, wurden dann null und gingen in westliche über. Diese wuchsen bis vor etwa 30 Jahren zu einer bestimmten Grösse an und sind nun wieder im Abnehmen begriffen: es lässt sich erwarten, dass diese Abnahme fortdauert und in eine östliche Zunahme übergeht, worauf dann wieder eine Bewegung gegen den Erdmeridian eintritt u. s. f. Dergleichen Aenderungen im Stande der Magnetnadel gegen den Erdmeridian nennt man wegen der grossen Zeiträume, die sie erfordern, um an ihren Grenzen anzulangen, säculare Aenderungen. Die nachstehende Tabelle gibt diese Aenderung für Paris innerhalb eines Zeitraums von 278 Jahren:

Jahr.	Abweichung.	Jahr.	Abweichung.
1580	11° 30′ östlich	1814	22° 34′ westlich
1618	8° 0′ „	1816	22° 25′ „
1663	0°	1825	22° 22′ „
1700	8° 10′ westlich	1828	22° 5′ „
1780	19° 55′ „	1832	22° 3′ „
1805	22° 5′ „	1858	19° 36′ „

und aus der folgenden Fig. 165 entnimmt man den Gang der magnetischen Declination am Oberharze (Clausthal) von 1650 bis 1870, also in 220 Jahren: das Maximum der Abweichung fand hier schon etwas früher als in Paris

Fig. 165.



statt, während das Minimum (0°) an beiden Orten ziemlich gleichzeitig (1663) eintrat, und für Clausthal etwa gegen die Mitte des nächsten Jahrhunderts (also nach fast 300 Jahren) wieder eintreten wird.

So wie die Abweichungen der Magnetnadel an einem und demselben Orte mit der Zeit sich ändern, so sind sie auch zu ein und derselben Zeit an verschiedenen Orten verschieden, wie aus der folgenden Tabelle hervorgeht, in der wir einige Orte mit westlichen und andere mit östlichen Abweichungen zusammengestellt haben.

Ort.	Jahr	Abweichung.	Ort.	Jahr.	Abweichung.
Hermannstadt	1845	10° 6′ westlich	Kasan	1842	3° 24′ östlich
Krakau	„	12° 15′ „	Katharinenburg	„	6° 39′ „
Gratz	„	14° 22′ „	Barnaul	„	8° 25′ „
München	„	16° 30′ „	Sydney	„	9° 51′ „
Stuttgart	„	17° 51′ „	Bay of Islands	„	13° 36′ „
Frankfurt	„	18° 13′ „	Port Louis	„	17° 36′ „

Die eben besprochenen Aenderungen der magnetischen Abweichungen geschehen nicht sprungweise, sondern stetig, so dass der Stand der Magnetnadel an einem und demselben Orte mit jedem Tage ein anderer ist. Aber auch die auf einen bestimmten Tag treffende mittlere Abweichung bleibt innerhalb dieses Zeitraums nicht unveränderlich, sondern ändert sich mehr und in anderer Weise als die Säcularänderung allein fordern würde. Es finden nämlich von der mittleren Richtung der Nadel, welche für irgend einen gegebenen Tag gilt, wieder östliche und westliche Abweichungen statt, und zwar sind dieselben im Sommer grösser als im Winter und bei Tage stärker als bei Nacht, so dass man den Grund dieser täglichen Aenderungen in dem Einflusse des Sonnenlichts auf die magnetischen Eigenschaften der Körper sucht. Auch hat man beobachtet, dass die täglichen Aenderungen wie die säcularen von der geographischen Lage der Orte abhängen. Folgende Tabelle gibt einen Begriff von der Grösse dieser Aenderungen an einem Tage.

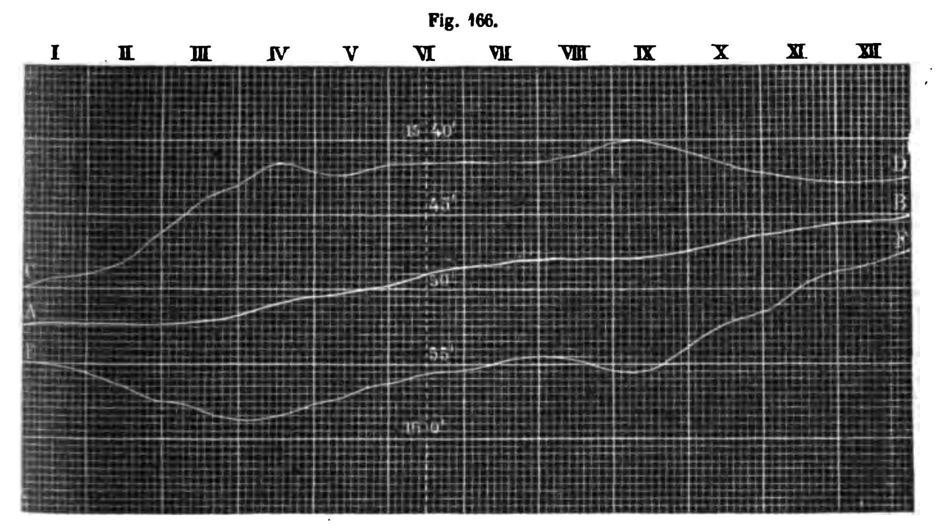
Ort.	Abweichung.		Ort.	Abweichung.	
	Sommer.	Winter.		Sommer.	Winter.
St. Helena	0° 4′,06	0° 3′,03	Katharinenburg	0° 8′,43	0° 3′,89
Barnaul	7,24	2,96	München	9,34	6,37
Nortschinsk	7,51	2,53	Petersburg	10,07	5,88
Greenwich	8,16	7,02	Toronto	10,70	6,64

Die Magnetnadel hat in unseren Gegenden ungefähr um 8 Uhr Morgens ihre grösste östliche und um 1 Uhr Nachmittags ihre grösste westliche Abweichung; während des Abends und der Nacht kehrt sie wieder auf die Ostseite zurück. Die grössten östlichen und westlichen Abweichungen an einem Tage sind nicht in jedem Jahre von gleicher Grösse, sondern steigen und fallen innerhalb enger Grenzen, so dass man wieder Perioden des Zu- und Abnehmens der täglichen Bewegung der Magnetnadel annehmen muss. Nach Lamont dauert eine solche Periode etwas mehr als 10 Jahre und innerhalb derselben nimmt die Nadel z. B. für München eine grösste Abweichung von 11,5 Minuten und eine kleinste von 6,3 Minuten an, worauf sie wieder zur grössten zurückkehrt. In Folge der täglichen Bewegung kann der Winkel, den die äussersten Lagen der Nadel einschliessen, für München 2mal 11,5 oder 23 Minuten und in nördlicher gelegenen Orten noch mehr betragen.

Fig. 166, Seite 207 macht die tägliche Aenderung des Stands der Magnetnadel, wie solche im Jahre 1859 in Clausthal beobachtet wurde, anschaulich: die Curve A B stellt die mittlere Abweichung der Magnetnadel, C D die grösste östliche Ablenkung um 8 Uhr Morgens, E F die grösste westliche Abweichung um 1 Uhr Nachmittags, und der Abstand der Curven

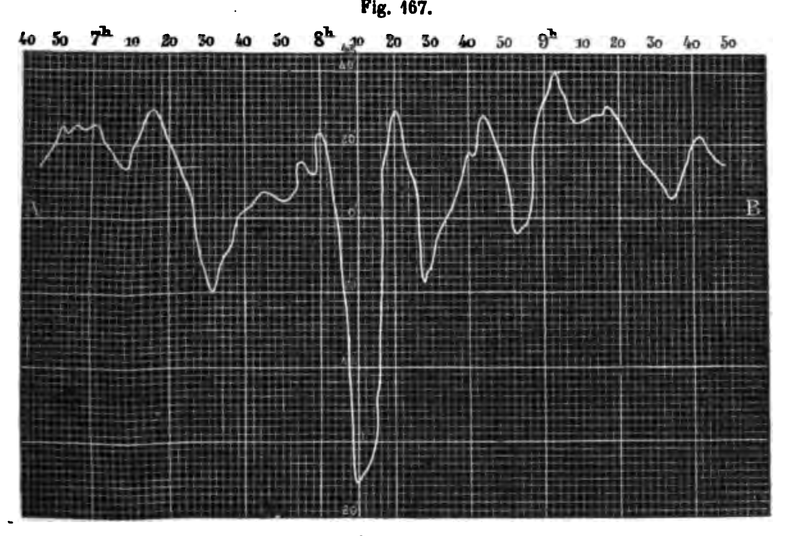
CD und EF von einander die ganze tägliche Aenderung vor. Die Monate sind mit römischen Ziffern bezeichnet.

Fig. 166.



Zu den täglichen Aenderungen der Abweichungen, welche für Messungen mit der Bussole schon schlimm genug sind, kommen die noch schlimmeren **magnetischen Störungen** oder diejenigen Abweichungen der Magnet-

Fig. 167.



nadel, welche ihrer täglichen Aenderung widersprechen und mit dem Stande der Sonne in keiner Beziehung stehen, wohl aber mit öfter wiederkehrenden Naturerscheinungen (z. B. Nordlichtern) oder grösseren Elementarereignissen (wie Erdbeben, vulcanischen Ausbrüchen etc.) zusammenhängen. Diese

Störungen machen die Nadel unruhig und veranlassen Schwankungen derselben, welche oft über einen Grad betragen. Eine solche Störung stellt Fig. 167, S. 207 bildlich dar, nämlich die Declinationsänderungen in Clausthal während des Nordlichts vom 20. December 1847: die Linie A B gilt als mittlere Abweichung für jenen Monat, oberhalb derselben sind die östlichen, unterhalb die westlichen Abweichungen vom Mittel als Ordinaten aufgetragen. Die grösste Schwankung von 8 Uhr bis 8 Uhr 20 Minuten betrug 1° 40′.

Hieraus geht zur Genüge hervor, dass man die Bussoleninstrumente zu genauen Messungen niemals gebrauchen kann, und dass es folglich Verschwendung wäre, eine grössere Sorgfalt auf ihren Bau zu verwenden, als der Genauigkeit, womit sich die Richtung der Magnetnadel bestimmen lässt, entspricht. Diese Genauigkeit darf im Durchschnitte auf etwa 15 Minuten angenommen werden, vorausgesetzt erstens, dass man bei stattfindenden grösseren Störungen, welche sich durch ein Zittern der Nadel kundgeben, gar nicht beobachtet, und zweitens, dass die Messungen mit der Bussole nicht bloss auf die Bestimmung einiger Winkel beschränkt sind, sondern längere Zeit andauern und auch Lagenbestimmungen gegen die Mittagslinie erfordern.

Die Feldbussole.

§. 133. **Beschreibung.** Die Feldbussole, welche auch der Feldmessercompass genannt wird, besteht aus drei Theilen: dem Compass, dem Diopter und dem Gestelle. Fig. 168 stellt die Ertel'sche Feldbussole vor.

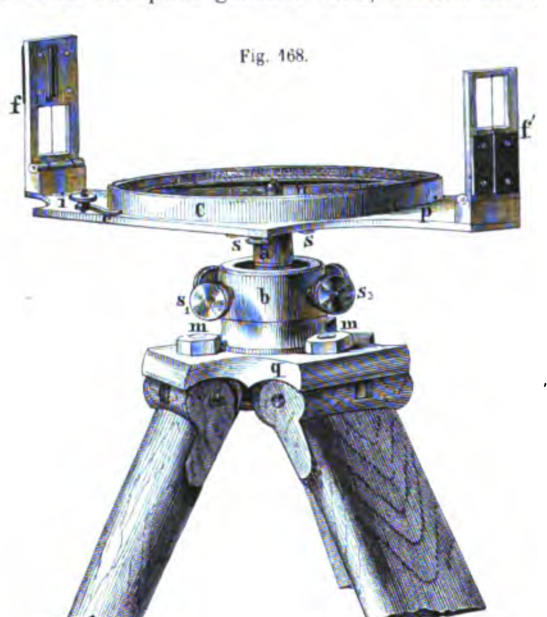


Fig. 168.

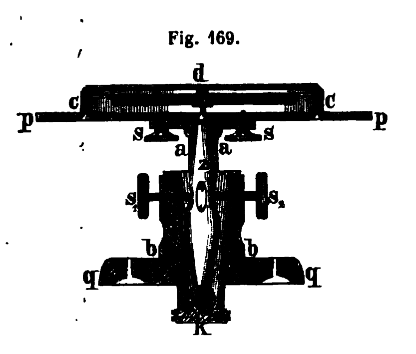
Der Compass. Ein cylindrisches Gehäus (c) von 12cm oder 4 Zoll Durchmesser und 1,5cm oder 0,5 Zoll Höhe ist auf einer ebenen Platte (p) von Messing befestigt. In der Mitte des Gehäuses erhebt sich ein spitziger Stahlstift und auf diesem ruht mittels eines Carneolhütchens die Magnetnadel (n). In der Ebene des Oberrandes dieser Nadel liegt senkrecht gegen die innere Wand des Gehäuses der Gradring, welcher in 360 Grad eingetheilt ist. Die Numerirung dieser Grade läuft von links nach rechts wie auf dem Zifferblatte einer Uhr. Bei der Ablesung können halbe und viertel Grade

genau genug geschätzt werden. Die Nadel und der getheilte Ring sind durch eine zu diesem parallele und in dem Gehäuse durch einen eingesprengten Ring festgehaltene Glasscheibe (d) gegen Beschädigung geschützt. Wenn die Nadel nicht gebraucht wird, so kann sie zur Schonung ihres Drehpunkts mit Hilfe eines Hebels (e), wenn er durch das Schräubchen i niedergedrückt wird, von der Stahlspitze abgehoben und an die Glasscheibe sanft angedrückt werden; dreht man die Schraube i zurück, so schwebt die Nadel wieder auf dem Stifte. Das Abheben der Nadel geschieht durch eine kleine Hülse, welche den Stift centrisch umgibt und an dem inneren Hebelende befestigt ist. Diese Vorrichtung nennt man die Arretirung der Bussole.

Das Diopter. Man wendet an Bussolen selten oder nie ein Fernrohr mit Fadenkreuz an, weil ein Diopter hinreichende Genauigkeit gewährt. Hier sind zwei Diopter in entgegengesetzten Richtungen angebracht: mit dem oberen wird von f nach f' und mit dem unteren von f' nach f visirt; die beiden Visirrichtungen sollen in einer Ebene liegen, welche zum Gradringe senkrecht steht und durch dessen Mittelpunkt geht. Da wo diese gemeinschaftliche Visirebene den Gradring schneidet, befinden sich die Eintheilungszeichen 0^0 und 180^0, während ihr Schnitt auf der Bodenplatte des Gehäuses mit N S bezeichnet ist, wobei N an 0^0 und S an 180^0 liegt. Die Diopterflügel f und f' können, wie die Figur zeigt, um Scharniere auf dem Compass niedergelegt werden. An einigen Bussolen befindet sich das Diopter ausserhalb des Compasses; von dieser Einrichtung ist später (§. 137) die Rede.

Das Gestell ist ähnlich wie das des Messtisches eingerichtet, soweit es die Beine und deren Verbindung mit der Kopfplatte (q), welche hier von Metall ist, angeht. Was aber die Horizontal- und Verticalbewegungen, die dasselbe gestatten muss, betrifft, so werden diese an einem Zapfen (z) ausgeführt, welcher (nach dem Durchschnitte in Fig. 169) sich in einer mit der Kopfplatte festverbundenen Büchse (b) auf einer Kugel (k) dreht, wenn ihm die vier durch die Büchse gesteckten und auf ihn drückenden Stellschrauben (s_1, s_2, s_3, s_4) Spielraum gewähren. Man begreift leicht, wie sich der Zapfen z durch die Schrauben s_1 und s_2 in der Richtung s_1 s_2 und durch s_3 und s_4 in einer hierauf senkrecht stehenden Ebene hin und her bewegen und schliesslich feststellen lässt. Ist nun der Compass mit dem Zapfen senkrecht verbunden, so theilt der erstere offenbar die Bewegungen des letzteren und es steht jener horizontal, wenn dieser vertical ist. Die Drehung des Compasses im wagrechten Sinne ist durch den hohlen

Fig. 169.

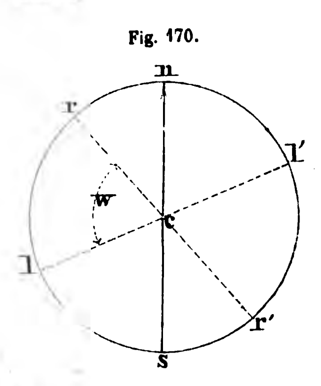


Kegel (a) möglich, welcher das obere Ende des Zapfens centrisch umgibt, und an dessen Grundplatte, die Compassplatte, durch Schrauben (s, s) befestigt ist.

§. 134. **Gebrauch.** Um mit der Bussole einen auf dem Felde abgesteckten Winkel (l c r) zu messen, stelle man das Instrument über dem Scheitel (c) so auf, dass der Stift der Nadel in dem Lothe des Scheitels liegt (was durch einen Senkel leicht bewirkt werden kann) und bringe die Ebene des Gradrings durch die auf den Verticalzapfen wirkenden Stellschrauben in eine horizontale Lage. Man könnte zu dem Ende auf dem Glasdeckel eine Dosenlibelle aufsetzen; es genügt aber auch, die Bussole dahin zu bringen, dass die beiden Nadelspitzen in der Ebene des Gradrings liegen bleiben, wenn dieser im Kreise gedreht wird. Denn da die fehlerfreie Nadel horizontal schwebt, so ist auch der Gradring horizontal, wenn er nach zwei sich schneidenden Richtungen in der Ebene der Nadel liegt.

Nach dieser Vorbereitung stelle man das Diopter zuerst auf den linken Schenkel (c l) genau ein und mache an der nördlichen Nadelspitze, nachdem kein Schwanken derselben mehr stattfindet, die Ablesung a′ und an der südlichen die Ablesung b′. Hierauf drehe man das Diopter auf den rechten Schenkel (c r), stelle es wieder genau ein und lese an beiden Nadelenden ab: die Ablesung sei an dem Nordende a″ und an dem Südende b″. Stellt die Nadel genau einen Durchmesser des Gradrings vor und ist dessen Theilung richtig, so werden die Ablesungen an dem Südende der Nadel um 180⁰ von denen am Nordende verschieden sein, in der Art, dass $b' = 180^0 + a'$ und $b'' = 180^0 + a''$ ist. Ist aber die Nadel kein Durchmesser des Kreises, d. h. geht die Verbindungslinie ihrer Endpunkte nicht durch den Mittelpunkt der Theilung, so werden die Ablesungen a′, b′ und a″, b″ um etwas mehr oder weniger als 180⁰ verschieden sein. Umgekehrt deutet diese Verschiedenheit bei richtiger Theilung des Kreises darauf hin, dass die Nadel kein Durchmesser, sondern eine Sehne ist. Den senkrechten Abstand dieser Sehne von dem Mittelpunkte der Theilung nennt man die Excentricität der Nadel. Durch die Ablesungen an den beiden Enden der Nadel wird der Einfluss der Excentricität auf die Neigungswinkel der Visirlinien gegen den magnetischen Meridian beseitigt. Darin liegt der eine Grund der doppelten Ablesung; der andere aber ist, dass man eine allenfallsige Irrung in der ersten Ablesung sofort durch die zweite gewahr wird, wenn der Unterschied beider nicht genau oder doch sehr nahe 180⁰ beträgt.

Fig. 170.



Um aus den Ablesungen a′ und a″ den richtigen Winkel $l\,c\,r = w$ zu erhalten — ein fehlerfreies Instrument vorausgesetzt — hat man zu beach-

ten, ob beide Winkelschenkel auf einer Seite der Nadel sich befinden, oder ob der eine links und der andere rechts von ihr liegt. In dem ersteren Falle ist der gesuchte Winkel

$$w = a' - a'' \quad (89)$$

und in dem zweiten Falle, wo die erste Ablesung (a') kleiner ist als die letzte (a''):

$$w' = 360^0 + a' - a''. \quad (90)$$

Daran, dass $a'' > a'$, kann man allein schon erkennen, dass die Visirlinie beim Uebergange vom linken zum rechten Schenkel den Nordpunkt der Nadel überschritten hat.

Die Richtigkeit der vorstehenden zwei Gleichungen lässt sich wie folgt beweisen. Für den zu messenden Winkel w ist die Ablesung für den linken Schenkel = arc l n = a' und für den rechten Schenkel = arc r n = a'', folglich das Mass des gesuchten Winkels w = arc l r = arc l n — arc r n = a' — a''. Wäre l' c r' der zu messende Winkel, so würde a' = arc l' s n und a'' = arc r' s n, mithin auch arc l' r' = arc l' s n — arc r' s n = a' — a'' das Mass des Winkels w sein. Hätte man endlich den Winkel r c l' = w' zu messen, so wäre a' = arc r n, a'' = arc l' s n und folglich, da arc r n l', das Mass des gesuchten Winkels, gleich arc r n + arc n l' und arc n l' = 360^0 — a'' ist, w' = a' + 360^0 — a'' = 360^0 + a' — a'', w. z. b. w.

Obige Gleichungen enthalten folgende Regel: Aus den Ablesungen a, und a'', welche beziehlich für den linken und rechten Schenkel eines Winkels gemacht werden, erhält man die Grösse dieses Winkels in Graden, wenn man die zweite Ablesung von der ersten abzieht und in dem Falle, dass die Differenz negativ wird, 360^0 zu ihr addirt.

Sollte eine Excentricität der Nadel stattfinden (was, wie schon bemerkt, die Ablesungen am Süd- und Nordende sofort kundgeben), so hat dieselbe dann keinen Einfluss auf die Messung des Winkels zweier gegebenen Richtungen und auf die Neigung jedes einzelnen Schenkels gegen den magnetischen oder geographischen Meridian, wenn bei jeder Richtungsbeobachtung an den beiden Enden der Magnetnadel abgelesen und aus den Winkeln w' = a' — a'' und w'' = b' — b'' das arithmetische Mittel genommen wird, wie in §. 138 nachgewiesen ist.

Es bedarf wohl kaum der Erinnerung, dass bei dem Gebrauche der Bussole alle eisernen oder eisenhaltigen Gegenstände aus ihrer Nähe so weit entfernt werden müssen, dass keine Ablenkung der Nadel von ihrem Meridian zu fürchten ist.

§. 135. **Prüfung und Berichtigung.** Die Prüfungen, denen die Bussole vor ihrem Gebrauche zu unterwerfen ist, lassen sich in zwei Classen abtheilen: in die erste gehören jene, welche ein für allemal vorgenommen werden, und in die zweite diejenigen, welche vor jeder Anwendung der Bussole zu wiederholen sind. Zur ersten Classe rechnen wir folgende vier Untersuchungen:

1) ob der Gradring richtig eingetheilt ist,

2) ob das Gehäus keine auf die Nadel wirkende Metalle enthält,
3) ob die Gehäusplatte zum Centralzapfen senkrecht steht, und
4) ob die Axe dieses Zapfens durch den Nadelstift geht.

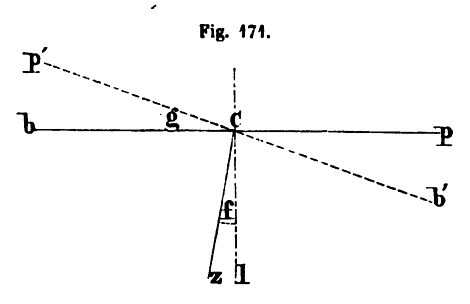
Die Nothwendigkeit der beiden ersten Prüfungen stellt sich von selbst dar, und was die dritte betrifft, so lehrt eine einfache Betrachtung, dass sie für die Horizontalstellung des Gradrings durchaus erforderlich ist.

Zu 1. Bei der Bussole, die doch nur eine geringe Genauigkeit gewährt, genügt es, wenn man sich mit Hilfe eines guten Zirkels überzeugt, dass keine groben Theilungsfehler vorhanden sind. Zu dem Ende kann man nach Wegnahme des Glasdeckels etwa 5 Grade der Theilung an einer beliebigen Stelle in den Zirkel nehmen und zusehen, ob zu je 5 anderen Graden derselbe Bogen gehört, und ob 72 solche Bögen den ganzen Kreis genau darstellen oder nicht. Hält die Theilung diese Probe aus, so wiederhole man dasselbe Verfahren mit der gleichen Zirkelöffnung noch viermal, gehe aber dabei immer von einem neuen Theilstriche aus, der gegen den vorigen um einen Grad absteht. Zeigt sich auch hier kein Fehler, so kann man sich mit der Theilung des Gradrings vollständig begnügen; sollten sich jedoch Unrichtigkeiten in der Eintheilung herausstellen, so müssten diese, falls sie nicht zu gross sind und den Ring unbrauchbar machen, angemerkt werden, um bei Messungen die gehörige Rücksicht darauf nehmen zu können. Indessen werden Bussolen, die aus guten mechanischen Werkstätten bezogen werden, kaum jemals einen schädlichen Theilungsfehler haben, da erstens die Theilung mit Maschinen geschieht, welche für viel feinere Theilungen als die der Compassringe bestimmt sind, und zweitens der Ruf jener Werkstätten erfordert, dass die von ihnen ausgehenden Instrumente vor ihrer Absendung genau untersucht und nöthigenfalls ausgeschossen werden.

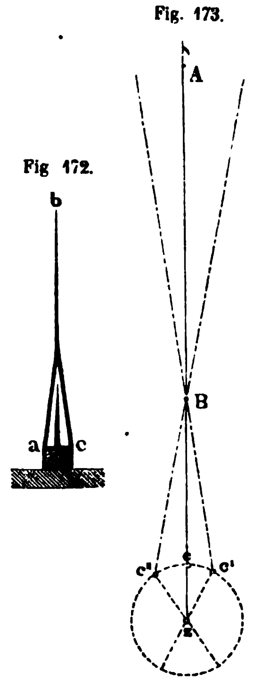
Zu 2. Die zweite Untersuchung besteht darin, dass man das Gehäus der Nadel ganz ruhig und langsam um seine Axe dreht und beobachtet, ob die Nadel fortwährend ihre Richtung beibehält, oder ob sie stellenweise sich von dem Gehäuse mit fort- und niederziehen lässt. Sollte sich dieses Ziehen nach wiederholten Versuchen bestätigen, so kann es nur von einer Verunreinigung des Messings durch Eisen oder ein anderes auf die Nadel wirkendes Metall (z. B. Nickel) herrühren und es muss, je nachdem ein Fort- oder Niederziehen stattfindet, die Büchse oder die Bodenplatte des Gehäuses von besserem Metall angefertigt werden. Eine Abänderung dieser Untersuchung besteht darin, dass man die Nadel abhebt und auf eine feine Spitze ausserhalb des Gehäuses legt, dieses selbst aber ringsum an der Nadel vorüberführt und zusieht, ob diese ihre Lage ändert oder nicht.

Zu 3. Man stelle die Ebene des Gradrings dadurch horizontal, dass man eine berichtigte Dosenlibelle auf den Glasdeckel aufsetzt und durch die vier Stellschrauben (s_1 bis s_4), welche auf den Centralzapfen wirken, zum Einspielen bringt. Hierauf drehe man die Bussolenplatte sammt der Libelle langsam um den Zapfen und sehe zu, ob die Libelle fortwährend einspielt oder nicht: in dem ersteren Falle ist die geforderte senkrechte Lage

vorhanden, in dem letzteren aber nicht. Will man die Abweichung (f) von der senkrechten Lage nach einer beliebigen Richtung (etwa nach der durch 0° und 180° oder durch N S bezeichneten) kennen lernen, so drehe man das horizontal gestellte Bussolengehäus genau um 180° und beobachte den Ausschlag der Libellenblase in der gegebenen Richtung: die Grösse dieses Ausschlags misst alsdann die doppelte Abweichung von 90° und seine Lage zeigt an, auf welcher Seite des Zapfens der spitze und der stumpfe Neigungswinkel liegen. Denn denkt man sich unter b p (Fig. 171) einen Schnitt der wagrecht gestellten Bodenplatte nach einer beliebigen Richtung, und unter c z die Axe des Centralzapfens, so wird, wenn der Winkel b c z = 90° — f ist, also die Abweichung f stattfindet, nach einer Drehung der Platte um 180° die Linie b p in die Lage b' p' übergehen, welche mit der Horizontalen b p einen Winkel b c p' = 2 f einschliesst, weil p' c z = p c z = 90° + f und b c p' = p' c z — b c z = 90° + f — (90° — f) ist. Dieser Winkel 2 f wird durch den Ausschlag der Luftblase gemessen, während die Seite, auf welcher die Blase steht, auch die Seite des **stumpfen** Neigungswinkels (p' c z) ist.



Wenn sich der eben besprochene Fehler an einer Bussole in dem Masse herausstellt, dass er berücksichtigt werden muss, so kann nur entweder durch Abschleifen der Wendescheibe des Stativs oder durch ringförmige Scheibchen, welche man um die Spindeln der Schräubchen s, s und zwischen die durch sie verbundenen Platten legt, geholfen werden.



Zu 4. Wenn der die Nadel tragende Stift zwar im Mittelpunkte des Gradrings steht, aber nicht mit der verlängerten Zapfenaxe zusammenfällt, so übt die Excentricität des Zapfens z offenbar einen nachtheiligen Einfluss auf das Resultat der Winkelmessung aus, und dieser Einfluss muss, wenn er auch nie bedeutend werden kann, doch möglichst vermieden werden. Um zu erfahren, ob eine Excentricität des Zapfens stattfindet, hebe man den Glasdeckel der Bussole aus seiner Fassung, stecke einen hohlen Stift a b c (Fig. 172) centrisch auf den Nadelstift, visire damit, bei horizontaler Lage des Gradrings, zwei entfernte Stäbe A und B in eine Gerade A B c ein (Fig. 173), drehe hierauf die Bussole rechts und links um

den Zapfen und sehe zu, ob der Aufsatzstift in der Geraden A B bleibt oder nicht: geht dieser aus der Geraden heraus (nach c', c''), so ist eine Excentricität des Zapfens vorhanden, und es lässt sich deren Grösse und Richtung leicht beurtheilen, der vorhandene Fehler kann aber nur durch den Mechaniker beseitigt werden, der die Verbindung der Bodenplatte der Bussole mit der Wendeplatte des Stativs zu verbessern hat. (Die Grösse des aus einer Excentricität des Zapfens c z = e entspringenden Winkelfehlers f wird in §. 136 berechnet.)

Zur Classe derjenigen Untersuchungen einer Bussole, welche von Zeit zu Zeit wiederholt werden müssen, gehören folgende:

1) ob die Nadel wagrecht schwebt;
2) ob sie keine Excentricität besitzt;
3) ob dieselbe empfindlich genug ist;
4) ob die Visirebenen richtig stehen.

Zu 1. Man stelle auf die früher angegebene Weise mit einer Dosenlibelle, welche auf den Glasdeckel der Bussole gesetzt wird, diesen Deckel und damit auch die ihm parallele Ebene des Gradrings horizontal: zeigt sich hierbei, dass die Enden der Nadel in der Ebene des Rings liegen, so kann man diese selbst als wagrecht schwebend betrachten; erhebt sich aber ein Ende über den Ring, so muss die Hälfte der Nadel, welcher dieses Ende angehört, durch etwas Wachs, das man unten anklebt, mit der anderen Hälfte so in's Gleichgewicht gebracht werden, dass beide Hälften horizontal liegen.

Zu 2. Von dem Einflusse der Excentricität auf die Winkelmessung und dessen Beseitigung war bereits im vorigen Paragraph die Rede, wesshalb wir hier mit der Bemerkung darauf verweisen, dass man eine Verbesserung der Excentricität in der Regel nicht vorzunehmen pflegt. Ueber die Grösse der Fehler, welche aus den bei einer Bussole möglichen Excentricitäten entspringen, geben die §§. 136 bis 138 Rechenschaft.

Zu 3. Um die Empfindlichkeit der Magnetnadel zu prüfen, stelle man das Gehäus wagrecht und lese bei ruhigem Stande derselben auf dem Gradringe ab. Hierauf bringe man, ohne an dem Instrumente das Geringste zu ändern, die Nadel durch Näherung eines Eisenstücks, das vorher entfernt lag, in Bewegung, und sehe zu, ob sie nach der Entfernung des Eisens und der Vollendung ihrer Schwingungen genau auf die frühere Stelle wieder zurückkehrt. Thut sie dieses nach wiederholten Versuchen, so ist sie empfindlich genug; wo nicht, so ist entweder der Stift, worauf sie schwebt, abgestumpft und daher zuzuschleifen, oder es hat sich die magnetische Kraft der Nadel vermindert und ist dieselbe durch Streichen mit einem Magnet wieder zu vermehren.

Zu 4. Die richtige Stellung der Visirebenen verlangt zunächst, dass diese entweder mit dem Durchmesser $0^0 - 180^0$ coincidiren oder demselben doch parallel sind, und dann, dass diese Ebenen auf der Ebene des Gradrings, welche als Instrumentenebene gilt, senkrecht stehen.

Die Forderung der parallelen Richtung der Visirebenen und des Durchmessers, welcher durch den Nullpunkt der Theilung geht, würde nicht nöthig sein, wenn die Bussole bloss dazu diente, den Winkel zweier gegebenen Richtungen aus deren Neigung gegen den magnetischen Meridian zu finden; denn obwohl jeder dieser Neigungswinkel mit einem Fehler behaftet ist, welcher dem Winkel (f) des Durchmessers $0^0 - 180^0$ gegen die Visirebene gleichkommt, so gibt doch ihr Unterschied den gesuchten Winkel richtig, weil der Minuend und der Subtrahend in gleichem Sinne um gleichviel zu gross oder zu klein sind. Dagegen bleibt der Neigungswinkel einer Linie und die Orientirung einer Aufnahme gegen den magnetischen Meridian um $\pm$ f fehlerhaft, so lange die verlangte Paralleleïtät nicht stattfindet.

Die weitere Forderung, dass die Visirebenen auf der Instrumentenebene senkrecht stehen, also lothrecht sind, sobald diese wagrecht ist, wird dadurch gerechtfertigt, dass nur unter dieser Bedingung die in schiefen Ebenen liegenden Winkelschenkel richtig auf die Horizontalebene des Instruments und, wenn die vorausgehende Forderung erfüllt ist, in die Richtung des durch Null gelegten Durchmessers projicirt werden. Ob die Visirebenen gegen die Instrumentenebene senkrecht stehen, untersucht man bei horizontal gestellter Büchse auf die in §. 26 angegebene Weise; und wenn Berichtigungen nöthig werden, so kann man sie nach der ebendaselbst gegebenen Anweisung vornehmen. Was aber die Stellung der Visirebenen gegen den Durchmesser $0^0 - 180^0$ betrifft, so lässt sich dieselbe wie folgt kennen lernen.

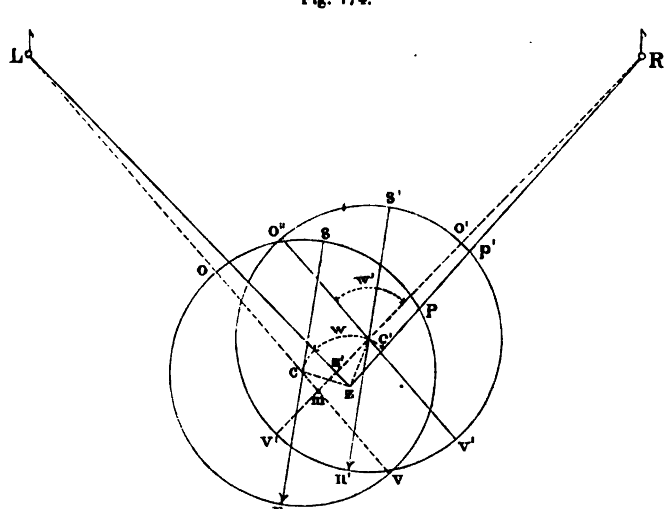
Man spanne über die Büchse einen Faden, der die Theilpunkte 90^0 und 270^0, also auch den mit O W bezeichneten Durchmesser genau deckt; stelle das Instrument horizontal und drehe die Büchse so lange im Kreise, bis der ausgespannte Faden in die von einem etwa 50 bis 60 Meter entfernten Gegenstande und der Gehäusaxe bestimmte Richtung kommt; hierauf lese man den Stand der Nadel (am Nordende) ab und drehe die Büchse, bis die von S nach N laufende Visirebene den entfernten Gegenstand deckt; schliesslich lese man an demselben Ende der Nadel wie vorhin ab und bestimme aus den beiden Ablesungen den Drehwinkel. Ist dieser $= 90^0$, so ist die Visirebene dem Durchmesser $0^0 - 180^0$, welcher auf dem durch 90^0 und 270^0 gehenden senkrecht steht, parallel; ausserdem zeigt die Abweichung von 90^0 den gesuchten Fehler f an, welcher nach §. 26 durch Verschiebung der Ocularspalte zu verbessern ist. Dreht man in dem vorigen Sinne die Bussole weiter und stellt die zweite Visirebene N S auf den entfernten Gegenstand ein, so wird die Ablesung am Nordende der Nadel lehren, ob die beiden Visirebenen mit einander parallel sind, oder wie die zweite gegen den Durchmesser $0^0 - 180^0$ steht. Wenn nämlich der Unterschied der beiden letzten Ablesungen gerade 180^0 beträgt, so sind die Visirebenen parallel und ihre Neigungen gegen die Richtung $0^0 - 180^0$ gleich; ist aber dieser Unterschied grösser oder kleiner als 180^0, so bilden dieselben einen diesem Unterschied entsprechenden Winkel mit einander und es kann dar-

aus leicht auf die Stellung der zweiten Visirebene gegen den Durchmesser 0°—180° geschlossen werden. Eine für nöthig erachtete Verbesserung der Richtung dieser zweiten Ebene wird selbstverständlich wie bei der ersten vorgenommen.

Ein anderes Verfahren für die Prüfung Nr. 4 ist das folgende, bei welchem angenommen wird, dass für den Beobachtungsort die Mittagslinie und für die Beobachtungszeit die magnetische Abweichung gegeben sei. Man stelle das Instrument horizontal, drehe das Diopter in die Mittagslinie und lese die Abweichung der Nadel am Nordende ab. Stimmt die Ablesung mit der gegebenen magnetischen Abweichung, so ist die Linie 0° — 180° mit der Visirebene parallel, ausserdem aber nicht.

§. 136. **Excentricität des Zapfens.** Es sei nach Fig. 174 der Winkel L Z R = w zu messen und die Bussole centrisch und horizontal über dem

Fig. 174.



Scheitel Z des Winkels aufgestellt. Nach der Einstellung auf L sei z c die vorhandene Excentricität, o c v die Visirlinie, s c n der magnetische Meridian, und der constante Winkel $z c o = \varepsilon$ bezeichne die Lage der Excentricität e gegen die Visirlinie. Die Ablesung am Nordende der Nadel ist somit

$$a' = \text{arc } o\,p\,n.$$

Um auf R einzustellen, muss die Bussole um den Zapfen so weit gedreht werden, dass die Visirlinie o c v durch R geht, also in die Lage o′ c′ v′ kommt. Diese Linie hat hierbei einen Winkel $o\,m\,o' = o''\,c'\,o' = w'$ beschrieben und der Winkel ε ist jetzt durch $z\,c'\,o'$ vorgestellt. Die Ablesung am Nordende der mit ihrer ersten Lage parallelen Nadel ist

$$a'' = \text{arc } o'\,p'\,n'.$$

Es lässt sich leicht einsehen, dass $o''\,p'\,n' = o\,p\,n$ ist; denn $s'\,n'$ ist

aus natürlichen Gründen der s n parallel und o'' c' kann bei der Drehung seine feste Lage o'' c' s' = o c s gegen den magnetischen Meridian nicht ändern. Es ist somit

$$w' = a' - a''$$

und der Einfluss der Zapfenexcentricität beträgt w — w'. Nun ist aber nach der Figur der Aussenwinkel L z' R $= w + \varrho = w' + \lambda$, folglich

$$f = w - w' = \lambda - \varrho.$$

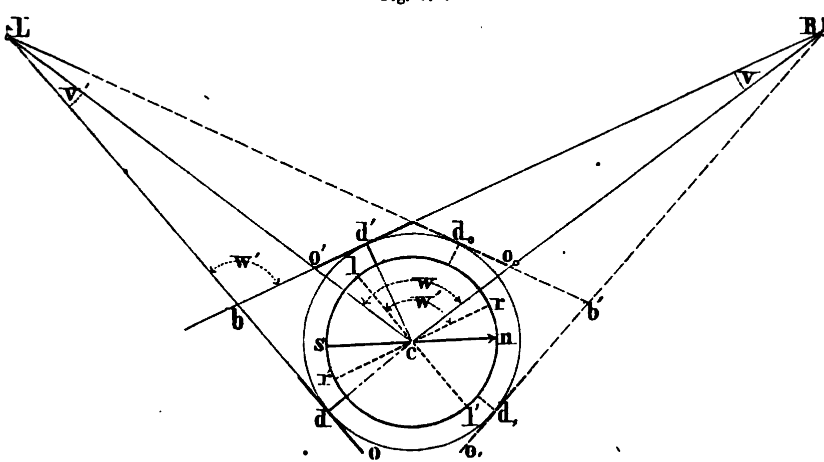
Man findet nun sehr leicht λ aus der Gleichung $l \sin \lambda = e \sin \varepsilon$ und ϱ aus $r \sin \varrho = e \sin \varepsilon$, wobei l und r die Winkelschenkel Z L und Z R vorstellen. Es ist somit schliesslich

$$f = \frac{e \sin \varepsilon}{\sin 1''} \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{r} \right) \qquad (91)$$

Wäre nun $e = 1^{mm}$, $r = 2 l = 20^m,626$ und $\varepsilon = 90^0$, so fände man $f = 10''$, also für eine Messung mit der Bussole sehr unbedeutend.

§. 137. Excentricität der Visirlinie. Es wurde bereits früher (§. 133) erwähnt, dass es Bussolen gibt, deren Diopter ausserhalb des Nadelgehäuses

Fig. 175.



angebracht ist. Von einer solchen Bussole hat man eine richtige Vorstellung, wenn man sich an der in Fig. 168 abgebildeten die Diopterflügel f und f' weggenommen und dafür, der durch sie bestimmten Visirrichtung parallel, an der Büchse bei C ein anderes Diopter angebracht denkt. Wir wollen annehmen, dass dieses Diopter aus einem Messingrohre bestehe, welches an dem einen Ende eine kleine runde Ocularöffnung und an dem anderen Ende ein Fadenkreuz enthält. In der beigedruckten Fig. 175 stelle o d die Visirlinie des Diopters, l r r' l' den Gradring, n s die Nadel und l l' den durch den Anfangspunkt der Theilung gehenden Durchmesser $0^0 - 180^0$, womit die Visirlinie parallel sein muss, vor.

Soll mit dieser Bussole ein Winkel L c R = w gemessen werden, so

stelle man das Instrument centrisch über den Scheitel c und mache den Gradring horizontal wie früher. Hierauf richte man das Diopter (o d) auf das Signal L im linken Schenkel und lese am Nordende der Nadel den Bogen l n = a' ab. Dann stelle man das Diopter in der Richtung o' d' auf das zweite Signal R ein und lese bei n den Bogen r n = a'' ab. Der Unterschied a' — a'' der beiden Ablesungen misst offenbar den Winkel l c r = d c d' = L b R = w', aber nicht unmittelbar den gesuchten Winkel w. Wollte man w' für w nehmen, so würde man einen Fehler in die Messung bringen, welcher dem Unterschiede w' — w dieser zwei Winkel gleich wäre.

Es fragt sich nun, wie man mit Hilfe von w' den Winkel w finden kann. Nach der Figur ist der Aussenwinkel L o' R = w + v = w' + v', mithin auch

$$w = w' + v' - v \tag{92}$$

Die Winkel v und v' sind jedenfalls sehr klein, da sie von den Winkelschenkeln c R = l und c L = l' und der Entfernung c d = c d' = e, welche die Excentricität der Visirlinie oder des Diopters heisst, abhängen, jene aber gegen diese sehr gross sind. Man kann desshalb die Sinuse von v und v' ihren Bögen proportional und somit

$$v = 206265'' \cdot \frac{e}{l}$$

$$v' = 206265'' \cdot \frac{e}{l'}$$

setzen. Diese Werthe von v und v' in obige Gleichung gesetzt, wird

$$w = w' + 206265'' \cdot e\left(\frac{1}{l'} - \frac{1}{l}\right) \tag{93}$$

$$w - w' = 206265'' \cdot e\left(\frac{1}{l'} - \frac{1}{l}\right) \tag{94}$$

Die erste dieser zwei Gleichungen lehrt, wie man w aus w', der Excentricität e und den Längen der Winkelschenkel finden kann, während die zweite den Einfluss der Excentricität der Visirlinie auf die Messung eines Winkels zeigt. Aus beiden aber erkennt man, dass dieser Einfluss null wird, wenn die Winkelschenkel gleich lang sind, und dass er mit der Differenz dieser Längen so wie mit der Excentricität (e) selbst wächst. Für e = 0',4, l' = 100' und l = 200' wird w — w' = 412,5 Sec. = 6,9 Minuten.

Will man den Einfluss der Excentricität der Visirlinie auf die Winkelmessuug, welcher oft sehr gross werden kann, beseitigen, so kann dieses durch eine zweite Messung des Winkels geschehen, nachdem man vorher das Diopter durchgeschlagen, d. h. in die entgegengesetzte Richtung gedreht hat, ohne an dem Stande des Gestells das Geringste zu ändern. Unter dieser Voraussetzung liefert die zweite (nach der Anleitung zur ersten vorzunehmende) Messung den Winkel

$$w = w'' - v' + v \tag{95}$$

worin w'' die Differenz der beiden Ablesungen α' und α'', welche an dem Nordende der Nadel gemacht wurden, vorstellt. Addirt man diese Gleichung zu der mit (92) bezeichneten, so folgt aus beiden der gesuchte Winkel

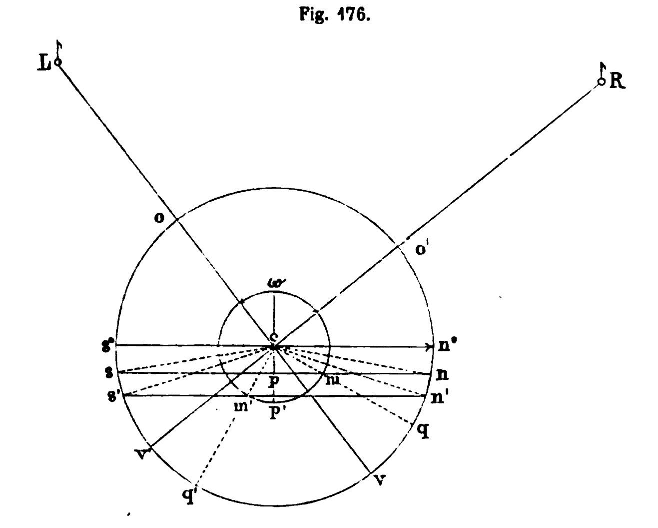
$$w = \frac{1}{2}(w' + w'')$$

d. h. man findet mit einer Bussole, deren Visirlinie eine Excentricität besitzt, die wahre Grösse eines Winkels aus dem arithmetischen Mittel zweier Messungen, von denen die letztere mit durchgeschlagenem Diopter vorgenommen wurde.

Es versteht sich von selbst, dass der Einfluss der Excentricität der Visirlinie, wenn diese an einem Instrumente nicht absichtlich, sondern zufällig vorhanden ist, wie es z. B. an der in Fig. 168 abgebildeten Bussole der Fall sein kann, ebenfalls nach der Gleichung (94) berechnet wird. Es ist aber auch klar, dass in einem solchen Falle, wo e ausserordentlich klein ist, die Grösse dieses Einflusses auf einen gemessenen Winkel so wenig beträgt, dass sie weit innerhalb der Grenzen der Genauigkeit einer Bussole liegt und daher wohl immer vernachlässigt werden kann.

§. 138. **Excentricität der Nadel.** Wir nehmen jetzt an, die Axe des Zapfens und die Visirebene gehen durch den Mittelpunkt c des Gradrings, der Nadelstift aber stehe um eine kleine Grösse c m = e ausserhalb jenes Mittelpunkts. Der Einfluss einer solchen Excentricität der Nadel auf einen zu messenden Winkel L c R (Fig. 176) lässt sich wie folgt berechnen.

Fig. 176.



Bei der Einstellung auf den linken Schenkel L steht die Nadel in m und hat die Richtung n m s, die Ablesung am Nordende entspricht dem Bogen o n = a'; wird auf den rechten Schenkel R eingestellt, so bewegt sich der Nadelstift von m nach m', wobei m c m' = w und c m = c m' = e ist. Die Nadel kommt also in die zu n m s parallele Lage n' m' s', und die

Ablesung am Nordende derselben wird $a'' = \text{arc } o' n' = o' n + n n' = o' n + \delta$, wenn man den Winkel $n c n'$ mit δ bezeichnet. Nun ist aber der gesuchte Winkel

$$w = o c n + n c n' - o' c n' = a' + \delta - a'' = a' - a'' + \delta$$

und es ergibt somit die Differenz der Ablesungen $a' - a''$ nicht sofort den richtigen Winkel w, sondern $w - \delta$.

Würde man bei beiden Einstellungen jedesmal auch am Südende der Nadel abgelesen haben, so hätte man für den linken Schenkel $a_1 = 180^0 + v c s$, für den rechten Schenkel $a_2 = 180^0 + v' c s'$ und den Winkel

$$w = v c s - s c s' - v' c s' = a_1 - \delta - a_2 = a_1 - a_2 - \delta$$

erhalten. Beide Ausdrücke für w addirt findet man

$$w = \tfrac{1}{2} (a' - a'' + a_1 - a_2) \qquad (95)$$

d. h. der gesuchte Winkel w wird auch mit einer excentrischen Nadel fehlerfrei erhalten, wenn man aus den an beiden Nadelenden gefundenen Werthen von w das arithmetische Mittel nimmt.

Der Fehler δ, welchen man begeht, wenn man nur ein Nadelende benützt, kann leicht berechnet werden. Setzt man nämlich den Winkel $n^0 c n = c n s = \varphi'$ und $n^0 c n' = c n' s' = \varphi''$ und nennt man den Winkel $n^0 c m = n' m p$, welchen die Richtung c m mit dem magnetischen Meridian bildet, ψ, so ergibt sich aus der Figur sofort $\delta = \varphi'' - \varphi'$ und wegen Kleinheit der Winkel φ' und φ'':

$$\frac{\sin(\psi + w)}{\sin \psi} = \frac{\sin \varphi''}{\sin \varphi'} = \frac{\varphi''}{\varphi'}.$$

Hieraus folgt weiter, wenn man auf beiden Seiten 1 abzieht:

$$\delta = \frac{\varphi'}{\sin \psi} (\sin(\psi + w) - \sin \psi)$$

und da für den Halbmesser $cn = cn' = r$ aus dem $\Delta\, c m n'$ die Proportion $\sin \varphi' : \sin \psi = e : r$ oder auch $\varphi' \sin 1'' : \sin \psi = e : r$ gilt: so wird schliesslich

$$\delta = \frac{e(\sin(\psi + w) - \sin \psi)}{r \sin 1''} = \frac{2 e \sin \frac{1}{2} w \cos(\psi + \frac{1}{2} w)}{r \sin 1''}. \qquad (96)$$

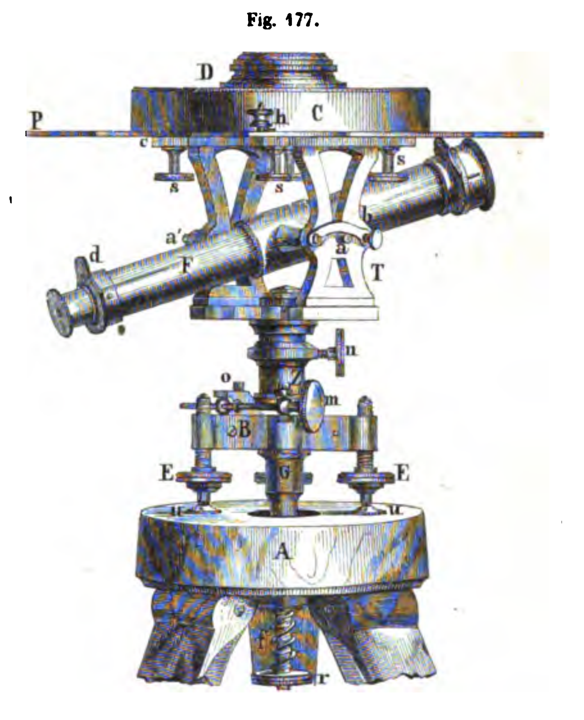
Für $\psi = 0$, $w = 90^0$, $e = 0{,}5^{mm}$ und $r = 50^{mm}$ wird $\delta = 2062'',6 = 34'22'',6$; hieraus geht wohl der nachtheilige Einfluss der excentrischen Aufstellung der Nadel und die Nothwendigkeit der doppelten Ablesung deutlich genug hervor.

§. 139. **Bussole von Breithaupt.** Nach der vorausgehenden Auseinandersetzung des Wesens der Feldbussole bedarf die in Fig 177 versinnlichte Einrichtung nur einer kurzen Erläuterung.

Der Compass (C) ist wie bei der Ertel'schen Bussole beschaffen. Mit den 4 Schräubchen s, s wird die Gehäusplatte P an die Scheibe c der beiden Träger T, T so befestigt, dass sie gegen die Axe des Centralzapfens Z senkrecht steht. Die Dosenlibelle D, welche auf dem Glasdeckel ruht, dient zur Horizontalstellung des Gehäuses.

Ein Fernrohr (F) von kurzer Brennweite und ganz einfacher Construction vertritt hier die Stelle des Diopters. Seine Drehaxe (a a') ruht in den Trägern T, T, welche gestatten, es auszuheben und umzusetzen oder durchzuschlagen. Die Visirlinie bewegt sich bei der Drehung des Rohrs um die horizontale Axe a a' in einer Verticalebene, welche durch die Axe des Centralzapfens und den Durchmesser 0⁰—180⁰ des Gradrings bestimmt ist. Durch die Schliessen b, b wird die Drehaxe in ihrer Stellung festgehalten.

Fig. 177.



Das Gestell (A), wie das Ertel'sche aus drei Beinen und einer Kopfplatte bestehend, trägt einen Dreifuss (B), welcher durch den Ansatz G und die Schraube r mit der Kopfplatte A verbunden ist. Da der Dreifuss wegen der Horizontalstellung des Gehäuses, die durch drei Fussschrauben (E, E) bewirkt wird, eine mässige Verticalbewegung haben muss, so liegt die Schraube r nicht dicht an der Platte A, sondern an einer zwischen beide gestellten Spiralfeder f, welche sich um G windet. Auf diese Weise wird der Dreifuss am Gestelle festgehalten, ohne dass bei seiner Bewegung eine für ihn nachtheilige Spannung entsteht. Die Horizontaldrehung geschieht um den Centralzapfen Z. Diese Drehung fordert die Lüftung der Schraube n, welche gegen den Zapfen drückt. Nachdem man durch die grobe Drehung das Fernrohr gegen den anzuvisirenden Punkt gerichtet hat, kann man es mit Hilfe der Mikrometerschraube m genau einstellen, wenn die grobe Drehung durch Anziehen der Schraube n gehemmt ist.

Was den Gebrauch, die Prüfung und Berichtigung dieser Bussole betrifft, so gilt hier alles, was darüber in den §§. 133 bis 135 gesagt wurde, wenn man sich darin nur „Fernrohr" statt „Diopter" gesetzt denkt und berücksichtigt, dass die Visirlinie des ersteren durch den Schnittpunkt des Fadenkreuzes und den optischen Mittelpunkt der Objectivlinse bestimmt wird.

Die Orientirbussole.

§. 140. Von den meisten geometrischen Aufnahmen wird verlangt, dass sie die Lage der aufgenommenen Punkte nicht bloss unter sich, sondern auch gegen bestimmte Richtungen, z. B. die Himmelsgegenden, darstellen. Man findet desshalb auf den Plänen fast immer die Mittagslinie und die Senkrechte darauf angegeben. Andererseits ist es für die Aufstellung des Messtisches auf dem Felde oft sehr erwünscht, die Richtung des magnetischen Meridians zu kennen. Zur Angabe dieser Richtung und der Mittagslinie für eine Messtischaufnahme, welche keinen Theil einer grösseren Vermessung ausmacht und folglich nicht auf ein Dreiecksnetz gegründet ist,[1] bedient man sich der Orientirbussole, welche aus einem parallelepipedischen Kästchen (von etwa 18^{cm} Länge, 9^{cm} Breite, 3^{cm} Höhe), worin sich eine Magnetnadel und zwei eingetheilte Kreisbögen befinden, besteht. Die Nadel ist wie bei der Feldbussole eingerichtet und wird wie dort mit dem sie tragenden Stifte in und ausser Verbindung gesetzt und auf ihre Empfindlichkeit geprüft. Die beiden Kreisbögen sind Theile eines Gradrings, der im Nadelstifte seinen Mittelpunkt hat, und liegen an den schmalen Seiten des Kästchens. Der Durchmesser dieser Bögen, welcher mit den Langseiten der Bodenplatte des Kästchens parallel läuft, wird durch eine schwarze Linie auf der Bodenfläche sichtbar gemacht und gewöhnlich mit S N bezeichnet. Dreht man das Kästchen so, dass die Nadel die Linie S N deckt, so stehen die Langseiten der Bodenplatte, welche als Lineale dienen, in der Richtung des magnetischen Meridians. Die Nullpunkte der beiden Kreisbögen liegen in dem Durchmesser S N; von ihnen aus werden nach beiden Seiten hin etwa 10 bis 15 Grade auf die Bögen gezeichnet.

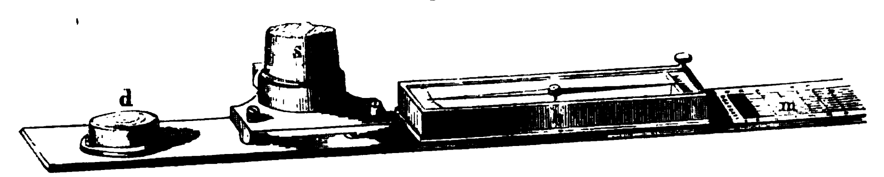
Soll mit Hilfe des eben beschriebenen Werkzeugs eine Messtischaufnahme nach den Himmelsgegenden orientirt werden, so verfahre man folgendermassen. Zunächst stelle man den Messtisch über einen beliebigen Punkte P des Felds so auf, dass der Punkt p der Aufnahme, welcher das Bild von P ist, lothrecht über P liegt, und dass nach der Horizontalstellung des Blatts eine Seite p q des Plans mit der auf dem Felde gegebenen Seite P Q, wovon jene wiederum das Bild ist, in eine Verticalebene fällt. Durch diese nach §. 124 zu vollziehende Arbeit wird die gezeichnete Figur mit der natürlichen, welche sie verjüngt darstellt, parallel gemacht: die Bildseiten haben folglich gegen die Himmelsgegenden dieselbe Lage wie die entsprechenden Seiten des natürlichen Grundrisses. Dreht man hierauf die auf den Plan gestellte Orientirbussole so lange seitwärts, bis die Nadel einspielt, d. h. die Linie S N deckt, und zieht an einer Langseite der Bodenplatte eine feine Linie, so bezeichnet diese den magnetischen Meridian. Ist nun für den gegebenen Ort und zur Zeit der Beobachtung die Abweichung der Nadel bekannt, so trägt man die Grösse derselben an die

[1] Wenn einer Messtischaufnahme ein Dreiecksnetz zu Grunde liegt, so ist die Lage aller aufgenommenen Punkte gegen die Mittagslinie aus diesem Netze bekannt, wie später gezeigt wird.

eben gezogene Linie, womit die gestellte Aufgabe insofern gelöst ist, als der neue Winkelschenkel, den man dadurch erhält, die Mittagslinie bezeichnet.

In neuerer Zeit verbindet man die Orientirbussole sofort mit der Kippregel, indem man das etwa 12cm lange und 4cm breite Kästchen so auf das Lineal schraubt, dass der Durchmesser S N mit der Kante desselben parallel ist. Und da man den Träger des Fernrohrs nicht mehr in die Mitte des Lineals setzt und dieses selbst etwas länger als bisher macht, so bleibt auch noch Platz auf demselben für einen verjüngten Massstab, wie Fig. 178

Fig. 178.



zeigt, wo m diesen Massstab, b die Bussole, s den Fernrohrträger und d eine Dosenlibelle vorstellt.

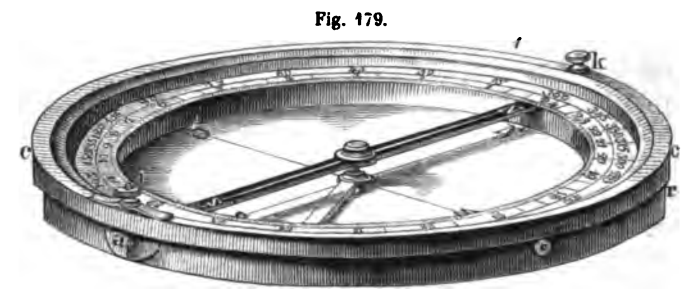
Schliesslich ist nur noch zu bemerken, dass man denselben Zweck, welcher eben durch die Orientirbussole erreicht wurde, auch durch die Feldbussole erfüllen kann: entweder indem man das Gehäus von dem Gestelle abschraubt und die mit der Linie S N oder dem Durchmesser 0°—180° des Gradrings parallel laufenden Seiten der Bodenplatte gerade so wie die Langseiten des Kästchens der Orientirbussole benützt; oder aber indem man die Neigung einer Seite der aufgenommenen Figur gegen den magnetischen Meridian auf bekannte Weise misst, mit Hilfe der für Ort und Zeit gegebenen Abweichung der Magnetnadel auf die Mittagslinie bezieht, und diesen Neigungswinkel an jene Seite richtig anträgt.

Der Hängecompass.

§. 141. Was für den Feldmesser die in §. 133 beschriebene Bussole, ist für den Markscheider der Hängecompass, nämlich ein Mittel, wagrechte Winkel zweier beliebiger Richtungen und dergleichen Neigungswinkel einzelner Linien gegen die Magnet- oder die Mittagslinie zu messen. Während aber jener seine Bussole auf einem versetzbaren Gestelle befestigen kann, muss dieser seinen Compass an eine ausgespannte Schnur hängen, welche den Winkelschenkel, dessen Lage bestimmt werden soll, vorstellt. Diese Forderung bringt die Beschaffenheit der Bergwerke mit sich, welche nicht an allen Punkten das Aufstellen von Stativen gestattet. Da, wie eben bemerkt, bei Messungen mit dem Hängecompass die Winkelschenkel durch ausgespannte Schnüre angegeben werden, so bedarf dieses Werkzeug selbstverständlich keines Diopters, wesshalb es nur aus zwei Theilen besteht: dem Compass und dem Hängezeug.

Der Compass ist, wie Fig. 179 zeigt, von dem der Feldbussole nicht wesentlich verschieden; nur die Eintheilung des Rings ist theilweise eine andere. Die meisten Bergleute sind nämlich von alter Zeit her gewohnt,

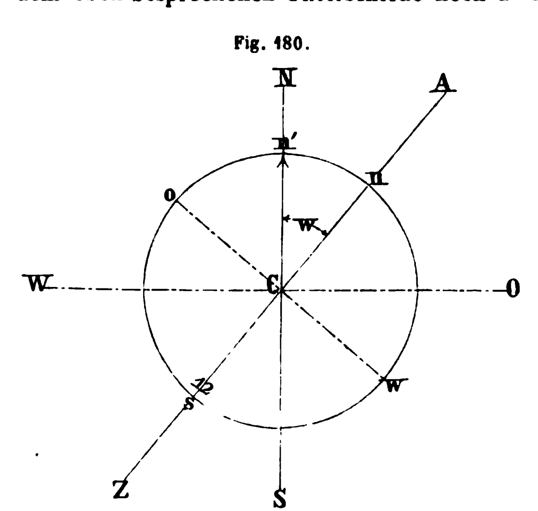
Fig. 179.



die Winkel, welche gegebene Richtungen mit der Magnetlinie einschliessen, nicht nach Graden, sondern nach „Stunden" anzugeben, von denen eine der 24ste Theil eines Kreises oder ein Winkel von 15 Graden ist. Eine Stunde wird je nach Herkommen oder Verordnung entweder in Viertel, Achtel, Sechzehntel u. s. w. oder in 15 ganze und 30 halbe Grade eingetheilt. Die letztere Eintheilung ist jetzt die vorherrschende und verdient um so mehr den Vorzug, als sie mit der gewöhnlichen Kreiseintheilung zusammentrifft. Wir werden vorzugsweise nur diese berücksichtigen.

Vergleicht man die in der voranstehenden Figur abgebildete Eintheilung des Grubencompasses mit jener der Feldbussole, so ergeben sich ausser dem eben besprochenen Unterschiede noch zwei andere, von denen der eine in der Verwechselung der Bezeichnungen Ost und West, und der zweite in der entgegengesetzten, von rechts nach links laufenden Bezifferung liegt. Diese Verschiedenheiten erklären sich aber durch den Gebrauch des Grubencompasses.

Fig. 180.



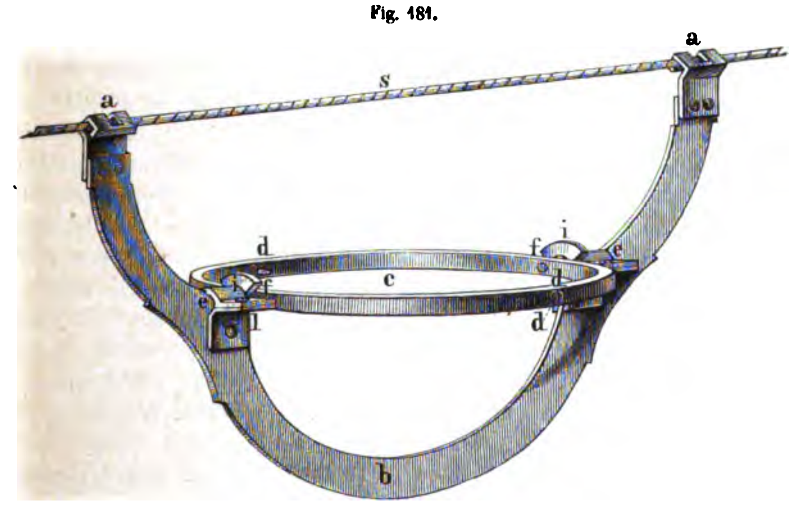
Gesetzt nämlich, es sei der Horizontalwinkel, welchen in Fig. 180 die Linie A C mit der Magnetlinie S N einschliesst, d. i. der Streichwinkel A C N = w zu bestimmen: so wird der Durchmesser S N des Theilrings, welcher mit Stunde 0 (0^h) und Stunde 12 (12^h) bezeichnet ist, in die gegebene Richtung C A gestellt und am Nordende (n') der Nadel, welche in die Magnetlinie S N fällt, abgelesen. Wäre nun der Kreis wie das

Zifferblatt einer Uhr von links nach rechts beziffert, so würde die Ablesung für den Winkel A C N den Bogen n w s n' liefern, und man müsste diese Ablesung von 24 abziehen, um den gesuchten Bogen n n' in Stunden zu erhalten. Zählt man aber von n aus nach links, so erhält man durch die Ablesung bei n' sofort den gesuchten Bogen n n', welcher das Mass des Winkels A C N ist. Dieser Winkel liegt in dem vorliegenden Falle offenbar auf der Ostseite der Nadel; würden aber auf der Bodenplatte des Compasses West und Ost nicht mit einander verwechselt sein, so ergäbe die Ablesung den Winkel A C N westlich und man hätte in der Aufzeichnung östlich dafür zu setzen. Um nun den Irrthümern, die sich hieraus ergeben können, ein für allemal vorzubeugen, bezeichnet man die Himmelsgegenden so, wie oben und in der Fig. 180 angegeben.

Wenn, wie in Fig. 179 angenommen, die Kreistheilung von 0^h bis 24^h geht und ein für allemal festgesetzt wird, dass die Zählung von rechts nach links läuft, so kann man die Bezeichnung der Lage der Winkel gegen die Magnetlinie ganz weglassen, da dieselbe schon durch die Grösse der Ablesung bestimmt ist, insofern die Stunden von 0 bis 12 östlichen und die übrigen westlichen Lagen angehören. Wo aber der Kreis in zweimal 12 Stunden eingetheilt wird, welche von demselben Nullpunkte ausgehen und in entgegengesetzten Richtungen fortschreiten, ist die Bestimmung der östlichen oder westlichen Lage des Winkels unumgänglich nöthig.

Das Hängezeug, welches in Fig. 181 des Raums wegen in kleinerem

Fig. 181.



Massstabe dargestellt ist als der zugehörige Compass (Fig. 179), besteht aus zwei rechtwinklig verbundenen Stücken, dem Hängebogen (b) und dem Hängekranz (c). Beide sind aus hart geschlagenem Messing gearbeitet. Der Hängebogen ist etwa 1 Millimeter dick und 15 Millimeter breit; seine Oeffnung richtet sich nach der Grösse des Hängekranzes, und diese nach dem

Durchmesser des Compasses; die Haken a, a dienen zum Aufhängen des Instruments an einer festgespannten Schnur. Der Hängekranz wird ungefähr doppelt so dick und halb so breit gemacht als der Hängebogen; er ist winkelrecht abgedreht und hat an den Enden eines Durchmessers zwei cylindrische Zapfen (e, e) mit scheibenförmigen Ansätzen (i, i), um welche er sich in den am Hängebogen festgeschraubten Lagern (l, l) drehen kann. In einem zweiten auf dem ersten senkrecht stehenden Durchmesser liegen zwei Körner (d, d), welche den in der Richtung O W oder 6^h — 18^h mit entsprechenden Vertiefungen (o, o) versehenen Compass so aufnehmen, dass eine Drehung desselben um die Axe d, d oder die Ostwestlinie möglich ist. Durch diese Bewegung und jene um die Axe e, e oder die Südnordlinie des Hängerings kann der Compass (Fig. 179) leicht horizontal gestellt werden. Der Drehung des Hängekranzes sind übrigens durch die Ansätze i, i der Zapfen ziemlich enge Grenzen gesteckt; denn wenn die Anschläge f, f der Scheiben i, i auf die Lager l, l zu liegen kommen, so hört die Bewegung auf. An älteren Hängeinstrumenten ist der Kranz gar nicht beweglich, sondern sofort rechtwinklig mit dem Hängebogen zusammengeschraubt, was unseres Erachtens gerade so gut ist als die neuere Einrichtung.

§. 142. **Gebrauch des Hängecompasses.** Soll mit dem eben beschriebenen Hängecompass der Horizontalwinkel (r c l) zweier Richtungen in einem Bergwerke bestimmt werden, so spanne man zunächst die Schnur nach dem rechten Schenkel aus und hänge an dieselbe das Instrument so, dass der Nordpunkt N des Compasses vom Scheitel des Winkels abgewendet ist. Hierauf sehe man zu, ob der Stundenring wagrecht liegt, was man, wie bei der Feldbussole, durch die Nadel erkennen kann; sanfte Drehungen um die Axen d, d oder e, e werden allenfallsige Abweichungen beseitigen. Ist die Nadel zur Ruhe gekommen, so lese man an ihrem Nordende (n) ab und bemerke das Ergebniss dieser Ablesung (a'). Dasselbe Verfahren wiederhole man am linken Schenkel. Die hierbei erhaltene Ablesung a'' bestimmt den Streichwinkel des linken, so wie a' den Streichwinkel des rechten Schenkels: der Unterschied a' — a'' ist der gesuchte Winkel in dem Falle, dass das Streichen beider Schenkel zugleich östlich oder zugleich westlich ist; liegt aber der rechte Schenkel östlich und der linke westlich, so muss man zu der negativen Differenz a' — a'' noch 360^0 oder 24^h addiren, um den verlangten Winkel zu finden. Das Bestimmen dieses Winkels aus den Ablesungen ist also dasselbe, welches wir bei der Feldbussole schon kennen gelernt haben; nur bezeichnet hier a' die Ablesung für den rechten und dort für den linken Schenkel. Dieses Voranstellen des rechten Schenkels ist bei Messungen mit dem Hängecompass desshalb nöthig, weil seine Bezifferung den entgegengesetzten Lauf von jener der Feldbussole hat, aus Gründen, von denen später (bei den Messungen) die Rede ist.

§. 143. **Prüfung und Berichtigung.** Nachdem man den Compass für sich wie früher untersucht hat, ob der Stundenring richtig getheilt, das

Gehäus eisenfrei, die Nadel empfindlich und nicht excentrisch ist: prüft man ihn in seiner Verbindung mit dem Hängezeuge weiter noch auf folgende Eigenschaften:

1) ob die Magnetnadel horizontal schwebt;

2) ob der Stundenring des Compasses eine wagrechte Lage annimmt;

3) ob die Südnord- oder zwölfte Stundenlinie des Compasses in der lothrechten Ebene der Schnur liegt.

Zu 1. Ob die Magnetnadel ruhend eine wagrechte Lage annimmt, erfährt man dadurch, dass man das Instrument an eine von Ost nach West gespannte Schnur hängt und beobachtet, wie die Nadelenden gegen die Ebene des Stundenrings liegen. Zeigt sich, dass die Nadelspitzen in dieser Ebene liegen, so kann man noch nicht mit Sicherheit annehmen, dass die Nadel selbst wagrecht liegt, weil es möglich wäre, dass der Stundenring in der Richtung der Nadel dieselbe Neigung gegen den Horizont hätte wie diese. Man muss desshalb, um hierüber klar zu werden, das Instrument umhängen (d. h. die Plätze der Haken vertauschen) und die Nadel abermals beobachten. Liegt sie diesesmal wieder in der Ebene des Stundenrings, so hat sie offenbar eine wagrechte Lage und ist Nichts an ihr zu verbessern; bildet aber ihr Rücken mit der Ringebene einen Winkel, so zeigt dieser den doppelten Fehler in der Lage der Nadel an: die eine Hälfte dieses Winkels wird alsdann an der Nadel, die andere an dem Hängekranz verbessert. Der Beweis dieser Behauptung ist so einfach, dass wir ihn übergehen zu dürfen glauben. Die Berichtigung der Nadel geschieht durch Beschwerung der Hälfte, welche sich erhebt, oder durch Leichtermachen derjenigen Hälfte, welche sich senkt; und was den Hängekranz betrifft, so muss man seine Stellung gegen den Bogen ebenfalls dadurch verbessern, dass man dessen eine Hälfte leichter oder schwerer macht. Zeigt sich gleich bei dem ersten Aufhängen, dass die Ebenen der Nadel und des Stundenrings nicht zusammenfallen, so liegt der Fehler entweder in der Nadel, oder in dem Ringe, oder in beiden zugleich. Man verbessere daher zunächst die Nadel durch Ankleben von etwas Wachs so, dass sie in die Ebene des Rings einspielt, hänge hierauf das Instrument um und verfahre weiter wie vorhin.

Zu 2. Daraus, dass der Compass nach dem oben beschriebenen Verfahren in der Richtung seiner Drehaxe d, d horizontal gestellt worden, folgt noch nicht, dass sein Stundenring in einer wagrechten Ebene liegt. Man muss desshalb, nachdem die Nadel untersucht worden, die Schnur in die Magnetlinie spannen und zusehen, ob nach eingetretener Ruhe die Nadelenden in der Ebene des Rings liegen. Fallen sie in diese Ebene, so ist dieselbe wagrecht; ausserdem aber ist entweder die Masse des Compassgehäuses zu beiden Seiten der Drehaxe d, d nicht gleich vertheilt, oder diese Axe geht nicht genau durch den Mittelpunkt des Kreises, oder aber die Reibung der Axe ist zu gross. In dem ersten Falle müsste das Gehäus auf der schwereren Seite etwas abgeschliffen werden, in dem zweiten hätte

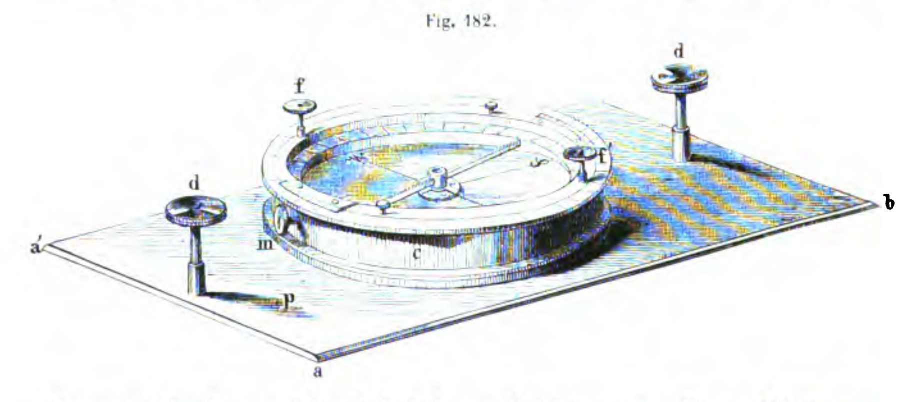
man eines von den Löchern o, o der Büchse zu versetzen, und in dem dritten wäre die Reibung an den Körnern d, d zu vermindern. Welcher dieser drei Fälle stattfindet, oder, wenn sie gleichzeitig auftreten, welcher von ihnen vorwiegt, findet man durch einfache Versuche bald heraus. Wir bemerken hierzu bloss, dass es für die Untersuchung der Axenlage genügt, mit einem Zirkel nachzumessen, ob der Hängekranz genau in vier gleiche Theile getheilt ist und zuzusehen, ob die Axen durch diese Theilpunkte gehen. Ist dieses der Fall und stellt sich der Stundenring immer in gleicher Weise gegen die Nadel, wenn man den Compass um seine Axe d, d ein wenig dreht, so kann der Fehler nur in der ungleichen Vertheilung der Büchsenmasse liegen. Steht aber der Stundenring, nach einer kurzen Bewegung des Compasses, bald höher bald tiefer als ein und dasselbe Ende der Nadel, so ist die Reibung an der Axe d, d zu gross.

Zu 3. Die Untersuchung, ob die zwölfte Stundenlinie (oder der Durchmesser $0^h - 12^h = 0^0 - 180^0$) in der durch die Schnur gelegt gedachten lothrechten Ebene liegt, setzt, wenn sie mit Zuverlässigkeit gemacht werden soll, die Kenntniss der Mittagslinie und der magnetischen Abweichung an dem Orte der Untersuchung voraus. Sind diese bekannt, so spanne man eine Schnur in die Mittagslinie und lese nach eingetretener Ruhe den Stand der Nadel am Nordende ab. Findet man hierdurch dieselbe Abweichung, welche nach den magnetischen Beobachtungen für die Zeit und den Ort der Messung gilt, so ist der Stundenring richtig eingesetzt; ausserdem aber muss er so lange versetzt werden, bis die beobachtete magnetische Abweichung mit der gegebenen übereinstimmt.

Das Zulegezeug.

§. 144. Unter dieser Bezeichnung verstehen die Markscheider eine Vorrichtung zum Eintragen von Neigungswinkeln gegen die Magnetlinie in Pläne,

Fig. 182.



oder zur Abnahme solcher Winkel aus Zeichnungen. Dieses Werkzeug, welches auch Auftraginstrument heisst, besteht nach Fig. 182 aus einer

rechteckigen Messingplatte (p) von 18 bis 24cm Länge, 12 bis 15cm Breite, 3 bis 4mm Dicke, und aus einem in deren Mitte befindlichen und senkrecht darauf stehenden Kranze (c), welcher weit und hoch genug ist, den Compass des Hängezeugs (Fig. 179) in sich aufzunehmen. Dieser Compass wird so eingesetzt, dass die zwölfte Stundenlinie (0^h — 12^h) oder der Durchmesser 0^0 — 180^0 mit den Langseiten (a b, a' b') der rechteckigen Zulegeplatte, welche wie ein Lineal zu gebrauchen ist, parallel läuft. Um dieses mit der nöthigen Genauigkeit zu bewirken, dreht man den Compass in dem Zulegekranze so lange, bis zwei bestimmte an beiden Theilen befindliche Marken genau auf einander treffen, und macht ihn dann entweder mit einer Bremsschraube (m) oder durch irgend ein anderes Mittel fest.

Will man mit Hilfe des Zulegezeugs einen aufgenommenen Winkel (l c r) seiner Grösse und Lage nach bildlich darstellen, so braucht man nur auf dem horizontal gestellten Zeichnungsbrette die Kante der Zulegeplatte an den gegebenen Winkelscheitel (c) anzulegen und das Werkzeug um diesen Punkt so lange zu drehen, bis die Nadel dieselbe Stellung wie bei der Aufnahme des ersten Schenkels hat, also die gleiche Ablesung gibt. Zieht man alsdann längs der Kante eine feine Linie, so ist diese der eine Schenkel; den zweiten findet man in ähnlicher Weise, und aus beiden ergibt sich der ganze Winkel seiner Grösse nach. Will man die Neigung seiner Schenkel gegen die Magnetlinie darstellen, so drehe man die an c liegende Platte so lange, bis die Nadel in der zwölften Stundenlinie einspielt und ziehe an der Kante abermals eine Linie: diese ist nun der Magnetlinie parallel und bestimmt deren Lage gegen die Winkelschenkel.

Soll der Streichwinkel einer auf einem Plane gegebenen Richtung gefunden werden, so lege man diesen Plan horizontal und orientire ihn nach dem magnetischen Meridian, indem man die Zulegeplatte an die mit S N bezeichnete Magnetlinie des Plans anlegt und diesen so lange dreht, bis die Nadel mit der zwölften Stundenlinie zusammenfällt. Hierauf bringe man die Kante der Zulegeplatte an die gegebene Richtung und lese an dem Nordende der Nadel den gesuchten Winkel seiner Grösse und Lage nach ab.

Das Zulegezeug muss folgende Eigenschaften besitzen: erstens sollen die Längenkanten der Zulegeplatte gerade und parallele Linien, und zweitens diese Kanten der zwölften Stundenlinie des Compasses parallel sein.

Ob die erste dieser Eigenschaften vorhanden ist, erfährt man auf folgende Weise: Man befestige auf einem wagrecht stehenden ebenen Brette zwei feine Nadeln senkrecht und in etwas kleinerer Entfernung als die Zulegeplatte lang ist. Hieran lege man die eine Kante der Platte und drehe das Brett so weit, bis das Nordende der Nadel auf einen Theilstrich des Stundenrings genau einspielt. Alsdann bringe man die zweite Kante an die beiden Nadeln und lese nach eingetretener Ruhe der Nadel wieder an deren Nordende ab. Ist diese Ablesung von der ersten genau um 180^0 oder 12^h verschieden, so sind die Kanten der Zulegeplatte parallel, ausserdem aber

nicht, und es zeigt die Abweichung des Unterschieds beider Ablesungen von 180° oder 12h den Neigungswinkel der zwei Langkanten der Platte an.

Wenn man zur Prüfung des Zulegezeugs auf die zweite der oben angeführten Eigenschaften nicht das in Nr. 3 des vorigen Paragraphen beschriebene Verfahren, welches die Kenntniss der Mittagslinie und der eben stattfindenden magnetischen Abweichung voraussetzt, anwenden will, wobei man die Kante der Zulegeplatte in die Mittagslinie zu stellen hätte: so stelle man auf dem Felde einen Messtisch horizontal auf; richte mit der geprüften und richtig gestellten Kippregel eine ausgespannte Schnur genau in ihre Visirebene, oder umgekehrt diese in jene; messe das Streichen der Schnur mit dem Hängecompass; lege hierauf den Compass in das Zulegezeug und schiebe dieses vorsichtig an die Kante des unverrückt stehen gebliebenen Lineals der Kippregel. Zeigt hierbei die Nadel denselben Streichwinkel für die Linealkante an, so ist dieses offenbar ein Beweis dafür, dass diese und folglich auch die anliegende Kante der Zulegeplatte mit der zwölften Stundenlinie, von welcher die Zählung der Winkel ausgeht, parallel ist; weichen aber die Ablesungen am Hängecompass und in dem Zulegezeuge von einander ab, so gibt der Unterschied dieser Ablesungen den Neigungswinkel des Durchmessers 0h — 12h oder 0° — 180° gegen die Kante der Zulegeplatte an, vorausgesetzt, dass das Hängezeug wie die Kippregel berichtigt war.

Wenn man durch die eben beschriebenen Untersuchungen findet, dass die Kanten der Zulegeplatte entweder unter sich oder mit der zwölften Stundenlinie nicht parallel sind, so kann der Mechaniker solche Fehler leicht verbessern; wollte oder könnte man aber diese Verbesserungen nicht vornehmen lassen, so liesse sich auch mit dem fehlerhaften Zulegezeug unter folgenden Bedingungen richtig arbeiten. Erstens würde man hierbei immer nur eine und dieselbe Kante der Zulegeplatte benützen; zweitens brächte man beim Auftragen oder Abnehmen von Streichwinkeln den Neigungswinkel dieser Kante gegen die zwölfte Stundenlinie in der rechten Weise in Anrechnung; und drittens nähme man beim Auf- oder Abtragen von Winkeln, welche keine Streichwinkel sind, gar keine Rücksicht auf den vorhandenen Fehler, da dessen Einfluss auf jene Winkel nach §. 134 durch das bei dem Auf- oder Abtragen zu beobachtende Verfahren vernichtet wird.

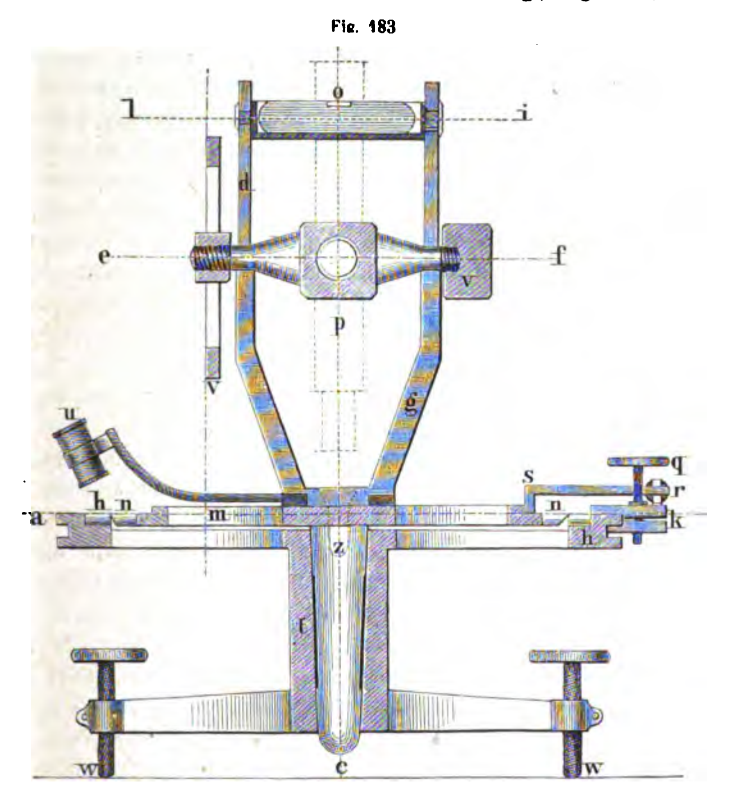
2. Die Theodolithen.

§. 145. Mit dem Worte Theodolith, dessen Ableitung nicht mit Bestimmtheit anzugeben ist,[1] bezeichnet man jedes Winkelmessinstrument mit

[1] Einige glauben, dass das Wort Theodolith zusammengesetzt sei: aus θέα das Anschauen, ὁδός der Weg und λίθος der Stein. Um diese Ableitung zu begreifen, muss man wissen, dass in früherer Zeit die Unterlagen, auf welche man die Theodolithen stellte, immer aus Stein bestanden. Einige andere Versuche über die Ableitung des Worts »Theodolith« findet man in Poggendorff's Annalen, Bd. 133, St. 1, S. 192 angegeben.

zwei eingetheilten Kreisen, welche senkrecht gegen einander und bei der Messung beziehlich horizontal und vertical stehen. Die Formen der Theodolithen sind sehr verschieden; ihrem Wesen nach zerfallen sie aber nur in zwei Gattungen: in einfache Theodolithen oder Theodolithen schlechtweg, und in Repetitionstheodolithen oder Wiederholungskreise. Wir wollen zunächst von diesen zwei Gattungen der Theodolithen eine allgemeine Anschauung geben und die Bedingungen erläutern, welche an jeder zu erfüllen sind, und hierauf die Einrichtung und den Gebrauch mehrerer Theodolithen im Einzelnen kennen lernen. Die Zeichnung, Fig. 183, auf welche

Fig. 183



sich die allgemeinen Erörterungen gründen, soll nur die wesentlichen Theile der in Rede stehenden Instrumente in ihrer gegenseitigen Stellung andeuten und bloss dazu dienen, den durch den Text zu erweckenden Vorstellungen mehr Bestimmtheit zu verleihen. Sie ist nur eine schematische Darstellung, keine wirkliche Abbildung eines der später zu beschreibenden Instrumente. [1]

[1] Der Verfasser sieht sich zu dieser Bemerkung veranlasst, da Manche die Fig. 183 unrichtig aufgefasst haben. Jeder aufmerksame Leser weiss aber, dass das Detail eines Instruments nicht verstanden wird, so lange die richtige Vorstellung von dem Zwecke der Hauptbestandtheile fehlt, und diese kann nur mit Vermeidung aller Nebendinge erweckt werden.

§. 146. **Der einfache Theodolith** hat im Allgemeinen folgende Einrichtung. Ein Kreis von Messing (h), der auf seiner Oberfläche mit einem Silberstreifen belegt und nach dem Gradmasse eingetheilt ist, steht durch Speichen mit einem massiven Untergestelle (t) in fester Verbindung. Dieses Gestell ist gewöhnlich ein Dreifuss, welcher auf Stellschrauben (w) ruht, durch deren Drehung seine Lage und folglich auch die des Kreises verändert wird. Mit diesen Schrauben kann der Kreis horizontal gestellt werden, und von dieser Lage hat er den Namen Horizontalkreis. Mit diesem Kreise liegt ein zweiter (m) in einer Ebene (a k). Dieser ist um eine durch den Mittelpunkt des Horizontalkreises gehende und auf ihm senkrecht stehende Axe (c z) drehbar; sein Rand schliesst sich genau an den feststehenden Horizontalkreis an. Durch Speichen steht er mit seiner massiven Axe (z) in fester Verbindung, und an den Enden eines Durchmessers trägt er zwei Nonien von Silber (n). Da er zur Zählung der Grade dient, um welche alle mit ihm fest verbundenen Stücke von einem Winkelschenkel zum anderen gedreht worden sind, so heisst er der Alhidadenkreis.[1] Senkrecht darauf steht ein fester Träger (g) für das Fernrohr (p). Dieser Träger geht entweder von der Mitte des Alhidadenkreises aus und spaltet sich oben in zwei Arme zur Aufnahme der Drehaxe (e f) des Fernrohrs, oder er besteht sofort von unten an aus zwei Theilen, zwischen denen sich das Fernrohr bewegen kann. Jedenfalls sollen seine Arme so hoch sein, dass man das Fernrohr durchschlagen kann. Das Fernrohr hat den Zweck, die Winkelschenkel auf den Horizontalkreis so zu projiciren, dass die Projectionen durch den Mittelpunkt dieses Kreises gehen. Es muss folglich die Visirlinie des Fernrohrs von der Alhidadenaxe geschnitten werden und auf der Drehaxe des Fernrohrs senkrecht stehen, diese Axe selbst aber mit dem Horizontalkreise parallel sein. Denn stünde die Visirlinie nicht senkrecht zur Drehaxe, so würde sie beim Auf- und Niederkippen des Fernrohrs keine Ebene, sondern eine Kegelfläche beschreiben; wäre die Drehaxe dem Horizontalkreise nicht parallel, so bildete die von der Visirlinie beschriebene Ebene keinen rechten Winkel mit der Ebene dieses Kreises; und schnitten sich die Visirlinie und die Alhidadenaxe nicht, so gingen die Projectionen der Winkelschenkel nicht durch den Mittelpunkt des Horizontalkreises, welcher lothrecht über dem Scheitel des zu messenden Winkels aufgestellt ist. Mit dem Fernrohre ist eine Röhrenlibelle (o) zur Horizontalstellung des Kreises verbunden. Diese Libelle ruht entweder auf dem Fernrohre selbst, oder steht oder hängt an dessen Drehaxe: im ersten Falle ist sie der Visirlinie, im zweiten der Drehaxe parallel. Die Wirkung einer solchen Libelle auf den Horizontalkreis ist leicht zu begreifen. Steht sie z. B auf der Drehaxe und wird sie durch die Stellschrauben des Dreifusses zum Einspielen gebracht, so ist der Kreis nach der Richtung ihrer Axe horizontal, weil er der Drehaxe parallel ist; dreht man diese Axe und mit

[1] Das Wort Alhidade ist nämlich nach Montucla gleichbedeutend mit Zähler.

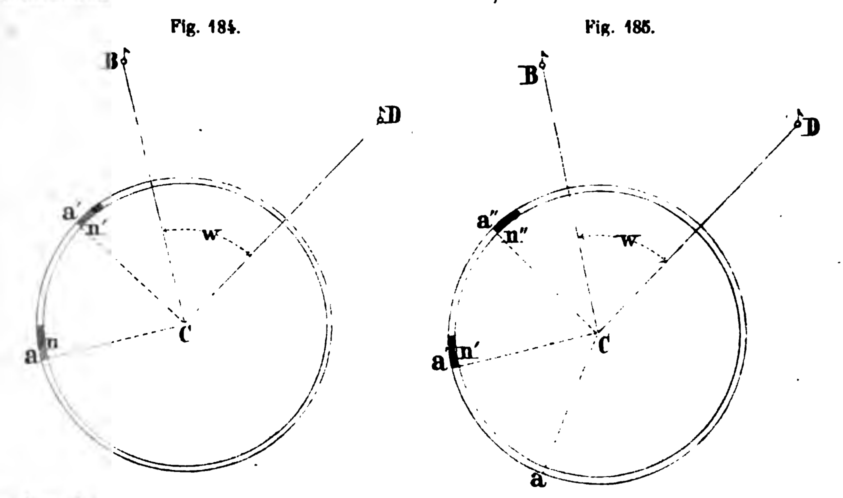
ihr die Libelle um einen rechten Winkel und bringt letztere wieder zum Einspielen, so ist der Kreis auch nach dieser zweiten Richtung und folglich im Ganzen horizontal, vorausgesetzt, dass an der wagrechten Lage der ersten Richtung Nichts geändert wurde, wovon man sich durch Zurückführen des Fernrohrs und der Libelle in die erste Stellung überzeugt. Ein mit der Drehaxe des Fernrohrs senkrecht verbundener getheilter Kreis, der Verticalkreis (v) steht lothrecht, sobald die Drehaxe wagrecht ist. Dieser Kreis macht alle Bewegungen des Fernrohrs mit; zur Messung derselben dienen zwei feststehende Nonien, welche in der Regel an den Enden eines mit dem Horizontalkreise parallelen Durchmessers liegen. Sollte nur ein Nonius angebracht sein, so befindet er sich gewöhnlich an dem unteren Ende eines lothrechten Durchmessers des Verticalkreises. Es versteht sich von selbst, dass man diesen Kreis eben so gut wie den Horizontalkreis unbeweglich machen und in ihm einen Alhidadenkreis anbringen könnte: bei einfachen Theodolithen zieht man jedoch die eben beschriebene Einrichtung vor. Da mit dem Verticalkreise eines solchen Instruments gewöhnlich nur Höhen- und Tiefenwinkel gemessen werden, so beziffert man die Eintheilung desselben in der Regel so, dass von den beiden Nullpunkten aus, welche der horizontalen Lage des Fernrohrs entsprechen, nach zwei entgegengesetzten Richtungen bis zu 90^0 fortgezählt wird. Diese Zahlen liegen folglich an den Enden eines Durchmessers, welcher auf dem ersten, der durch 0^0 geht, senkrecht steht, und entsprechen den grösstmöglichen Höhen- und Tiefenwinkeln. Als wichtige Nebenbestandtheile des Theodolithen sind noch zu erwähnen: erstens die Klemm- und Mikrometerschrauben, durch welche auf ähnliche Weise wie beim Messtische die grobe und feine Drehung des Vertical- und Alhidadenkreises bewirkt wird; und zweitens die Lupen (u, u), welche zum Ablesen an den beiden Kreisen dienen.

§. 147. **Der Repetitionstheodolith** unterscheidet sich von dem einfachen Theodolithen dadurch, dass er bei einmaliger Aufstellung und zweimaliger Ablesung ein beliebig grosses Vielfaches eines gegebenen Winkels zu messen gestattet, aus dem man durch Division leicht den einfachen Winkel finden kann. Die Absicht, welche man bei Anwendung dieses Verfahrens hat, ist die Verminderung des Einflusses der Beobachtungsfehler auf den gemessenen Winkel; und diese Absicht wird, wie Theorie und Erfahrung lehren, unter gewissen Bedingungen in befriedigender Weise erreicht. Das Verfahren, die Winkel durch Repetition zu messen, wurde im Jahre 1752 zuerst von Tobias Mayer d. Ä. angegeben und einige Jahre später von Borda in etwas veränderter Gestalt unter dem Namen der doppelten Repetition oder Multiplication in die astronomische Praxis eingeführt. Zum besseren Verständnisse des Folgenden müssen wir die Methode der einfachen Repetition, welche sich allein in der Anwendung erhalten hat, erörtern.

Soll der Winkel BCD durch Repetition gemessen werden, so stelle man den Theodolithen centrisch über dem Scheitel C auf und bringe den Horizontalkreis (h) in die wagrechte Lage. Hierauf richte man das Fern-

rohr auf das linke Signal B ein und lese am Nonius (n) des Alhidadenkreises den Bogen a ab. Ohne den Horizontalkreis zu verrücken, führe man nun das Fernrohr nach dem Signal D und stelle das Fadenkreuz genau ein. Dadurch ist der Nonius von a nach a′ gegangen. Würde man den Bogen a′ ablesen, so gäbe der Unterschied a′ — a den einfachen Winkel B C D mit den nicht zu vermeidenden Beobachtungsfehlern. Man liest aber a′ nicht ab, sondern führt jetzt, indem man den Alhidadenkreis an dem Horizontalkreise festklemmt, diesen und jenen so weit von rechts nach links, bis das Fernrohr genau wieder auf das Signal B gerichtet ist. Dadurch kommt der Punkt a′ des Horizontalkreises dahin, wo vorher a war, und die Fig. 184 geht in Fig. 185 über. Die Fortsetzung des Verfahrens besteht darin, dass man den Horizontalkreis wieder feststellt und den gelösten Alhidadenkreis von links nach rechts führt, bis das Fadenkreuz des Fern-

Fig. 184. Fig. 185.



rohrs das Signal D schneidet. In Folge dieser Drehung kommt der Nonius an den Punkt a″ des Horizontalkreises. Will man hiermit die Repetition beschliessen, so liest man in a″ ab und dividirt den Bogen a″ — a, welcher offenbar den doppelten Winkel B C D vorstellt, durch 2, um den einfachen Winkel B C D zu erhalten. Auf diese Weise kann man das 10, 20, 30-, überhaupt das n fache eines Winkels messen und hieraus durch Division mit 10, 20, 30, . . . n den einfachen Winkel finden. Ueberschreitet der Nonius den Nullpunkt der Theilung, so muss zu der letzten Ablesung, welche a_n heissen soll, so viel mal 360° addirt werden, als der Nonius den Nullpunkt des Horizontalkreises überschritten hat. Ist dieses bei n maliger Repetition m mal geschehen, so ist der gesuchte Winkel

$$w = \frac{360\,m + a_n - a}{n} \tag{97}$$

Nach den vorausgehenden Erklärungen begreift man, dass der wesentliche Unterschied zwischen einem einfachen und einem repetirenden Theo-

dolithen darin liegt, dass bei diesem auch der Horizontalkreis um eine lothrechte Axe drehbar ist. Diese Drehbarkeit des Horizontalkreises wird nach Fig. 195 in folgender Weise bewirkt. In der Centralbüchse (t) des Dreifusses (δ) dreht sich ein hohler Zapfen (η) mit grösster Genauigkeit um seine Mittellinie. An diesem Zapfen ist der Horizontalkreis (h) in senkrechter Richtung befestigt. Die grobe Drehung dieses Zapfens und Kreises wird durch eine Klemme aufgehoben, welche mit der Centralbüchse in Verbindung steht; durch eine Mikrometerschraube ist alsdann noch eine feine Drehung möglich. In der Höhlung des Zapfens für den Horizontalkreis steckt der massive Zapfen (ζ) des Alhidadenkreises (h') so, dass die Axen beider Zapfen ganz genau zusammenfallen. Der Alhidadenkreis wird hier wie bei dem einfachen Theodolithen an dem Horizontalkreise gebremst und durch eine Mikrometerschraube fein gedreht. An der Alhidade der Wiederholungkreise sind in der Regel vier Nonien angebracht, welche um 90° von einander abstehen. Die Absicht, in welcher dieses geschieht, ist die Verminderung des Einflusses allenfallsiger Excentricitäts- und Theilungsfehler auf die Messung, indem man annehmen darf, dass das arithmetische Mittel aus vier Ablesungen der Wahrheit näher kommt als jenes aus zweien.

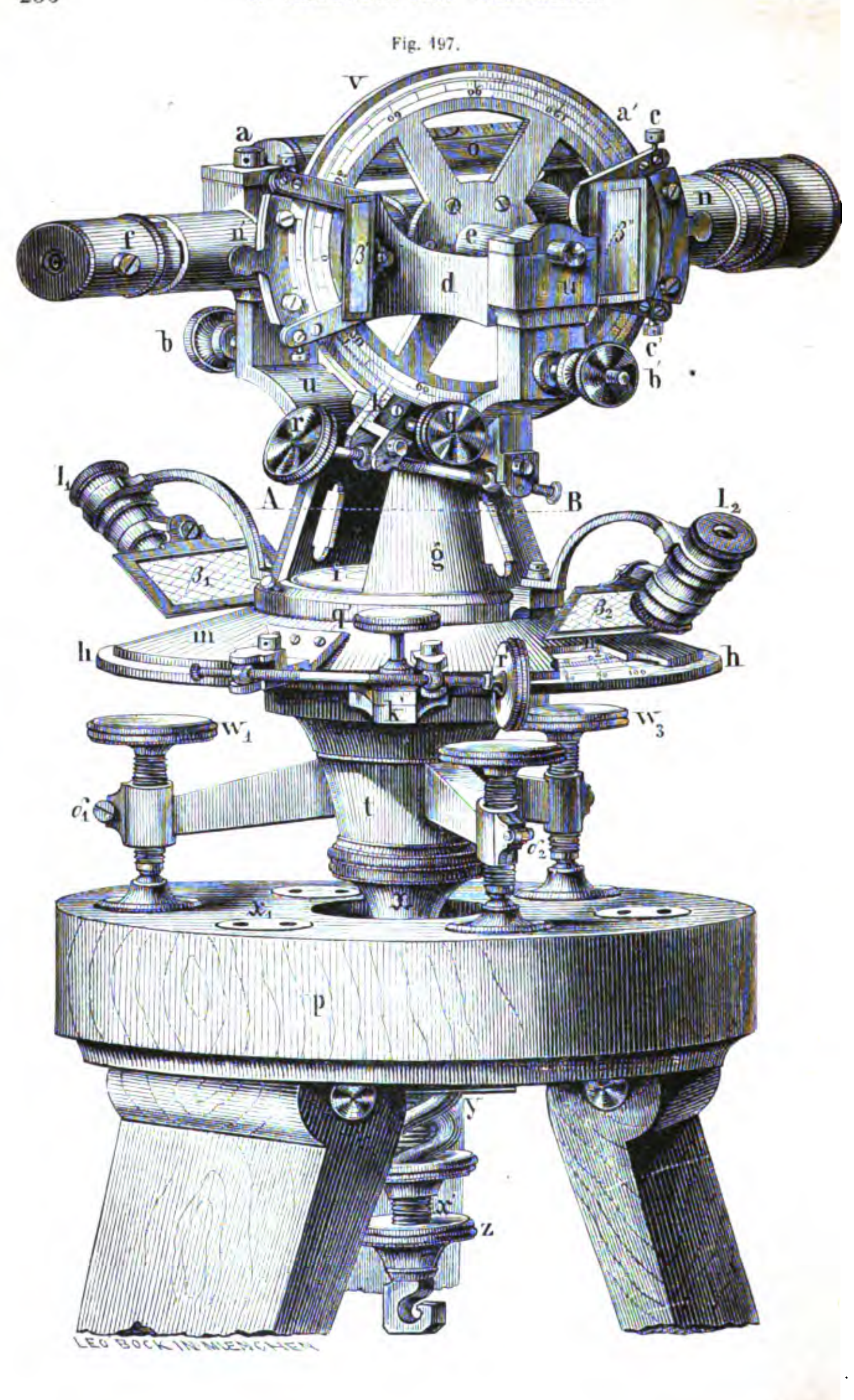
Der einfache Theodolith.

§. 148. **Theodolith von Breithaupt.** Da es des Raums wegen nicht möglich ist, in diesem Werke mehrere einfache Theodolithen abzubilden und zu beschreiben, so wird man darin, dass wir den folgenden Erörterungen ein Breithaupt'sches Instrument zu Grunde legen, kein stillschweigendes ungünstiges Urtheil über andere Theodolithen, sondern nur das Bestreben suchen, allen guten Werkstätten für mathematische Instrumente gerecht zu werden. Dem Wesen nach stimmen alle einfachen Theodolithen unter sich überein, und in constructiver Beziehung unterscheiden sie sich nur wenig von den Wiederholungskreisen. So stimmt z. B. der einfache Theodolith von Ertel in München mit dem in den §§. 153 bis 155 beschriebenen und in den Figuren 194 und 195 abgebildeten Repetitionstheodolithen bis auf zwei Bestandtheile, welche der letztere mehr hat, nämlich den hohlen Zapfen ηη und die Klemme k' q' (Fig. 195), überein, und man kann sich hiernach dessen Beschaffenheit leicht denken.

In Fig. 186 ist die Ansicht eines einfachen Theodolithen mittlerer Grösse von Breithaupt und in Fig. 187 der lothrechte Durchschnitt seines Horizontal- und Alhidadenkreises mit Zapfen und Fernrohrträger dargestellt. In beiden Figuren bezeichnen gleiche Buchstaben gleiche Theile.

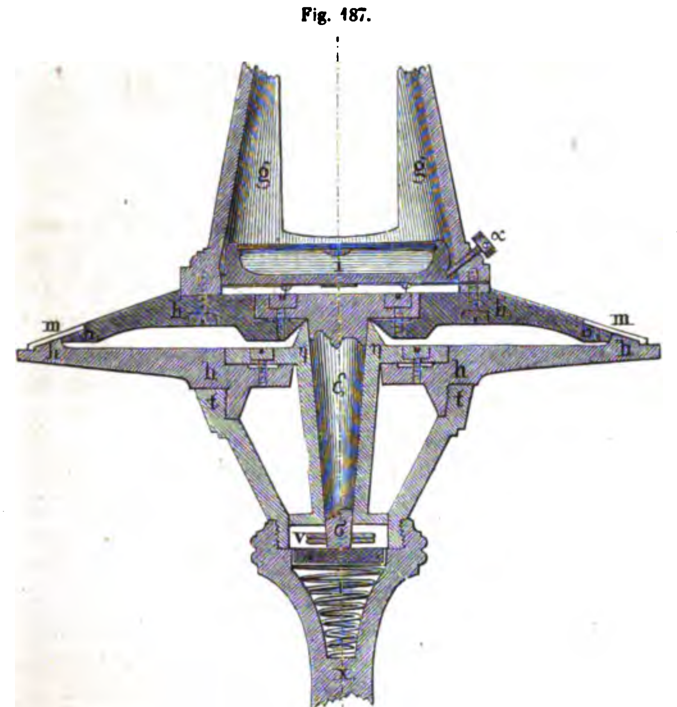
Der Dreifuss kann mit seinen an den Enden der Arme befindlichen Stellschrauben (w_1, w_2, w_3) auf jede feste ebene Unterlage gestellt werden; hier ist er durch eine Schraubenstange (x) mit einem Reichenbach'schen dreibeinigen Gestelle (p) fest verbunden, damit sich während der Messung sein Stand durch die Drehung der Alhidade mit dem Fernrohre nicht ver-

Fig. 197.



ändere. Sehr grosse und schwere Theodolithen bedürfen dieser Verbindung nicht; wo sie aber angebracht ist, darf sie die Wirkung der Stellschrauben des Dreifusses nicht hindern; sie darf also nicht zu starr sein, sondern muss etwas federn. Desshalb ist die Schraube x mit einer Spirale (y) umwunden, die sich mit ihrem unteren Ende auf die Schraubenmutter x' und oben an eine kleine den Schaft x umgebende ausgehöhlte Messingplatte stützt, welche durch das Vorwärtsdrehen der Mutter x' an die Unterfläche des Gestellkopfes (p) gedrückt wird. Weil die Spirale y federt, so kann sich die Schraube x mit dem Dreifusse t um so viel erheben als die Stell-

Fig. 187.



schrauben des letzteren erfordern, während die Fussplatten dieser Schrauben jederzeit fest gegen die Kopfplatte des Gestells gepresst sind. Die Schraube x ist, wie der Durchschnitt Fig. 187 zeigt, in ihrem oberen Theile hohl und mit einer Federung ausgefüllt, um die Bewegung des Alhidadenzapfens ε, der auf die Scheibe bei v drückt, zu erleichtern.

Der Horizontalkreis (h, h) hat an einfachen Theodolithen mittlerer Grösse 15 bis 25 Centimeter Durchmesser. Bei 20cm Durchmesser theilt Breithaupt den silbernen Limbus gewöhnlich in Drittel-Grade oder in 1080 gleiche Theile; übrigens gestattet dieser Durchmesser auch eine feinere Theilung bis zu Sechstel-Graden oder in 2160 gleiche Theile. Die Verbindung des Horizontalkreises mit dem Dreifusse zeigt der Schnitt in Fig. 187 so

ausführlich, dass jede weitere Bemerkung darüber unterbleiben kann. Die Oberfläche dieses Kreises ist darum nicht eben sondern kegelförmig, weil diese Lage das Ablesen der Theilung etwas erleichtert. Indessen sind alle Schnitte des Limbus durch Ebenen, welche auf der Alhidadenaxe senkrecht stehen, concentrische Kreise, deren Mittelpunkte in dieser Axe liegen und deren Ebenen wagrecht sind, sobald die Alhidadenaxe lothrecht steht. Die Neigung der Kegelfläche gegen den Horizont beträgt 15 bis 20 Grad.

Der Alhidadenkreis (h′, h′) liegt mit dem Horizontalkreise in einer und derselben Kegelfläche und ist auf die in der Fig. 187 angedeutete Weise mit dem Centralzapfen (δ), dessen Mittellinie die Alhidadenaxe heisst, fest verbunden. Dieser Zapfen endigt unten in eine Schraube mit einer Mutter (v), welche von dem Unterrande der Centralbüchse (η) etwas absteht und den Zweck hat, das Abheben des Alhidadenkreises vom Horizontalkreise zu verhindern. Mit der Klemme k′ und der Bremsschraube q′ kann der Alhidadenkreis an dem Limbus festgehalten und in seiner groben Drehung gehemmt werden. Denn indem die Schraube q′ angezogen wird, drückt sich die untere Platte der Klemme an den Horizontalkreis und verschafft so der mit der oberen Platte verbundenen Differential-Mikrometerschraube r′ einen festen Stützpunkt. Wird nun diese Schraube, welche zwei Gewinde von verschiedenen Ganghöhen hat, nicht gedreht, so ist der Alhidadenkreis, auf dem der Ansatz mit der Schraubenmutter befestigt ist, gehindert, vor- oder rückwärts zu gehen. Dagegen wird er sich nach der einen oder anderen Seite drehen, wenn man die Schraube r′ vor- oder rückwärts bewegt. Durch diese wird also die feine Drehung des Alhidadenkreises und aller mit ihm fest verbundenen Theile bewirkt.

Die beiden Nonien (n_1, n_2) liegen in der Oberfläche der Alhidade und stehen sich gerade gegenüber. Sie sind von Silber und haben, wenn der Kreis in Drittelgrade getheilt ist, eine Angabe von einer halben Minute, und wenn er in Sechstelgrade getheilt ist, von zehn Secunden. In dem ersten Falle ist also die Länge von 39 und in dem zweiten Falle die Länge von 59 Limbustheilen auf dem Nonius in beziehlich 40 und 60 gleiche Theile getheilt. Von dem Limbus sieht man bei fast allen Breithaupt'schen Theodolithen nur wenig mehr als ein Stück von der Länge der Nonien, weil derselbe an allen übrigen Stellen von einem vorspringenden Rande der Alhidade desswegen zugedeckt wird, um ihn vor jeder Beschädigung durch Stoss, Feuchtigkeit, Staub, Schmutz u. dgl. zu schützen.

Das Fernrohr (ef) ruht mit seiner Drehaxe (e) in zwei mit Kappen zugedeckten Lagern auf den Armen (u, u) einer hohlen, der Länge nach durchbrochenen Säule (g), welche auf dem Alhidadenkreise festgeschraubt ist. Die Höhe dieser Säule und ihre Durchbrechung gestatten, das 14 Zoll lange Fernrohr an der Ocularseite durchzuschlagen. Das Objectiv des Fernrohrs ist achromatisch und hat 14 Linien Oeffnung; das astronomische Ocular gewährt eine 25malige Vergrösserung. Das Fadenkreuz kann durch zwei Stellschräubchen (f, f) nur seitwärts, aber nicht auf und ab bewegt

werden. Diese Bewegung reicht indessen immer aus, so lange sich das Fernrohr, wie hier, nicht um seine optische Axe drehen lässt. Denn da diese Drehung nicht möglich ist, so behält die Visirlinie stets dieselbe Lage gegen die mechanische Axe bei, wenn auch der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes etwas unter oder über dieser Axe liegt. Es kommt nur darauf an, dass der Kreuzungspunkt in der Ebene liegt, welche durch den optischen Mittelpunkt des Objectivs geht und auf der Drehaxe senkrecht steht: in diese kann er aber durch die Stellschräubchen f, f gebracht werden.

Der Verticalkreis (v) steht senkrecht auf der Drehaxe des Fernrohrs zwischen diesem und einem seiner Axenlager (u). Sein Durchmesser beträgt bei einem 15 bis 25^{cm} grossen Horizontalkreise gewöhnlich 15^{cm}. Der silberne Limbus ist alsdann unmittelbar in halbe Grade getheilt und gibt mit Hilfe der Nonien (n', n), welche sich diametral gegenüberstehen, einzelne Minuten an, indem auf ihnen 29 Limbustheile in 30 Nonientheile zerlegt sind. Der Verticalkreis hat zwei Nullpunkte — für jeden Nonius einen — und von jedem dieser Punkte schreitet die Bezifferung nach zwei entgegengesetzten Seiten bis zu 90^0 fort. Die Nonien, welche sich in Schraubenspitzen (c, c') bewegen, können gegen die Ebene des Verticalkreises geklappt und in der Richtung der Theilung ein wenig verschoben werden, um sie mit derselben richtig zu stellen. Eine Klemme (k) hemmt, wenn die Bremsschraube (q) angezogen wird, die grobe Drehung des Verticalkreises und des Fernrohrs; durch die Mikrometerschraube r aber werden beide fein gedreht. Die Einrichtung dieses Bestandtheils ist dieselbe wie bei dem gleichnamigen Theile an dem Horizontalkreise.

Eine Röhrenlibelle (o) auf dem Fernrohre dient zur Horizontalstellung nicht allein des Fernrohrs, sondern auch des Limbus. Es erscheint daher die Dosenlibelle (i), welche auf dem Alhidadenkreise in der hohlen Tragsäule (g) steht, nicht als eine nothwendige, sondern bloss als eine angenehme Beigabe, durch welche man sich während der Messung fortwährend von dem ungeänderten horizontalen Stande des Instruments überzeugen kann. Jede dieser Libellen hat entsprechende Stellschräubchen zur Berichtigung: die Röhrenlibelle wird durch die Schraube a', welcher eine um ihre Spindel gewundene Spiralfeder entgegenwirkt, parallel zur Fernrohraxe gestellt und dreht sich dabei um eine horizontale Cylinderfläche auf der entgegengesetzten Seite bei a. Die Dosenlibelle lässt sich durch drei Schräubchen (α), denen eine federnde kreuzförmig ausgeschnittene Platte unterhalb des Libellengehäuses entgegenwirkt, senkrecht zur Alhidadenaxe stellen.

§. 149. Aufstellung und Gebrauch. Soll mit dem eben beschriebenen und als fehlerfrei vorausgesetzten Theodolithen ein Horizontalwinkel gemessen werden, so ist zunächst das Instrument centrisch über dem Scheitel aufzustellen, was durch einen an den Haken der Stativschraube x angehängten Senkel leicht zu bewirken ist. Dabei gibt man dem Stativ eine solche Stellung, dass es gehörig feststeht und der Horizontalkreis dem Augen-

masse nach wagrecht liegt.[1] Hierauf stellt man durch eine entsprechende grobe und feine Drehung den Verticalkreis auf die Nullpunkte seiner Nonien ein. Dadurch kommt, wenn kein Collimationsfehler vorhanden, die Libellenaxe in eine senkrechte Lage gegen die Alhidadenaxe. Nun bringe man durch Drehung der Alhidade das Fernrohr sammt der Libelle in die Richtung zweier Stellschrauben, etwa w_1 und w_3, und bewege diese Schrauben einzeln oder in Verbindung so lange, bis die Luftblase der Libelle einspielt. (Die Wirkung der Fussschrauben auf die Bewegung der Luftblase besteht darin, dass diese Blase stets dem Daumen der linken und dem Zeigfinger der rechten Hand folgt.) Wenn die Libellenaxe, wie vorausgesetzt wurde, wirklich senkrecht steht zur Alhidadenaxe, so muss die Luftblase auch dann noch einspielen, wenn man das Rohr mit der Libelle um 180° gegen die erste Stellung dreht.[2] Nachdem jetzt der Kreis in der Richtung w_1 w_3 wagrecht ist, drehe man die Alhidade um 90°, so dass die Libelle nunmehr über die dritte Stellschraube w_2 zu stehen kommt, und bringe die Blase durch diese Schraube wieder zum Einspielen. Hat sich durch diese Horizontalstellung an der ersten nach w_1 w_3 Nichts geändert, so muss der Kreis nach allen Richtungen wagrecht sein. Um sich hiervon zu überzeugen, führt man das Rohr zunächst in seine erste Richtung zurück, und wenn die Libelle hier einspielt, so kann man es in verschiedene andere Richtungen bringen, wo das Einspielen ebenfalls stattfinden muss. Sollten sich hierbei kleine Ausschläge der Luftblase ergeben, so müsste das eben beschriebene Verfahren von da ab wiederholt werden, wo die Libelle in der Richtung w_1 w_3 wagrecht gestellt wurde. Nach der Horizontalstellung kann man selbstverständlich die Bremsschraube q am Verticalkreise, welche bisher fest angezogen war, öffnen und das Fernrohr beliebig bewegen, ohne dass dadurch die wagrechte Lage des Horizontalkreises oder die lothrechte Stellung des Verticalkreises im geringsten verändert würde.

Nunmehr kann die Winkelmessung beginnen. Es ist gut, sich anzugewöhnen, zuerst auf den linken Schenkel einzustellen. Man führt durch grobe Drehung der Alhidade und des Verticalkreises das Fernrohr auf das Signal, welches in diesem Schenkel steht, hemmt die groben Drehungen durch die Bremsschrauben q und q′ und stellt mit Hilfe der Mikrometerschrauben r und r′ den Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes genau auf das Signal ein. Ist dieses eine Stange, so muss man dieselbe so weit als möglich unten anvisiren, um den Einfluss des schiefen Stands, den sie haben kann, auf das Resultat der Messung möglichst zu verringern. Nach dieser Einstellung wird auf beiden Nonien abgelesen und das Ergebniss aufgeschrieben.

[1] Bei bewegter Luft und auch zur Prüfung der mit dem Senkel bewirkten Aufstellung des Stativs kann man sich eines von Prof. Jordan in dessen Taschenbuch der practischen Geometrie, Seite 89 angegebenen, an der unteren Fläche der Stativplatte angeschraubten kleinen Spiegelapparats bedienen.

[2] Sollte dieses Einspielen nicht stattfinden, so müsste nach §. 151, Nr. 4 der halbe Ausschlag durch die Fussschrauben des Dreifusses und die andere Hälfte durch die Mikrometerschraube r des Verticalkreises weggeschafft werden.

Hierauf löse man die Alhidade und den Verticalkreis, führe das Fernrohr auf das zweite Signal, wiederhole für dieses das eben beschriebene Verfahren, und ziehe schliesslich von je zwei zusammengehörigen Ablesungen die erste von der letzten ab. Wenn das Instrument ganz fehlerfrei gebaut und gehörig berichtigt ist, so werden die beiden Nonien für den gemessenen Winkel eine und dieselbe Grösse liefern. Da jedoch die Voraussetzung eines ganz fehlerfreien Baues nicht gemacht werden darf, so werden die Resultate der Messung in der Regel einen kleinen Unterschied zeigen, wesshalb das Mittel aus beiden zu nehmen ist.

Es erscheint vielleicht nicht überflüssig, hier einige Schemata für die Aufzeichnung der Ablesungen mitzutheilen, und die Bemerkung beizufügen, dass, wenn zwischen der ersten und zweiten Einstellung ein Nonius den Nullpunkt der Kreistheilung überschreitet, zu der zweiten Ablesung 360° addirt werden müssen, um aus der Differenz zwischen dieser und der ersten Ablesung den richtigen Winkel zu erhalten.

Standpunkt: Signal S.

(Theodolith Nr. 1. Beobachter N. Tag der Beobachtung.)

Signal.	Nonius I.	Nonius II.	Bemerkungen.
L R	102° 40′ 20″ 165 13 50	282° 40′ 20″ 345 13 50	L und R gut beleuchtet, Luft etwas bewegt.
Winkel LSR	62° 33′ 30″	62° 33′ 30″	

Standpunkt: Signal O.

(Theodolith Nr. 2. Beobachter N. Tag der Beobachtung.)

Signal.	Nonius I.	Nonius II.	Bemerkungen.
N P	159° 47′ 30″ 262 28 50	339° 47′ 40″ 82 28 50	Luft ruhig, etwas dunstig, N heller als P.
Winkel NOP	102° 41′ 20″	102° 41′ 10″	

Mittel: 102° 41′ 15″.

Hat man den Höhenwinkel einer Linie zu bestimmen, welche durch die Drehaxe des Fernrohrs geht, so stelle man das Instrument horizontal, visire nach dem entfernten Punkt, welcher mit der Drehaxe die geneigte Linie bestimmt, und lese an den Nonien des Verticalkreises ab. Ist das Instrument fehlerfrei, so werden beide Ablesungen gleich sein. Hat aber der Verticalkreis einen Excentricitätsfehler, so sind die beiden Ablesungen etwas verschieden. Man darf jedoch hier das Mittel aus diesen Ablesungen so lange nicht als den richtigen Winkel ansehen, als man sich nicht über-

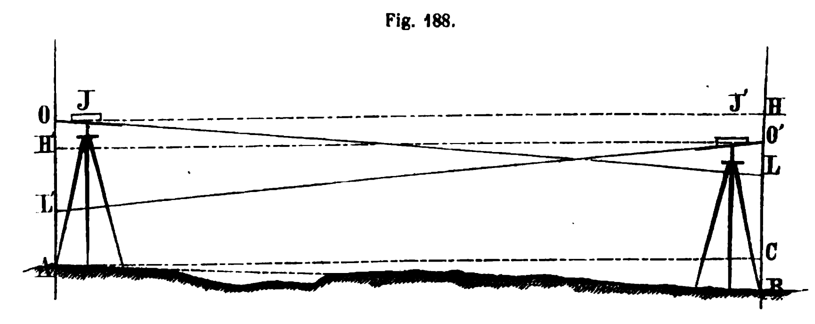
zeugt hat, dass die Nullpunkte der beiden Nonien in einem Durchmesser ihres Theilkreises liegen. Darum ist es besser, nach der ersten Messung eine zweite in der Art zu machen, dass man das Fernrohr durchschlägt, die Alhidade um 180° dreht, das Fadenkreuz wieder genau einstellt und nun abermals auf beiden Nonien abliest. Ist genau gearbeitet worden, so muss jetzt das arithmetische Mittel aus den Ablesungen am ersten Nonius dem Mittel vom zweiten gleich sein. Sollten auch diese mittleren Werthe noch etwas verschieden sein, so wird das Mittel aus allen vier Ablesungen der Wahrheit am nächsten kommen.

§. 150. **Prüfung und Berichtigung.** Die Untersuchungen eines Theodolithen zerfallen in solche, welche ein für allemal vorgenommen werden, und in solche, welche von Zeit zu Zeit zu wiederholen sind. Zur ersten Classe, welche in §. 151 besprochen werden wird, gehört die Prüfung der Kreise und Nonien auf die Richtigkeit ihrer Theilung und auf die senkrechte Lage ihrer Ebenen gegen die Alhidadenaxen; zur zweiten Classe rechnet man folgende Untersuchungen:

1) ob die beiden Libellen richtig sind,
2) ob die Visirlinie des Fernrohrs senkrecht steht zu dessen Drehaxe,
3) ob diese Drehaxe rechtwinklig ist gegen die Alhidadenaxe, und
4) ob die Nonien des Verticalkreises auf Null stehen, wenn die Visirlinie des Fernrohrs horizontal ist.

Zu 1. Die Axe der Röhrenlibelle, welche hier fest auf dem Fernrohre ruht, muss mit dessen Absehlinie parallel und die Axe der Dosenlibelle mit der Alhidadenaxe parallel sein; denn nur bei dieser gegenseitigen Lage der Axen lässt sich der Theodolith auf die in §. 149 angegebene Weise horizontal stellen. Ob diese Forderungen erfüllt sind, erfährt man zunächst in Bezug auf die Röhrenlibelle in folgender Weise.

Fig. 188.



Man bezeichne auf einem abschüssigen Boden zwei etwa 100 Schritte von einander entfernte Punkte A und B durch Grundpfähle. Ueber A stelle man den Theodolithen so auf, dass man den lothrechten Abstand des Oculars O von A leicht messen kann, und in B lasse man eine von ihrem Fusspunkte an fein getheilte Latte (L) lothrecht so halten, dass ihre Theilung gegen A gewendet ist. Man richte nun das Ocular des Fernrohrs so, dass

man auf der Latte deutlich lesen kann und bringe durch eine feine Horizontaldrehung das Fadenkreuz in die Mittellinie der Latte. Hierauf stelle man die Libelle horizontal und lese auf der Latte ab. Wir nehmen an, die Visirlinie decke den Punkt L und es sei $BL = h$. Ohne an dem bei A stehenden Instrumente das Geringste zu ändern, messe man mit der von B hierher gebrachten Latte die Instrumentenhöhe $AO = i$, und nun versetze man den Theodolithen nach B, die Latte aber werde auf A lothrecht gehalten. In B wird dasselbe Verfahren wiederholt, welches eben in A vollendet wurde; seine Ergebnisse seien die Grössen $AL' = h'$ und $BO = i'$.

Aus der Messung in A ergibt sich das Gefäll von A bis B oder wenn AC, OH und O'H' wagrechte Linien sind, der lothrechte Abstand $BC = BH - HC$, und aus jener in B die Steigung von B bis A oder wieder der Abstand $BC = BO' - O'C$. Es findet folglich die Gleichung statt:

$$BH - HC = BO' - O'C.$$

Nun ist aber, wenn y die Grösse $HL = H'L'$ bezeichnet, um welche die Visirlinie (OL, O'L') des Fernrohrs auf die Entfernung OH fehl zeigt, $BH = BL + HL = h + y$; $HC = AO = i$; $BO' = i'$; und $O'C = AH' = AL' + H'L' = h' + y$; daher auch, wenn man diese Werthe in obige Gleichung setzt und daraus y sucht:

$$y = \frac{i + i'}{2} - \frac{h + h'}{2}. \qquad (98)$$

Wäre die Visirlinie (OL, O'L') des Fernrohrs mit der Libellenaxe parallel, so müsste sie bei horizontalem Stande der Libelle offenbar mit der durch die Mitte des Oculars (O, O') gelegt gedachten Horizontalen (OH, O'H') zusammenfallen und y null machen. Wenn also die arithmetischen Mittel aus den Instrumenten- und Lattenhöhen einander nicht gleich sind, so ist auch die Libellenaxe der Visirlinie nicht parallel.

Aufgabe der Berichtigung ist es nun, die Libelle gegen das Fernrohr so zu stellen, dass diese Mittel einander gleich werden. Zu dem Ende berechne man aus den gemessenen Grössen i, i', h, h' die Abweichung y, füge dieselbe zu der bei L' abgelesenen Zahl und verbessere die Libelle auf dem in B noch unverrückt stehenden Instrumente so lange, bis bei einspielender Luftblase das Fadenkreuz auf die Zahl $h' + y$ zeigt. Die Berichtigung erfordert, dass man erst die Schraube bei a ein wenig lüftet und dann die Schraube a', der eine Spiralfeder entgegenwirkt, vor- oder rückwärts dreht. Damit eine Drehung um die unterhalb a liegende krumme Auflagsfläche möglich wird, ist der Ansatz der Libellenfassung bei a etwas weiter gebohrt als die Schraubenspindel erfordert.

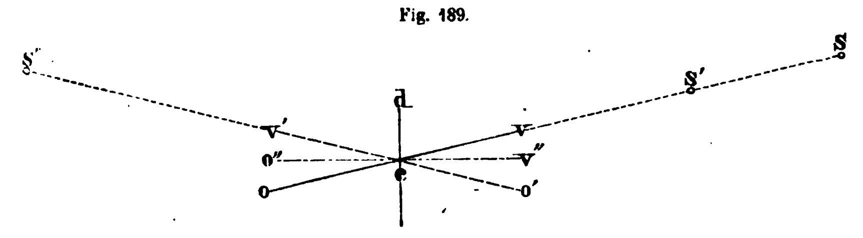
(Statt des hier angegebenen Verfahrens könnte man auch, mit geringer Abänderung, das am Schlusse des §. 127, S. 197 mitgetheilte anwenden.)

Was die Untersuchung der Dosenlibelle betrifft, so ist diese bei berichtigter Röhrenlibelle sehr einfach. Denn man braucht nur mit dieser den Theodolithen horizontal zu stellen und zuzusehen, ob die Luftblase der Dosenlibelle fortwährend einspielt, wie auch der Alhidadenkreis gedreht

werden mag. Fände dieses Einspielen nicht statt, so müsste es durch die Stellschräubchen α, α (Fig. 187, §. 148 am Schlusse) herbeigeführt werden.

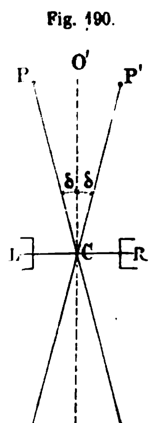
Zu 2. Die Visirlinie des Fernrohrs muss zu dessen Drehaxe senkrecht stehen, damit sie eine Ebene beschreibt. Ob diese Stellung stattfindet, erfährt man auf verschiedenen Wegen. Ein sich unmittelbar darbietender, jedoch eine ausgedehnte ebene Fläche und die Versetzung des Intruments von der ersten Beobachtungsstelle nach einem zweiten sehr entfernten Orte erfordernder Weg ist, dass man den Theodolithen an einer beliebigen Stelle eines Felds oder einer Wiese horizontal stellt und in Entfernungen von 50 bis 80m zwei Stäbe S und S' so aussteckt, dass sie in ihrer lothrechten Stellung von dem Fadenkreuze des Fernrohrs gedeckt werden, hierauf das Fernrohr durchschlägt und auf der entgegengesetzten Seite des Instruments abermals einen Stab S'' in die neue Visirlinie stellt. Liegen diese drei Stäbe in gerader Linie, so ist die Visirlinie des Fernrohrs senkrecht zur Drehaxe, ausserdem nicht. Denn stellt in Fig. 189 die Linie d e die Dreh-

Fig. 189.



axe und o v die Visirlinie des Fernrohrs vor, so liegen die Stäbe S und S' in der Linie o v; wäre diese senkrecht zu d e, so müsste nach der Drehung des Fernrohrs um diese Axe die neue Visirlinie o' v' mit der alten o v zusammenfallen und folglich auch S'' in der Richtung v o oder in S S' liegen. Wenn aber o v schief gegen d e steht, so können die Richtungen o v, o' v' und folglich auch die durch sie bestimmten Geraden S S' und e S'' nicht zusammenfallen. Aus der gegenseitigen Stellung der Stäbe und des Instruments erkennt man leicht, nach welcher Seite hin die Visirlinie durch die Schräubchen f, f an der Ocularröhre zu verstellen ist.

Fig. 190.



Ein anderes sehr bequemes Verfahren die Stellung der Visirlinie und der Drehaxe des Fernrohrs gegen einander zu untersuchen, besteht darin, dass man von einem festen Standpunkte (z. B. einer Fensterschwelle) aus mit dem Fernrohre des horizontal gestellten Theodolithen einen sehr entfernten Punkt P (Fig. 190) anvisirt, hierauf die Drehaxe in ihren Lagern umlegt, ohne an diesen das geringste zu ändern, und zusieht, ob das Fernrohr lediglich durch Kippen wieder auf P eingestellt werden kann oder nicht: geht die neue Visirlinie an P vorüber nach P', so ist der Winkel $PCP' = 2\delta$, d. i. gleich dem

doppelten Fehler[1] in der Lage der genannten beiden Axen, und es muss derselbe durch Verstellung des Fadenkreuzes weggeschafft werden.

Ein dritter ebenfalls bequemer, jedoch eine genaue Theilung des Horizontalkreises voraussetzender Weg zur Prüfung der gegenseitigen Stellungen der optischen und Drehaxe des Fernrohrs ist folgender: Man stelle den Theodolithen horizontal, visire einen weit entfernten Punkt an, lese die Nonien des Horizontalkreises genau ab, drehe dann den Alhidadenkreis genau um 180°, was mit Hilfe der eben gemachten Ablesungen geschehen kann, schlage das Fernrohr durch und sehe zu, ob es sich ohne eine andere Bewegung als Kippen um seine Drehaxe wieder auf den anvisirten Punkt einstellen lässt. Ist dieses der Fall, so stehen die beiden Axen richtig gegen einander; wenn nicht, so bildet die zweite Richtung der Visirlinie mit der ersten einen Winkel, welcher dem doppelten Axenfehler gleich ist.

Auf einem vierten Wege der Untersuchung liesse sich dieser Fehler sogar in vierfacher Grösse zur Anschauung bringen; da aber bei dieser Prüfungsmethode die Aufstellung einer Marke an einem weit entfernten Orte erforderlich ist, so kann sie hier wegbleiben.

Zu 3. Wenn die Drehaxe des Fernrohrs nicht senkrecht zur Alhidadenaxe ist, so beschreibt die Visirlinie bei lothrechter Stellung der Alhidadenaxe keine Verticalebene, und folglich projicirt sie auch den anvisirten Winkelschenkel nicht richtig auf den Horizontalkreis. Darum muss auf der Forderung der rechtwinkligen Stellung beider Axen bestanden werden. Um zu sehen, ob sie erfüllt ist, verschaffe man sich eine lange lothrechte Linie durch einen Senkel oder eine Mauerkante und stelle in beträchtlicher Entfernung davon das Instrument horizontal. Hierauf richte man das Fadenkreuz auf eine beliebige Stelle des Loths und sehe zu, ob dieses von dem Kreuzungspunkte beim Auf- und Niederkippen des Rohrs fortwährend gedeckt wird oder nicht. Findet diese Deckung sowohl in der ersten als in der zweiten Lage des Fernrohrs (also nach dem Durchschlagen und Wiedereinstellen des letzteren) fortwährend statt, so ist die dritte Forderung erfüllt, geht aber das Fadenkreuz vom Lothe weg, so steht die Drehaxe auf der Alhidadenaxe nicht senkrecht. Der auf diese Weise aufgefundene Fehler lässt sich durch Hebung oder Senkung des zweiten Zapfenlagers u, das in Fig. 186 nicht sichtbar ist, wegschaffen. Die Wirkung der hierfür angebrachten Stellschräubchen wird man an jedem vorgegebenen Instrumente sofort sich selbst klar machen.

Statt der hier vorausgesetzten langen lothrechten Linie genügen auch zwei weit von einander abstehende Punkte, wovon man sicher weiss, dass sie einem Lothe angehören. Zu einem gegebenen Punkte P lässt sich aber stets sein vertical unter ihm liegendes Spiegelbild P' finden, wenn man vor

[1] Diesen Fehler nennen mehrere Geodäten den Collimationsfehler des Fernrohrs, da die Visirlinie auch die Collimationsaxe heisst (von collineare, zielen). Wir verstehen darunter nach §. 127, S. 196 allerdings auch einen Zielfehler des Fernrohrs, nämlich den, welchen der Nonius am Verticalkreise anzeigt, wenn die Visirlinie zur Alhidadenaxe senkrecht steht: diesen Fehler nennen jene Geodäten den Indexfehler.

dem Theodolithen einen der in §. 166 beschriebenen natürlichen oder künstlichen Horizonte so aufstellt, dass das Licht von P darauf fallen und nach der Reflexion in das Fernrohr gelangen kann. Bei der Prüfung der in Rede stehenden Axenlage kommt es dann darauf an, dass das auf den Punkt P eingestellte Fadenkreuz nach dem Kippen des Fernrohrs das Bild P' deckt.

Wäre die Röhrenlibelle, statt mit dem Fernrohre verbunden zu sein, auf der Drehaxe angebracht und dieser parallel gestellt, so liesse sich die in Rede stehende Untersuchung vereinfachen. Man dürfte nämlich nur, nachdem man das Instrument dem Augenmasse nach hinreichend horizontal gestellt hat, die Libelle in die Richtung zweier Fussschrauben stellen, zum Einspielen bringen und hierauf mit der Alhidade in die entgegengesetzte Richtung drehen. Spielt auch hier die Luftblase ein, so ist die Drehaxe senkrecht zur Alhidadenaxe; weicht sie ab, so zeigt der Ausschlag den doppelten Fehler in dem rechtwinkligen Stande beider Axen an. Denn stellt a e in Fig. 191 die Alhidadenaxe, b c die Drehaxe des Fernrohrs, und b e a $= 90^0 - \delta$ oder c e a $= 90^0 + \delta$ den Winkel vor, welchen beide Axen einschliessen: so wird, wenn vorerst b c horizontal ist und die Luftblase der Libelle in o einspielt, nach einer halben Drehung der Alhidade um ihre Axe a e die Drehaxe die Lage c' b' annehmen, wobei dann b' e a $= 90^0 - \delta$ und c' e a $= 90^0 + \delta$ ist, während die Luftblase nach o' geht und durch ihren Ausschlag den Neigungswinkel φ der Drehaxe gegen den Horizont misst. Da nun der Winkel c e a $=$ c e v $+$ v e a $= 90^0 + \delta =$ c e b' $+$ b' e a $= \varphi + 90^0 - \delta$ ist, so folgt hieraus, was zu beweisen war, nämlich $\varphi = 2\,\delta$. Die eine Hälfte des angezeigten Fehlers ist an der Alhidadenaxe, d. h. an den Fussschrauben des Dreifusses, womit die Drehaxe horizontal gestellt wurde, und die andere Hälfte an dem Zapfenlager der Drehaxe zu verbessern.

Fig. 191.

Zu 4. Die vierte Forderung ist nöthig, weil von ihrer Erfüllung die richtige Messung der Höhen- und Tiefenwinkel und auch das Horizontalstellen des Instruments abhängt. Der erste dieser Gründe leuchtet unmittelbar ein, während der zweite insofern versteckt liegt, als man erst einsehen muss, dass die parallele Lage der Libellen- und Fernrohraxe für sich allein noch nicht hinreicht, um den Theodolithen horizontal zu stellen, und dass hierzu durchaus ein senkrechter Stand dieser beiden Axen gegen die Alhidadenaxe oder ein Parallellaufen mit den Normalquerschnitten des Horizontalkreises erfordert wird.

Um an unserem Instrumente zu untersuchen, wie weit es der Forderung Nr. 4 genügt, braucht man nur die Visirlinie des Fernrohrs senkrecht auf

die Alhidadenaxe zu stellen und hierauf den Stand der Nonien abzulesen. Die senkrechte Stellung der Visirlinie erhält man aber dadurch, dass man das Fernrohr in die Richtung zweier Fussschrauben stellt, durch diese die vorher schon berichtigte Libelle zum Einspielen bringt, hierauf das Fernrohr sammt der Libelle um 180⁰ dreht und den Ausschlag der Luftblase, welcher sich nach dieser Drehung zeigt, halb an den Fussschrauben und halb an der Mikrometerschraube r des Verticalkreises verbessert. Die Begründung dieses Verfahrens ist dieselbe, welche wir eben für die Senkrechtstellung der Dreh- und Alhidadenaxe kennen gelernt haben. Hat man es dahin gebracht, dass die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen des Fernrohrs einspielt, so ist dessen Visirlinie zur Alhidadenaxe senkrecht. Der kleine Bogen, um welchen ein Nullpunkt des Verticalkreises von dem Nullpunkte des nächststehenden Nonius abweicht, heisst der Collimationsfehler dieses Nonius.[1] Um diesen Collimationsfehler würde ein gemessener Höhen- oder Tiefenwinkel zu gross oder zu klein werden, je nachdem der Fehler positiv oder negativ ist. Liesse sich dieser Fehler nicht wegschaffen, so müsste er seiner Grösse und Lage nach angemerkt und bei jeder Messung gehörig in Rechnung gebracht werden. Hier lässt er sich durch die Schräubchen c und c', in deren Spitzen der Nonius läuft, beseitigen. Indem man nämlich c zurück und c' um eben so viel vorwärts dreht, bewegt sich der Nonius von c' nach c, und umgekehrt. Man kann also, nachdem die winkelrechte Stellung der Visirlinie gegen die Alhidadenaxe vorhanden ist, die betreffenden Nullpunkte leicht so aneinander bringen, dass ihre Theilstriche in eine gerade Linie fallen. (Hätte man es nur mit einem einzigen Nonius zu thun, so liesse sich der Collimations- oder Indexfehler auch dadurch wegschaffen, dass man den Kreuzungspunkt des Fadenkreuzes mittels der verticalen Stellschräubchen etwas hebt oder senkt; ein Verschieben des Nonius wäre dann unnöthig.)

Stünde die Röhrenlibelle nicht auf dem Fernrohre, sondern auf der Drehaxe desselben, so liesse sich der Collimationsfehler wie folgt finden. Man stelle das Instrument horizontal, richte das Fadenkreuz des Fernrohrs auf einen weit entfernten, gut beleuchteten Punkt P, und lese an dem zu untersuchenden Nonius n' ab. Diese Ablesung entspricht dem Bogen o' n' und ist, wenn h' h'' horizontal gedacht wird, in dem vorliegenden Falle gleich dem gesuchten Höhenwinkel o' e h' (w) plus dem Collimationsfehler h' e n' (c). Nennen wir sie a', so ist

$$a' = w + c.$$

Gibt man hierauf der Alhidade eine halbe Drehung um ihre verticale Axe (v e), so kommt das Fernrohr a b in die Lage a' b', der Nonius n' nach n'', der Nullpunkt o' nach o_1 und o'' nach o_2. Schlägt man nun das Fern-

[1] Dieser Name ist dadurch begründet, dass er einen Fehler in der Visirlinie (Collimationsaxe) anzeigt. Häufig nennt man aber nur die Abweichung der Visirlinie von der senkrechten Lage gegen die Drehaxe des Fernrohrs oder die Horizontalaxe des Theodolithen den Collimationsfehler, während die hier vorliegende Abweichung von der senkrechten Lage zur Alhidaden- oder Verticalaxe des Theodolithen der Indexfehler genannt wird. (Seite 245.)

rohr durch, so dass a' wieder nach a und b' nach b, folglich auch o_1 wieder nach o' und o_2 nach o'' kommt, stellt hierauf genau auf den Punkt P ein und liest an dem in n'' stehen gebliebenen Nonius ab, so gibt diese Ablesung a'' den Bogen o'' n'', welcher um den Collimationsfehler c zu klein ist, so dass

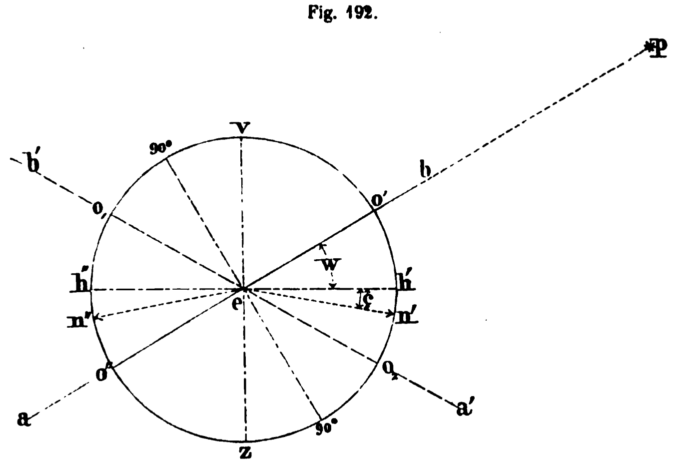
$$a'' = w - c$$

wird. Durch Abziehen erhält man den Collimationsfehler

$$c = \frac{a' - a''}{2}$$

und dieser ist positiv oder negativ, je nachdem a' grösser oder kleiner als a'' ist. Zieht man den Werth von c mit seinem Vorzeichen von dem abgelesenen Höhenwinkel ab, so ist die Ablesung verbessert. Bei Tiefenwinkeln ist der Collimationsfehler mit seinem Vorzeichen zur Ablesung zu

Fig. 192.



addiren, um diese zu verbessern. Diese Verbesserung fällt in beiden Fällen weg, wenn man den Nonius in seinem Lager verschiebt, bis c = o wird.

Wollte man sich jedoch die Mühe des Aufsuchens und Wegschaffens des Collimationsfehlers nicht geben, so liesse sich sein Einfluss auf den gesuchten Höhen- oder Tiefenwinkel durch dasselbe Verfahren, welches soeben zu seiner Bestimmung angewendet wurde, beseitigen; denn wenn man die Gleichungen $a' = w \pm c$ und $a'' = w \mp c$ addirt, so folgt daraus

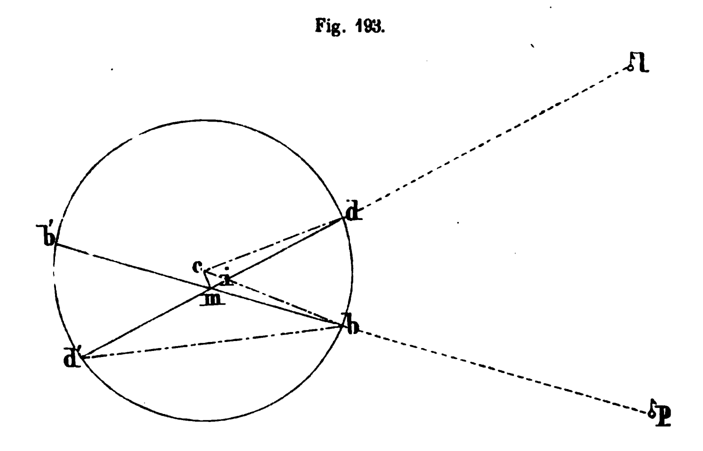
$$w = \tfrac{1}{2}(a' + a'')$$

d. h. der gesuchte Höhenwinkel ist gleich dem arithmetischen Mittel aus den Ablesungen a' und a'', welche den Collimationsfehler noch in sich tragen. Dabei kann dieser Fehler positiv oder negativ sein. Hat man mit dem ersten auch den zweiten Nonius abgelesen und dafür a_1 und a_2 erhalten, so gibt das Mittel aus diesen Ablesungen einen zweiten Werth von w. Stimmt dieser nicht genau mit dem ersten, so nimmt man aus beiden wiederum das Mittel, um der Wahrheit näher zu kommen.

Es verdient überhaupt bemerkt zu werden, dass es jederzeit besser ist, ein Messverfahren anzuwenden, wobei der Einfluss eines Fehlers am Instrumente vernichtet wird, als diesen Fehler selbst wegzuschaffen oder in Rechnung zu bringen. Diese Bemerkung kommt uns sehr zu statten bei den Untersuchungen, welche sich auf das Zusammenfallen der Alhidadenaxe mit dem Mittelpunkte des Horizontalkreises oder die Concentricität der Alhidade, und auf die Vereinigung der Alhidadenaxe und der Visirlinie in eine Ebene oder die Concentricität des Fernrohrs beziehen. Obgleich aber durch geeignete Beobachtungsmethoden die nachtheiligen Wirkungen der Excentricität der Alhidade und des Fernrohrs beseitigt werden können, so ist es doch nicht überflüssig, die Grösse dieser Wirkungen zu berechnen, weil nur dadurch die Einsicht gewonnen werden kann, dass die genannten Excentricitäten gefährliche Feinde der Winkelmessung sind.

§. 151. **Excentricitäts- und Theilungsfehler.** Stellt in Fig. 193 c den Mittelpunkt des Limbus und m den Mittelpunkt der Alhidade vor, so

Fig. 193.



heisst die Linie c m die Excentricität der Alhidade. Misst man mit einem Theodolithen, der diese Excentricität hat, einen Winkel l m p = w, so erhält man für diesen Winkel aus den Ablesungen bei b und d den Bogen b d, welcher seinen Mittelpunkt in c hat und daher nicht das Mass des Winkels w, sondern des Winkels d c b = w' ist. Der Unterschied w — w' ist der Fehler f, welchen die Excentricität der Alhidade in dem gemessenen Winkel veranlasst und den wir zu bestimmen haben. Zu dem Ende bezeichne

e die Excentricität (c m) der Alhidade,
r den Halbmesser (c d, c b) des Limbus,
v den Neigungswinkel (d c m) der Linien c m und c d,
u' den sehr kleinen Winkel c d m und
u den ebenfalls sehr kleinen Winkel c b m.

Man findet leicht, dass $w + u = w' + u'$ und folglich

$$f = w - w' = u' - u$$

ist. Da c m selbst bei weniger guten Instrumenten nur eine sehr kleine Grösse ist und wohl nie mehr als $0{,}2^{mm}$ beträgt, so kann man m b = r setzen und mit Hilfe der Dreiecke c d m und c m b die Gleichungen bilden:

$$\sin u' = \frac{e}{r} \sin v \text{ und } \sin u = \frac{e}{r} \sin (v - w').$$

Wegen Kleinheit der Winkel u und u' ist

$$u' = 206265'' . \frac{e}{r} \sin v, \; u = 206265'' . \frac{e}{r} \sin (v - w')$$

und daher der Excentricitätsfehler des gemessenen Winkels w gleich

$$f = 206265'' . \frac{e}{r} \left(\sin v - \sin (v - w')\right)$$

$$f = 2\,\varrho'' . \frac{e}{r} \sin \tfrac{1}{2} w' \cos (v - \tfrac{1}{2} w'). \qquad (99)$$

Dieser Fehler wird null, wenn e oder $\cos (v - \frac{1}{2} w') = 0$ ist. Dem letzteren Falle entsprechen diejenigen Werthe von w', welche sich aus den Gleichungen: $v - \frac{1}{2} w' = 90^0$ und $v - \frac{1}{2} w' = 270^0$ ergeben und die beide gleich $w' = 2\,v - 180^0$ sind. Für ein Instrument mit der Excentricität e und für einen abgelesenen Winkel w' wird der Excentricitätsfehler f am grössten, wenn $\cos (v - \frac{1}{2} w') = \pm 1$, d. h. wenn $v - \frac{1}{2} w' = 0$ oder $= 180^0$, oder $w' = 2\,v$ ist.

Ist z. B. der Winkel $v = 30^0$, der abgelesene Winkel $w' = 60^0$, die Excentricität der Alhidade $e = 0{,}1^{mm}$ und der Limbushalbmesser $r = 0{,}1^{m}$, so wird $f = 412530'' . 0{,}001 . 0{,}5 = 206'',26 = 3'26''$.

Dieser bedeutende Fehler, welcher aus einer Excentricität der Alhidade von $\frac{1}{10}$ Millimeter entspringt, fällt aus der Messung des Winkels w weg, sobald man nicht bloss an dem einen Nonius bei b und d, sondern auch an dem anderen bei b' und d' abliest und aus den Bögen b d und b' d', die jene Ablesungen liefern, das Mittel nimmt, welches dem gesuchten Winkel w genau gleich ist. Denn zieht man in Fig. 193 die Linie b d', so ist w = Winkel b d' d + Winkel b' b d' $= \frac{1}{2}$ (b d) $+ \frac{1}{2}$ (b' d') $= \frac{1}{2}$ (b d + b' d').

Der Einfluss einer Excentricität des Fernrohrs wird nach der Formel (94), welche in §. 137 für die Excentricität der Visirlinie der Feldbussole aufgestellt wurde, berechnet oder nach dem Verfahren, welches daselbst auseinander gesetzt ist, vernichtet. Da es schwierig ist, die Grössen e und v, welche zur Berechnung der Excentricitätsfehler nöthig sind, an einem Theodolithen auszumitteln, so unterlässt man bei Winkelmessungen mit diesem Instrumente diese Rechnung und benützt dafür die Mittel, welche die vorhergehende Betrachtung und der §. 137 an die Hand geben, um den Einfluss der Excentricität des Fernrohrs und der Alhidade zu beseitigen, d. h. man misst jeden Horizontalwinkel mit zwei entgegengesetzten Lagen des Fernrohrs, liest bei jeder Lage des Rohrs die beiden Nonien ab und nimmt aus den vier Bögen, die man so erhält, das arithmetische Mittel für den gesuchten Winkel.

Was die Untersuchung der Kreistheilungen betrifft, so ist diese, wenn

sie mit Strenge geführt werden soll, eben so schwierig als umständlich; für einfache Theodolithen mag jedoch das folgende minder genaue Verfahren genügen. Sind n — 1 Theile des Limbus n Theilen des Nonius gleich, so muss, wenn man den Nullpunkt des Nonius auf einen Theilstrich des Limbus genau einstellt, auch der (n + 1)te Theilstrich des Nonius mit einem Striche des Limbus genau zusammentreffen. Führt man nun den Nonius in dem ganzen Kreise so herum, dass der Nullpunkt des ersteren von Strich zu Strich des letzteren weiter gerückt wird, und zeigt sich hierbei, dass auch der (n + 1)te Theilstrich des Nonius gleichzeitig einen Theilstrich des Limbus deckt, so kann man sich mit der Theilung des Horizontalkreises vollständig begnügen. Zeigte sich aber an einer Stelle eine Abweichung, so müsste diese Stelle bemerkt und bei späteren Messungen in der Art berücksichtigt werden, dass der daselbst stattfindende Fehler entweder in gar keine oder in beide Ablesungen kommt, damit er sich bei der Berechnung des Winkels aufhebt. Wollte man dieses nicht, so müsste die Grösse des Fehlers bestimmt und wenn bei Messungen diese Stelle einseitig benützt wird, gehörig in Rechnung gebracht werden. Man darf aber den sich kundgebenden Fehler nicht sofort als von der Theilung allein herrührend ansehen, sondern muss ihn als die Gesammtwirkung der Theilungs- und Excentricitätsfehler betrachten. Eine genaue Ausscheidung der einzelnen Antheile ist fast unmöglich, nützt aber eigentlich auch Nichts, da doch nur die Summe aller Einflüsse bekannt zu sein braucht.

Ob der Nonius in gleiche Theile getheilt ist, kann man, nachdem die vorhergehende Untersuchung den Beweis geliefert hat, dass der nullte und nte Theilstrich genau um n — 1 Theile des Limbus von einander abstehen, in folgender Weise mit einer für die meisten Messungen hinreichenden Schärfe erforschen. Bekanntlich hat der Nonius vor dem ersten und (n + 1)ten Theilstriche noch eine Uebertheilung. Man kann nun den äussersten Strich dieser Theilung vor dem Nullpunkte als den Nullpunkt des Nonius ansehen, diesen Strich auf einen des Limbus genau einstellen und untersuchen, ob der (n + 1)te Strich, von jenem äussersten an gezählt, mit einem Theilstriche des Limbus zusammentrifft oder nicht. Eben so kann man mit dem zweiten, dritten, vierten und letzten Theilstriche der Uebertheilung vor dem Nullpunkte und dem jedem von ihnen entsprechenden (n + 1)ten Striche der Theilung verfahren. Wendet man dieses Verfahren auch auf die Uebertheilung hinter dem eigentlichen (n + 1)ten Theilstriche an, so hat man nicht nur beide Uebertheilungen, sondern auch von dem Nonius die zwei Enden in einer Länge untersucht, welche der Summe der Uebertheilungen gleich kommt. Das noch übrig bleibende Mittelstück des Nonius lässt sich wohl nur dadurch prüfen, dass man nach und nach jeden Strich desselben genau einstellt und zusieht, ob die zu beiden Seiten gleichweit von ihm abliegenden Noniusstriche gleiche Differenzen mit den entsprechenden Limbustheilen bilden; eine Untersuchung, welche allerdings ein sehr geübtes Augenmass und eine gute Lupe erfordert. Genauere, aber

(der Natur der Sache nach) auch weit umständlichere Methoden zur Untersuchung der Theilungen findet man in der ersten und siebenten Abtheilung der „Astronomischen Beobachtungen in Königsberg“ von F. W. Bessel.

Die Horizontalstellung des Limbus durch das in §. 149 beschriebene Verfahren beruht auf der Voraussetzung, dass der Limbus senkrecht steht zur Alhidadenaxe; denn durch jenes Verfahren wird eigentlich nur die Alhidadenaxe lothrecht gestellt. Die genannte Voraussetzung kann auch von dem Mechaniker vollständig erfüllt werden und trifft gewiss bei allen Theodolithen aus guten Werkstätten ein. Wenn man sich aber gleichwohl veranlasst fühlte, sein Instrument auch in dieser Hinsicht zu prüfen, so könnte es dadurch geschehen, dass man erst die Schraubenmutter (v) am unteren Ende des Alhidadenzapfens löst, hierauf die bekannte Horizontalstellung vornimmt; dann die Alhidade mit Allem, was sie trägt, vorsichtig aushebt, und schliesslich eine vorher berichtigte feine Röhrenlibelle in mehreren Richtungen auf den Horizontalkreis stellt. Zeigt hierbei die Luftblase keinen Ausschlag, so steht der Kreisrand zur Alhidadenaxe senkrecht; ausserdem fände in jeder Richtung eine dem Ausschlage entsprechende Abweichung von der winkelrechten Lage statt; der stärkste Ausschlag entspräche der grössten Abweichung. Nach dieser Prüfung mit der Libelle muss man sich auch überzeugen, dass die wiedereingesetzte Alhidadenaxe noch lothrecht steht, wenn man sicher sein will, dass die schiefe Stellung des Horizontalkreises nicht erst durch das Ausheben der Alhidade bewirkt wurde. Uebrigens hat, wie in der Lehre von den Messungen gezeigt wird, eine geringe Abweichung der Alhidadenaxe von der senkrechten Lage gegen den Limbus auf die Messung der Winkel fast gar keinen Einfluss, wenn nur die Alhidadenaxe lothrecht und die Drehaxe des Fernrohrs wagrecht ist.

§. 152. **Kleiner Theodolith mit drehbarem Limbus.** Die Veranlassung zur Erfindung der Wiederholungskreise war der Umstand, dass der einfache Theodolith den Einfluss der Theilungsfehler des Limbus nicht zu beseitigen gestattete, weil stets ein und derselbe Kreisbogen zur Messung eines Winkels benützt wurde. Man sah allerdings bald ein, dass nach und nach der ganze Kreis in Mitleidenschaft gezogen werden könne, wenn man nach jeder einfachen Messung den Theodolithen um den Betrag des gemessenen Winkels von rechts nach links verstellte, und diese Drehungen so oft wiederholte, dass der ganze Limbus ein oder mehrere Male den zu messenden Winkel durchlief. Dieses Verstellen ist jedoch etwas unbequem, und daher hat man in neuester Zeit den Horizontalkreis so am Zapfen des Dreifusses befestigt, dass er mit der Hand grob gedreht werden kann und in Folge seiner Reibung in der Lage feststeht, welche man ihm hiebei gegeben hat. Die kleinen einfachen Theodolithen, welche Ertel & Sohn dahier nach den Angaben von J. H. Franke anfertigen, haben im Wesentlichen die Gestalt des in den Figuren 194 und 195 dargestellten Repetitionstheodolithen, wenn man von demselben die Klemmvorrichtung für den Horizontalkreis (k′, q′, r′, y′) wegnimmt; der Durchmesser des kleinen

Ertel'schen Kreises beträgt 20^{cm} und die Höhe des ganzen Instruments von den Fussplatten p bis zur Libelle o ungefähr 35^{cm}. Die Klemmvorrichtung am Horizontalkreise ist durch einen federnden Ring ersetzt. Der horizontale Nonius hat eine Angabe von 20 Secunden (da $\alpha = \frac{1}{3}{}^0$ und $n + 1 = 60$), der verticale von 1 Minute (da $\alpha = \frac{1}{4}{}^0$ und $n + 1 = 15$). Wer die Einrichtung des nachstehend beschriebenen Wiederholungskreises schon kennt, sieht sofort ein, dass diese hier nachgeahmt ist: ob aber der Horizontalkreis auch dann noch unverrückbar feststehen wird, wenn das Instrument älter geworden ist und der Alhidadenkreis sich nicht mehr so leicht dreht wie anfangs, wird die Erfahrung bald lehren. Wir fürchten, dass sich die beschriebene Construction auf die Dauer nicht bewähren wird.

Der Repetitionstheodolith.

§. 153. **Der centrische von Ertel.** In dem mechanischen Institute von Ertel und Sohn in München werden gegenwärtig die meisten Wiederholungskreise mittlerer Grösse in der Form ausgeführt, welche Fig. 194 in der Ansicht und Fig. 195 im Durchschnitte nach der Alhidadenaxe darstellt. Gleiche Theile sind in beiden Figuren gleich bezeichnet.

Der Dreifuss wird mit seinen drei Stellschrauben (w_1, w_2, w_3)[1], die man mit den geränderten Köpfen (z_1, z_1) dreht, auf drei mit Spitzen in die Unterlage eingreifende Fussplatten (p_1, p_1) gestellt und mit dieser Unterlage nicht weiter verbunden, da das Gewicht des ganzen Instruments hinreicht, jede Verrückung bei vorsichtiger Behandlung während der Messung zu verhindern. Die Muttern (δ_1, δ_1) der Stellschrauben sind aufgeschlitzt und können zur Vermeidung des todten Gangs durch Klemmschrauben (δ_2, δ_2) angezogen werden. An den Körper des Dreifusses ist eine Büchse (t, t) von Gelbguss angeschraubt, um die Axe des Horizontalkreises von Rothguss aufzunehmen, in der die stählerne Alhidadenaxe steckt. Diese Verschiedenheit der Metalle, woraus die Büchse t des Dreifusses, der hohle Zapfen η des Horizontalkreises und der massive Zapfen ζ des Alhidadenkreises bestehen, hat darin ihren Grund, dass das Material des Zapfenlagers immer weicher sein soll als das des Zapfens, damit dessen Gestalt, namentlich sein kreisförmiger Querschnitt, möglichst vollkommen erhalten bleibt.

Der Horizontalkreis (h, h) kann verschiedene Grössen haben; an unserem Instrumente beträgt er 20^{cm}. Der Limbus befindet sich auf einem eingelegten ebenen Ringe von Silber und ist unmittelbar in Sechstelsgrade oder in 2160 gleiche Theile getheilt. Von dem Rande des Kreises laufen Speichen nach einem durchbohrten Mittelstücke (ϱ, ϱ), an das der hohle Zapfen (η, η) dieses Kreises mittels Schrauben senkrecht befestigt ist. Der Horizontalkreis kann somit vollständig im Kreise herumgedreht werden. Zur Hemmung der groben Drehung desselben dient die Klemme k', welche mit dem an der Centralbüchse (t) feststehenden Arme λ verbunden ist und

[1] Die dritte Stellschraube (w_3) blieb der Deutlichkeit wegen aus der Zeichnung weg.

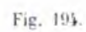
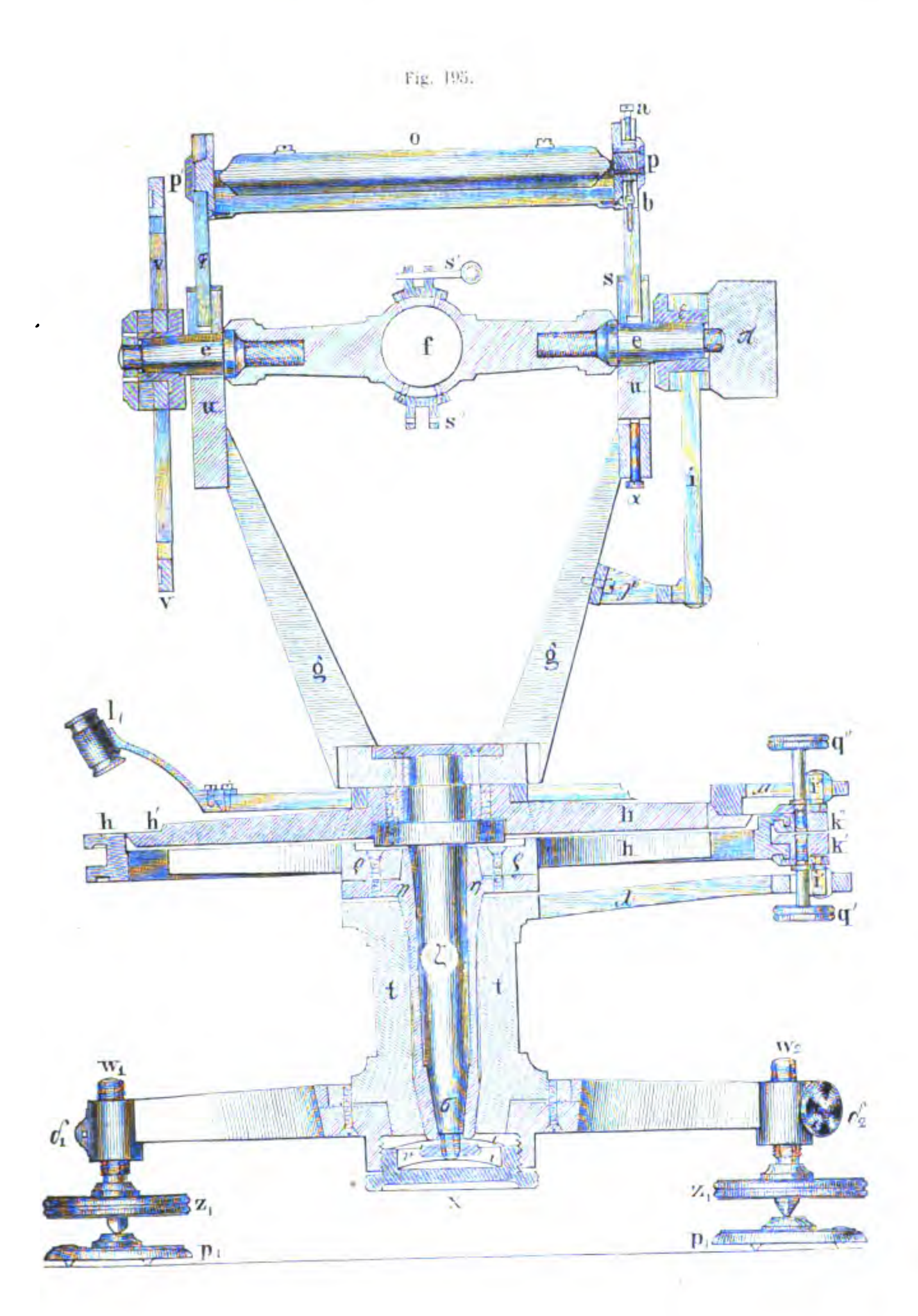


Fig. 194.

Fig. 195.



durch die Bremsschraube q′ geschlossen wird. Nachdem diese Schraube angezogen ist, hängt die feine Bewegung des Horizontalkreises nur mehr von der Mikrometerschraube r′ und einer ihr entgegenwirkenden Spirale ab, welche sich in dem Cylindergehäuse y′ (Fig. 194) befindet und daselbst um einen beweglichen Stift, der aus dem Gehäuse hervorragt, gewunden ist. Das Viereck i in Fig. 195 ist der Schnitt eines an der unteren Klemmplatte feststehenden Ansatzes. Da die Mutter der Mikrometerschraube und das Federgehäus unbeweglich feststehen, so muss sich der Ansatz i und mit ihm der Horizontalkreis in dem Ausschnitte des Arms λ bewegen, wie es jene Schraube und die Feder verlangen. Der grösste Bogen, um welchen der Kreis durch die feine Drehung bewegt werden kann, ist, wie man leicht findet, gleich dem Unterschiede zwischen der Weite des genannten Ausschnitts und der Dicke des Ansatzes i auf der unteren Klemmplatte.

Der Alhidadenkreis (h′, h′) liegt mit dem Horizontalkreise in einer Ebene und ist durch Schrauben mit einem massiven stählernen Zapfen (ζ) senkrecht verbunden. Die Mittellinie dieses Zapfens, die Alhidadenaxe, muss genau mit jener des hohlen Zapfens des Horizontalkreises zusammenfallen, und beide sollen mit hinreichender Schärfe auf der Ebene beider Kreise senkrecht stehen. Wenn beide Axen nicht eine einzige gerade Linie bilden, so heisst ihr Abstand von einander, in der Alhidadenebene gemessen, die Excentricität der Alhidade. Der massive Centralzapfen endigt, wie Fig. 195 zeigt, unterhalb des Dreifusses in eine Schraube σ, an der eine Mutter (ν) festsitzt. Der Zweck dieses Abschlusses ist, das unabsichtliche Ausheben des Alhidadenkreises zu verhindern. Damit sich der Zapfen dieses Kreises nicht zu fest in den Hohlzapfen des Limbus und dieser wiederum nicht mehr als nöthig in die Centralbüchse des Dreifusses einsenkt, so ruhen beide auf federnden Ringen (ι, ι), welche auf der hohlen Schraube x liegen, die an dem Dreifusse angebracht ist. In gleicher Weise wie der Horizontalkreis mit dem Dreifusse ist jener mit dem Alhidadenkreise durch eine Klemme (k″) und eine Mikrometerschraube (r″) verbunden. Zieht man die Bremsschraube q″ an, so drückt sich die Klemme fest an den Rand des Horizontalkreises, und der Alhidade ist nur noch jene feine Bewegung möglich, welche ihr die Mikrometerschraube in Verbindung mit der Spirale und dem beweglichen Stifte in dem Cylindergehäuse (y″) gestatten. Diese Bewegung geht vor- oder rückwärts, je nachdem man die Schraube r″ dreht, und durch sie wird das Fadenkreuz des Fernrohrs im horizontalen Sinne genau eingestellt.

Die vier Nonien (n_1, n_1), welche die Alhidade trägt, sind wie der Limbus von Silber und stehen 90° von einander ab. Ihre Angabe beträgt 10 Secunden, da 60 Noniustheile 59 Limbustheilen à 10 Minuten gleich sind, und ihre Bezifferung läuft wie die des Kreises von links nach rechts. Da 6 Theile des Nonius einer Angabe von 6mal 10 Secunden oder einer Minute und 12 Theile zwei Minuten entsprechen, so ist wegen Mangels an Raum nur jeder zwölfte Theilstrich, von 0 an gerechnet, beziffert, die Zahl 2

bedeutet also 12 Theile oder 2 Minuten, die Zahl 4 entspricht 24 Theilen oder 4 Minuten, u. s. w. bis zur Zahl 10, welche dem 60sten Theilstriche, von 0 an gezählt, zugehört und also 10 Minuten bezeichnet. Die Vielfachen von 6, welche nacheinander 1, 2, 3 ... 9 Minuten entsprechen, sind durch einen Punkt oberhalb der betreffenden Theilstriche kenntlich gemacht. Auf diese Weise ist das Abzählen der Noniustheile sehr erleichtert, indem man immer nur noch von 1 bis 5 zu zählen hat. Für jeden Nonius ist eine Lupe (l_1) und ein Blendrähmchen (β_1) vorhanden.

Das Fernrohr (f) wird von zwei Doppelarmen (g, g) getragen, welche sich über dem Alhidadenkreise erheben und auf dessen Mittelstück festgeschraubt sind. Die Drehaxe (e, e) des Rohrs ist von Rothmetall und ihre Zapfen sind von Stahl, die Lager von Messing. Da diese Axe zur Alhidadenaxe genau senkrecht stehen muss, so kann das rechte Lager (u) durch vier Stellschräubchen (α, α) gehoben, gesenkt und wieder festgemacht werden. Die Arme g, g sind so hoch, dass man das Fernrohr mit der Ocularseite durchschlagen kann. Die Länge des Rohrs beträgt 40^{cm} und die Oeffnung des Objectivs 4^{cm}; das astronomische Ocular gewährt eine 25-malige Vergrösserung. Die Ocularröhre wird durch das Getrieb in der Objectivröhre verschoben und das Fadenkreuz durch die vier Stellschräubchen z', z' und den Ring z nach §. 70 berichtigt.

Der Verticalkreis (v) ist ausserhalb eines der Lager u auf der Drehaxe des Fernrohrs befestigt. Sein Mittelpunkt liegt in dieser Axe und seine Ebene steht senkrecht darauf. Damit er das Gleichgewicht in Bezug auf die Alhidadenaxe nicht stört, ist der Drehzapfen am zweiten Lager mit einem Gegengewichte π beschwert. Der Durchmesser des Verticalkreises beträgt bei 7zölligen Wiederholungskreisen gewöhnlich $5^1/_2$ Zoll. Bei dieser Grösse wird der silberne Limbus in Sechstelsgrade und jeder der beiden diametral gegenüberstehenden Nonien so getheilt, dass man bis auf 10 Secunden ablesen kann. Zwei Lupen (l, l) erleichtern dieses Geschäft. Die Nonien bewegen sich in den Armen ihrer Träger (d, d) zwischen Schraubenspitzen (c', c''), damit man ihre Nullpunkte richtig stellen oder die Collimationsfehler wegschaffen kann. Die grobe Drehung des Verticalkreises oder des Fernrohrs hängt von der Bremsschraube q ab, welche, wenn sie angezogen ist, die Drehaxe e mit dem Hebel i fest verbindet und dadurch bewirkt, dass die grobe Drehung aufhört. Nach Aufhebung dieser Drehung ist eine feine mit Hilfe der Mikrometerschraube r innerhalb der Grenzen möglich, welche die Arme des festgeschraubten Trägers der Mikrometerbewegung gestatten. Die besondere Einrichtung dieser Bewegung ist der auf Seite 256 erklärten ähnlich.

Die Röhrenlibelle (o), welche zur Horizontalstellung des Instruments dient, steht hier mittels langer Füsse (φ, φ) auf zwei genau cylindrisch abgedrehten Stellen (e, e) der Drehaxe des Fernrohrs und wird in dieser Stellung durch zwei oberhalb des Zapfenlagers angebrachte Schliessen (s, s) festgehalten. Die Verbindung der Röhre mit dem halbcylindrischen Lager

o und dieses Lagers mit den Füssen ist nach §. 42 und Fig. 24 bewerkstelligt. Die zwei Stellschräubchen c, c dienen dazu, die Libellenaxe mit der Drehaxe in eine Ebene zu bringen, und die übrigen beiden Schräubchen a, b werden zur Parallelstellung beider Axen nach §. 42 und Fig. 22 gebraucht. Wenn die Libellenaxe in jeder Weise richtig gestellt ist, wird die vorher etwas gelüftete Fassung der Röhre durch zwei Plättchen p, p', welche sich an der Aussenseite der Füsse befinden, mit diesen wieder fest verbunden. Ausser der auf der Drehaxe befindlichen Röhrenlibelle o kann man auch eine zweite auf die cylindrischen Ringe f, f des Fernrohrs, mit dessen Axe parallel, aufsetzen, um die Visirlinie horizontal stellen und das Instrument zum Nivelliren benützen zu können. Eine Schliesse s' dient zum Festhalten dieser zweiten Libelle auf dem Fernrohre. Schlägt man das letztere durch, so kann man mit Hilfe der unteren Schliesse s'', welche alsdann oben ist, die Libelle auch nach oben versetzen. Dass die Libelle o beim Durchschlagen des Fernrohrs abgehoben werden muss, versteht sich von selbst.

§. 154. **Aufstellung und Gebrauch.** Die Aufstellung des wiederholenden Theodolithen ist von der des einfachen nicht wesentlich verschieden. Er wird entweder wie dieser auf ein Stativ oder unmittelbar auf eine feste ebene Unterlage von Stein oder Holz mit nahezu wagrechter Oberfläche gestellt, auf welcher der Scheitel des zu messenden Winkels nach §. 93 bezeichnet ist. Wir setzen hier einen Standpunkt der zweiten Art und ein völlig richtiges Instrument voraus. Nachdem man den Centralzapfen ζ oder die Schraube x in das Loth des Winkelscheitels gebracht hat, stelle man den Verticalkreis auf Null ein und drehe die Alhidade so, dass das Fernrohr über die Fussschraube w_3, seine Drehaxe aber in die Richtung w_1 w_2 der beiden übrigen Schrauben des Dreifusses zu stehen kommt. Bringt man nun mit den Schrauben w_1 und w_2 die Libelle auf der Drehaxe und durch w_3 die Libelle auf dem Fernrohre zum Einspielen, so muss die Alhidadenaxe lothrecht und folglich der Kreis wagrecht stehen, wenn, wie hier angenommen, der Theodolith fehlerfrei gearbeitet und ganz und gar berichtigt ist. Wollte man die Libelle auf dem Fernrohre zur Horizontalstellung nicht benützen, oder wäre sie gar nicht vorhanden, so brauchte man auch nicht den Verticalkreis auf Null zu stellen (weil dadurch doch bloss die Fernrohraxe eine senkrechte Richtung zur Alhidadenaxe erhält), sondern würde sofort die Drehaxe in die Richtung w_1 w_2 und die Libelle o zum Einspielen bringen und sich hierauf durch eine halbe Umdrehung der Alhidade, wobei also die Drehaxe wieder in der Richtung w_1 w_2 steht, überzeugen, ob wirklich die Dreh- und Libellenaxe mit der Alhidadenaxe einen rechten Winkel bilden, was der Fall ist, wenn nach jener halben Drehung die Luftblase wieder einspielt.[1] Steht nunmehr der Kreis in der Richtung

[1] Sollte sich hierbei ein Ausschlag der Blase ergeben, so würde er auf eine schiefe Stellung der Dreh- und Libellenaxe gegen die Alhidadenaxe deuten und müsste nach §. 150 halb an einer der Fussschrauben w_1 oder w_2 und halb an der Drehaxe verbessert werden, vorausgesetzt, dass diese mit der Libellenaxe parallel ist.

w_1 w_2 wagrecht, so gibt man der Drehaxe eine zu dieser Richtung senkrechte Stellung, indem man sie durch eine Viertelsdrehung der Alhidade über die Fussschraube w_3 bringt. Mit dieser Schraube wird die Libellenaxe auch in dieser Richtung wagrecht gestellt, und nachdem dieses geschehen, überzeugt man sich abermals von der winkelrechten Lage der Dreh- und Alhidadenaxe durch eine halbe Umdrehung der Alhidade, wie vorhin. Da durch die Horizontalstellung in der zweiten Richtung die wagrechte Lage der ersten etwas verändert worden sein kann, so führt man die Alhidade nochmals um 90° in ihre erste Stellung zurück und sieht zu, ob die Libelle einspielt oder nicht: im ersteren Falle steht der Kreis richtig, im letzteren wiederholt man das ganze Verfahren so lange, bis sich bei ganz langsamer Drehung der Alhidade die Luftblase der Libelle nicht mehr von ihrer Stelle bewegt.

Nunmehr kann, wenn die Beleuchtung der in den Winkelschenkeln stehenden Signale günstig ist, die Messung des Winkels durch Wiederholung beginnen. Man kann hierbei den Alhidadenkreis auf Null einstellen oder nicht. Will man, dass die erste Ablesung a am Nonius I null ist, so bringe man den Nullpunkt dieses Nonius nahe an den Nullpunkt der Theilung, klemme die Alhidade am Horizontalkreise mittels der Bremsschraube q'' fest und stelle durch die Mikrometerschraube r'' unter Benützung der Lupe die Nullpunkte genau auf einander. Auf den übrigen drei Nonien muss selbstverständlich abgelesen werden, da man nicht annehmen darf, dass ihre Nullpunkte beziehlich genau auf 90°, 180°, 270° stehen. Alsdann lüfte man durch die Bremsschraube q' den Horizontalkreis und drehe diesen mit der Alhidade so weit, dass das Fernrohr nach dem Signal L im linken Schenkel steht. Nun ziehe man die Schraube q' wieder an und bringe das Fadenkreuz des Fernrohrs durch die Mikrometerschrauben r' und r zur genauen Deckung mit einem bestimmten Punkte des Signals L. Nachdem dieses geschehen, löse man die Alhidade von dem feststehenden Horizontalkreise, führe sie nach dem Signal R im rechten Schenkel und stelle das Fernrohr auf eine bestimmte Stelle dieses Signals genau ein. Will man die Grösse des zu messenden Winkels schon jetzt annähernd erfahren, um danach am Schlusse der Messung die Anzahl (m) der Ueberschreitungen des Limbus-Nullpunkts durch die verschiedenen Nonien zu beurtheilen, so lese man einen der Nonien, am besten den ersten, ab und schreibe das Ergebniss dieser Ablesung auf. Die nächste Arbeit besteht in der Lüftung der Bremsschraube q', der Drehung des Horizontalkreises sammt Alhidade, bis das Fernrohr wieder in die Richtung des linken Schenkels kommt, der Klemmung des Horizontalkreises und der Einstellung des Fadenkreuzes mit Hilfe der Schrauben r' und r. Darauf folgt wieder die Lösung der Alhidade, ihre Drehung nach rechts und das Einstellen der Visirlinie auf das Signal R. Die beiden letzten Operationen werden so oft vorgenommen, als man den Winkel repetiren will. Am Ende der letzten (n ten) Wiederholung liest man alle vier Nonien ab und bemerkt die Ablesungen in derselben Weise,

wie die ersten. Da man den einfachen Winkel schon annähernd kennt, so lässt sich leicht bestimmen, wie gross die Zahl m für jeden Nonius ist, und es ergibt sich somit der gesuchte Winkel nach Gleichung (97) zunächst für jeden Nonius, und hierauf, wenn man aus diesen vier Ergebnissen das Mittel nimmt, für alle Nonien.

Da durch diese Messung der Einfluss der Excentricität des Fernrohrs, wenn sie vorhanden ist, nicht beseitigt wird, so wiederholt man dieselbe in der eben beschriebenen Weise, nachdem man vorher das Fernrohr durchgeschlagen oder, wie man sich ausdrückt, von der „ersten“ in die „zweite Lage“ gebracht hat. Dieser Umstand wird bei der Aufschreibung, welche in nachfolgender Weise geschehen kann, ebenfalls bemerkt.

Standpunkt: Signal S.

Messung mit dem Fernrohre in der ersten Lage.

Nonius.	Anfang.			Ende.			Einfacher Winkel.			Bemerkungen.
	Grad.	Min.	Sec.	Grad.	Min.	Sec.	Grad.	Min.	Sec.	
I.	0	0	0	265	58	45	62	35	45	Wiederholungen: 10.
II.	90	0	10	355	58	53	—	—	—	Beleuchtung: gut.
III.	180	0	0	85	58	47	—	—	—	Himmel: heiter. Luft: rein.
IV.	269	59	55	175	58	40	—	—	—	Wind: schwach.

Da der einfach gemessene Winkel 62° 35′ 45″ beträgt und 10 Wiederholungen gemacht wurden, so ist nach Gleichung (97) für die Nonien I und II die Zahl m = 1 und für die Nonien III und IV m = 2; daher für

Nonius der Winkel

I $$w = \frac{360^0 + 265^0\,58'\,45'' - 0^0\,0'\,0''}{10} = 62^0\,35'\,52'',5$$

II $$w = \frac{360^0 + 355^0\,58'\,53' - 90^0\,0'\,10''}{10} = 62^0\,35'\,52'',3$$

III $$w = \frac{720^0 + 85^0\,58'\,47'' - 180^0\,0'\,0''}{10} = 62^0\,35'\,52'',7$$

IV $$w = \frac{720^0 + 175^0\,58'\,40'' - 269^0\,59'\,55''}{10} = 62^0\,35'\,52'',5$$

und für alle Nonien zusammen bei der ersten Lage des Fernrohrs der Winkel

$$w_1 = 62^0\,35'\,52'',5.$$

Ergäbe eine zehnmalige Wiederholung des Winkels bei der zweiten Lage des Rohrs

$$w_2 = 62^0\,35'\,58'',3$$

so wäre der richtige, von jeder Excentricität befreite Winkel

$$w = \tfrac{1}{2}(w_1 + w_2) = 62^0\,35'\,55'',4.$$

Die Messung der Verticalwinkel geschieht wie bei dem einfachen Theodolithen.

§. 155. Prüfung und Berichtigung. Am Repetitions-Theodolithen hat man, mit Ausnahme einer einzigen, dieselben Untersuchungen vorzunehmen, welche für den einfachen bereits in den §§. 150 und 151 besprochen wurden, wir brauchen daher hier nur Weniges zu bemerken.

1) Die Untersuchung der Libellen ist hier leichter als bei dem früher beschriebenen einfachen Theodolithen; denn sowohl die auf dem Fernrohre als die auf dessen Drehaxe stehende Libelle lässt sich umsetzen. Man wendet daher auf beide das in §. 43 erörterte Prüfungsverfahren an.

2) Ob die Visirlinie des Fernrohrs zu dessen Drehaxe senkrecht steht, erfährt man entweder auf die in §. 150 Nr. 2 angegebene oder auch auf die folgende Weise, welche vor jener den Vorzug hat, dass sie auf einem kleinen Raume vorgenommen werden kann, aber voraussetzt, dass man ausser dem Theodolithenfernrohre noch zwei andere mit Fadenkreuzen versehene Fernrohre hat. Stellt man in jedem dieser zwei Fernrohre das Fadenkreuz genau in die Bildebene des Objectivs, so tritt das von dem Fadenkreuze kommende Licht parallel mit der optischen Axe aus dem Objectiv, und es kann folglich das Fadenkreuz selbst durch ein zweites Fernrohr gesehen werden, dessen Objectiv diese Parallelstrahlen aufnimmt. Man stelle nun die beiden Fernrohre in einiger Entfernung von einander so auf, dass das Fadenkreuz des einen das Fadenkreuz des anderen genau deckt. In diesem Falle liegen die Visirlinien beider Rohre in einer geraden Linie. Hierauf bringe man den zu untersuchenden Theodolithen so zwischen beide Fernrohre, dass die Visirlinie seines Fernrohrs mit der des ersten Hilfsfernrohrs zusammenfällt, was der Fall ist, sobald dessen Fadenkreuz von dem Fadenkreuze des Theodolithenfernrohrs gedeckt wird. Diese Operation verursacht zwar einige Mühe, indem man den Theodolithen mehrere Male höher und tiefer stellen oder seitwärts verrücken muss, aber sie erfordert doch im Ganzen nicht mehr Zeit als das früher angegebene Verfahren. Wenn nun die Visirlinie des Fernrohrs zu dessen Drehaxe senkrecht steht, so muss das Fadenkreuz des Theodolithenfernrohrs, nach dem Durchschlagen des letzteren, auch das Fadenkreuz des zweiten Hilfsfernrohrs decken. Findet diese Deckung nicht statt, so ist, wie leicht zu beweisen, die Hälfte der angezeigten Abweichung an dem Fadenkreuze des Theodolithenfernrohrs durch die Stellschräubchen z, z und die übrige Hälfte an der Alhidade durch die Mikrometerschraube r'' zu verbessern. Wenn nach dieser ersten Verbesserung die Fadenkreuze des Hauptrohrs und des zweiten Hilfsfernrohrs sich decken, so führt man das zu untersuchende Fernrohr nochmals in die erste Lage zurück und überzeugt sich von dem jetzigen Stande der Fadenkreuze gegen einander. Eine sich kundgebende Abweichung berichtigt man wie vorhin. Nach einigen Versuchen wird das Theodolithenfernrohr in der ersten und zweiten Lage keine Abweichung mehr zeigen und also eine zur Drehaxe senkrecht stehende Visirlinie haben.

Wenn die Voraussetzung, auf der das eben beschriebene Prüfungsverfahren beruht, nicht erfüllt werden kann, so wende man die noch

von Reichenbach herrührende und in §. 150 unter Nr. 2 beschriebene, auf dem Umlegen der Drehaxe des Fernrohrs beruhende Untersuchungsmethode an.

3) Da bei dem Ertel'schen Repetitions-Theodolithen eine Libelle auf der Drehaxe des Fernrohrs steht, so gilt für die Untersuchung der Lage der Drehaxe gegen die Alhidadenaxe das zweite der in Nr. 3 des §. 150 beschriebenen Verfahren. Der von der Libelle angezeigte Fehler wird zur Hälfte durch die Stellschräubchen α, α des einen Zapfenlagers und halb durch die Fussschrauben beseitigt, indem man nach Erforderniss jenes Lager und den Alhidadenkreis ein wenig hebt oder senkt. Die Wirkungsweise der Schräubchen α, α ist so einfach, dass eine nähere Erklärung derselben überflüssig erscheint. Wenn man untersuchen will, ob die Zapfen der Drehaxe des Fernrohrs genau cylindrisch sind, so braucht man nur die auf ihnen stehende Libelle abzulesen und zuzusehen, ob die Luftblase unverändert stehen bleibt, wenn das Fernrohr vorsichtig um 360° gedreht wird: wäre dieses nicht der Fall, und zeigte sich die beobachtete Abweichung der Luftblase wiederholt an derselben Stelle, so müssten die Zapfen frisch abgedreht oder durch neue ersetzt werden. Wären die Zapfen zwar cylindrisch aber ungleich dick, so würde auch dieses die Libelle anzeigen, wenn man sie in einer ersten Lage zum Einspielen brächte, dann die Zapfen in andere Lager umsetzte und die Libelle wieder in der früheren Richtung darauf stellte: ein allenfallsiger Ausschlag würde den doppelten Winkel anzeigen, den die in der Ebene der Zapfenaxe liegenden Geraden einschliessen, welche die beiden Zapfenquerschnitte verbinden. Auch diesen Fehler könnte nur der Mechaniker beseitigen. (Statt der Libellen kann man zu den hier erwähnten Untersuchungen auch Fühlhebel anwenden, doch ist das Anbringen derselben am Instrumente stets mit Umständen verknüpft, daher weniger zu empfehlen.)

4) Was die Bestimmung und Beseitigung des Collimationsfehlers der Nonien am Verticalkreise betrifft, so gilt hier Alles, was darüber in Nr. 4 des §. 150 mitgetheilt wurde. Dasselbe gilt für §. 151 hinsichtlich der Untersuchung der Theilungs- und Excentricitätsfehler.

5) Die besondere Prüfung, welche dem Repetitionstheodolithen im Vergleich mit dem einfachen zukommt, bezieht sich auf die gegenseitige Stellung der Axen der Alhidade und des Horizontalkreises. Diese Axen sollen bekanntlich zusammenfallen und auf den Ebenen der Kreise senkrecht stehen. Fallen sie nicht zusammen, so sind sie entweder parallel oder nicht: in beiden Fällen findet eine Excentricität der Alhidade statt, und in letzterem Falle kommt zu dieser Excentricität noch die schiefe Lage des Limbus gegen den Alhidadenkreis. Daraus entspringt zunächst ein kleiner Fehler im Ablesen und hierauf ein zweiter grösserer dadurch, dass bei der Drehung des Horizontalkreises mit der Alhidade die Axe der letzteren, welche anfänglich lothrecht stand, in eine schiefe Stellung kommt, welche sich nothwendig auch der Drehaxe des Fernrohrs mittheilt. Sobald aber diese Axe nicht

mehr horizontal ist, beschreibt auch die Visirlinie des Fernrohrs keine Verticalebene mehr und es wird folglich der zu messende Winkel nicht richtig projicirt. Dreht man bei einer Repetitionsmessung den Horizontalkreis nach und nach um 360°, so beschreibt offenbar die Alhidadenaxe, je nachdem sie die Limbusaxe schneidet oder nicht, eine Kegelfläche oder ein Hyperboloid um die Limbusaxe, und die Drehaxe des Fernrohrs neigt sich nach und nach gleich viel im entgegengesetzten Sinne gegen die zwei Hälften des Horizontalkreises. Setzt man daher die Repetition so lange fort, dass dieser Kreis ein, zwei oder drei Mal ganz gedreht wird, so gleichen sich die aus der schiefen Lage der Drehaxe entstehenden Fehler unter einander fast ganz aus, während der Fehler im Ablesen, der aus dem schiefen Stande des Limbus hervorgeht, so unbedeutend ist, dass er vernachlässigt werden darf.

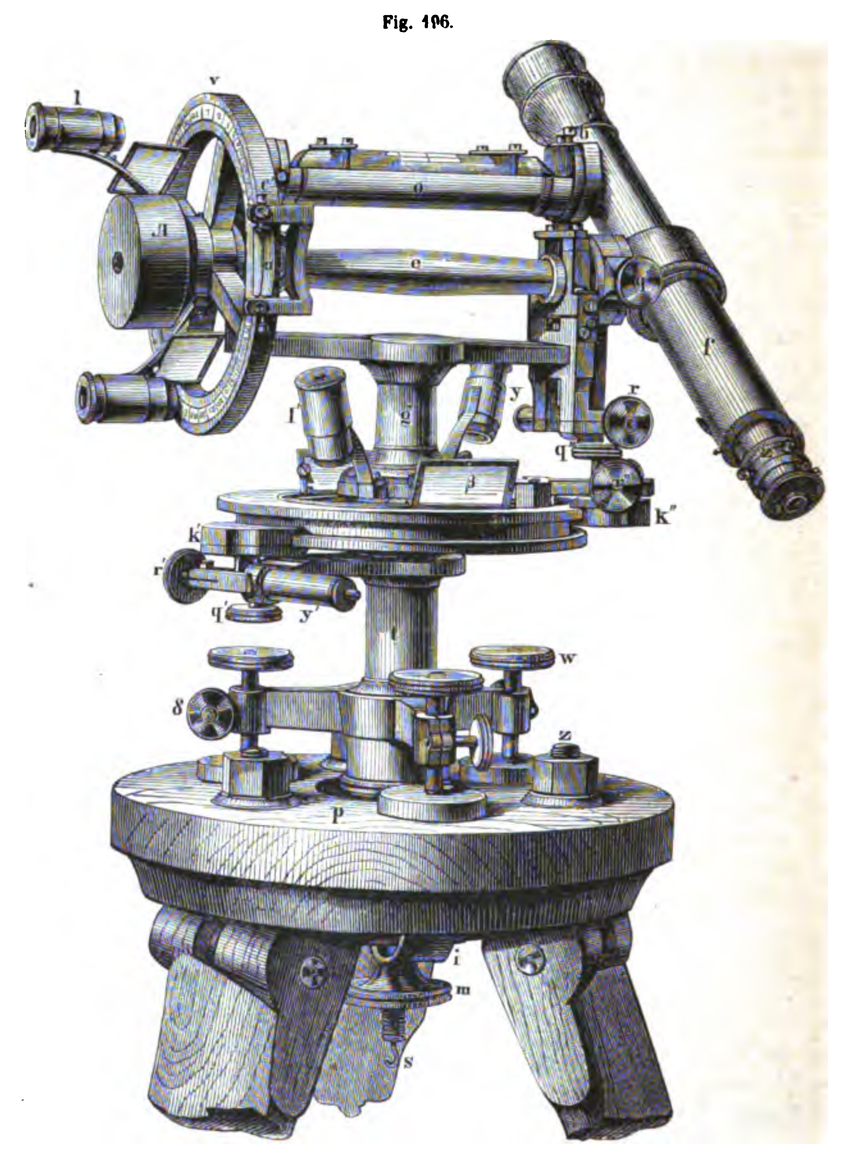
Wenn nun auch eine geringe Abweichung der Limbus- und Alhidadenaxe von der parallelen Lage wenig schadet — und nur eine geringe nehmen wir an — so ist es doch nicht überflüssig, zu untersuchen, ob der Theodolith eine solche Abweichung hat oder nicht. Zu dem Ende stelle man die Alhidadenaxe auf die im vorigen Paragraphen angegebene Weise genau lothrecht und drehe hierauf den Horizontalkreis sammt der Alhidade um 180°. Zeigt sich nach dieser Drehung ein Ausschlag an der Libelle, so entspricht dieser dem doppelten Neigungswinkel der Limbus- und Alhidadenaxe in der Projection auf eine Ebene, welche durch die Drehaxe des Limbus und die Libellenaxe geht. Wiederholt man dieses Verfahren in mehreren Richtungen, so erfährt man für jede derselben die Projection des Neigungswinkels der genannten beiden Axen. Beobachtet man hierbei die Horizontalwinkel, welche die verschiedenen Richtungen der Libellenaxe mit einander bilden, so kann man hieraus und aus den bekannten Projectionen die gegenseitige Lage der Axen im Raume durch Rechnung ableiten.

§. 156. Excentrischer Theodolith von Ertel. Der vorher beschriebene Repetitionstheodolith erfordert, um das in der Mitte angebrachte Fernrohr durchschlagen zu können, einen ziemlich grossen Abstand der Drehaxe dieses Rohrs von dem Horizontalkreise, und damit eine beträchtliche Constructionshöhe. Diese lässt sich aber vermindern, wenn man das Fernrohr ausserhalb der Alhidadenaxe anbringt, wie es bei Ertel und Sohn dahier in neuerer Zeit bei den kleinen Wiederholungskreisen geschieht, die in grosser Zahl für ausländische Vermessungen anzufertigen sind.

Fig. 196 stellt einen solchen Theodolithen dar, und eine einfache Vergleichung desselben mit dem in Fig. 194 und 195 abgebildeten und in §. 153 beschriebenen Repetitionstheodolithen zeigt, dass der Unterschied beider lediglich in der verschiedenen Stellung des Fernrohrs und der dadurch bedingten Abänderung des Fernrohrträgers liegt. Wir werden desshalb hier auch lediglich diesen Unterschied ins Auge fassen, und zwar nur in Bezug auf den Gebrauch des Instruments, da der so wenig veränderte Bau im Hinblicke auf die Paragraphen 153 bis 155 keiner Erläuterung bedarf.

Handelt es sich um die Messung eines Horizontalwinkels und ist der Theodolith centrisch über den Scheitel und hierauf horizontal gestellt worden, so wird man mit der ersten Lage des Fernrohrs nacheinander die

Fig. 196.



Signale im linken und rechten Winkelschenkel anvisiren und aus den Ablesungen a', a'' den Winkel w' erhalten, welcher um den Einfluss der Excentricität der Visirlinie (Gl. 93) von dem zu messenden Winkel w abweicht.

Schlägt man nun das Fernrohr durch und stellt es in dieser zweiten Lage wieder zuerst auf das linke, dann auf das rechte Signal ein, so werden die beiden Ablesungen a_1, a_2 einen Winkel w'' liefern, welcher von dem wahren Winkel w wiederum um den Betrag des Einflusses der Excentricität der Visirlinie abweicht. Diese Abweichung ist der vorigen an Grösse gleich, der Richtung nach aber entgegengesetzt. Es wird folglich die Summe der beiden beobachteten Horizontalwinkel $w' + w'' = 2\,w$ und daher

$$w = \tfrac{1}{2}(w' + w'')$$

wie bereits in §. 137 nachgewiesen ist. Wollte man den Winkel w nur einseitig messen, so würde man einen Fehler begehen, der durch die Gleichung (94)

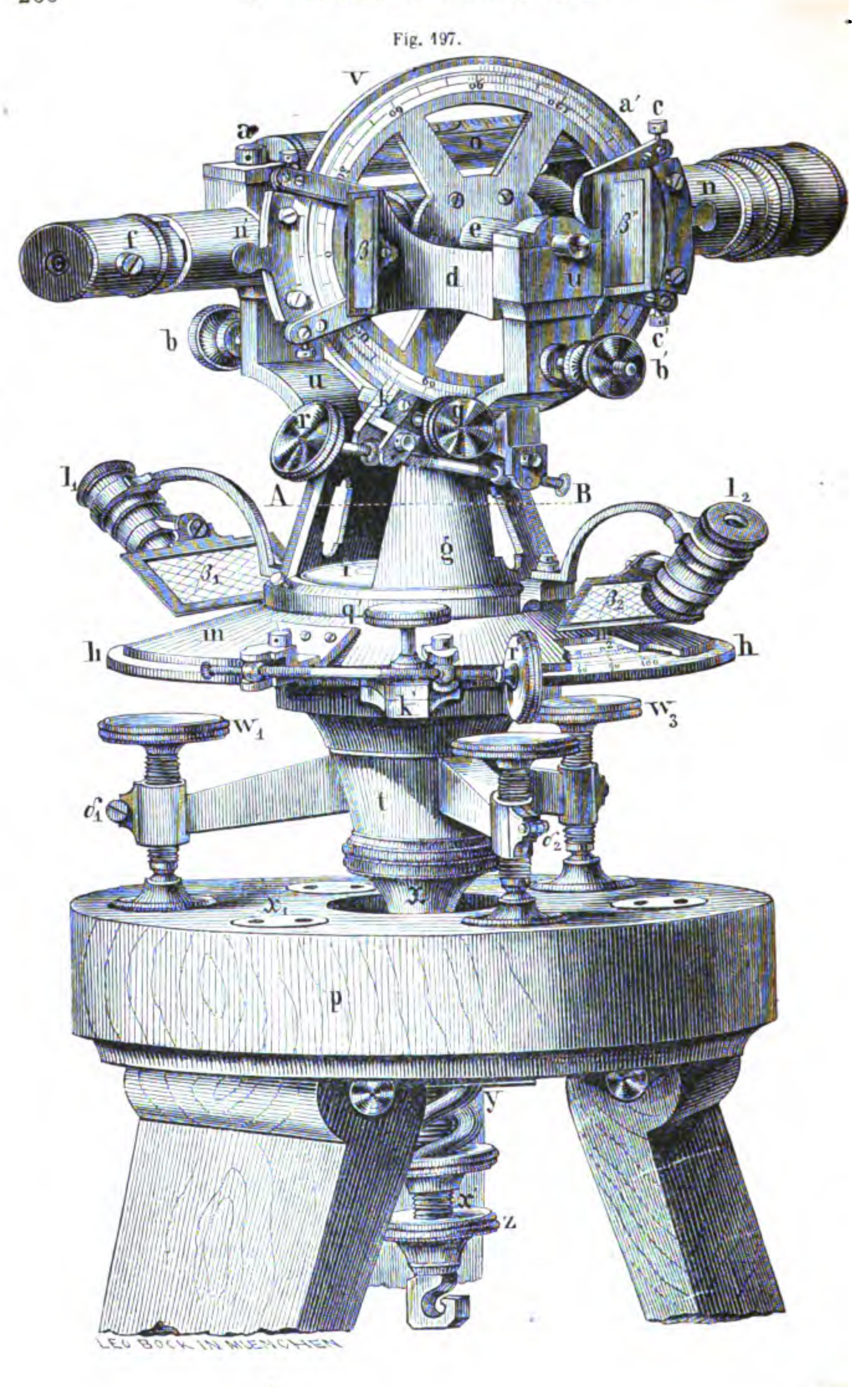
$$w - w' = 206265'' \cdot e\left(\frac{1}{l'} - \frac{1}{l}\right)$$

ausgedrückt ist, in welcher l, l' die Länge der Winkelschenkel und e den Abstand der Fernrohraxe von der Alhidadenaxe (die Excentricität der Visirlinie) vorstellt.

Es kann scheinen, als ob ein Theodolith mit excentrischem Fernrohre bei der Horizontalwinkelmessung mehr Arbeit veranlasst als einer mit centrischem Fernrohre; dieses ist aber desswegen nicht der Fall, weil man auch mit letzterem einen Winkel mit den beiden Lagen des Fernrohrs misst, um den Einfluss einer allenfallsigen Excentricität der Visirlinie auf das Messungsresultat zu beseitigen.

§. 157. **Grubentheodolith von Breithaupt.** Der Hängecompass, welcher auf Seite 224 abgebildet und beschrieben ist, gewährt wie die Feldbussole nur eine geringe Genauigkeit der damit aufgenommenen Winkel. Man sollte ihn daher nur da anwenden, wo entweder ein mit Stativ versehenes Winkelmessinstrument nicht wohl aufzustellen ist, oder wo es sich nur um geringfügige Markscheidungen handelt. Dagegen sind für grössere Arbeiten und wo es die Oertlichkeit nur irgend erlaubt, die Grubentheodolithen geeignet, welche in neuerer Zeit von verschiedenen Mechanikern, namentlich von F. W. Breithaupt in Cassel, angefertigt werden. Ein solcher Theodolith unterscheidet sich von einem anderen nur dadurch, dass er in der Regel mit einer Bussole verbunden und in diesem Falle keiner seiner Bestandtheile aus Eisen oder Stahl ist. Man hat die Grubentheodolithen auch schon zum Repetiren der Winkel eingerichtet; es reicht aber ein guter einfacher Theodolith für alle Fälle, auch für die umfangreichsten bergmännischen Messungen, aus. Wir werden daher auch nur einen der letzteren Art näher betrachten. Fig. 197 stellt die Ansicht eines einfachen Grubentheodolithen von Breithaupt mit abgenommener Bussole und Fig. 198, S. 267 den oberen Theil desselben mit aufgesetzter Bussole vor. Um das ganze Instrument sich richtig vorzustellen, braucht man nur die zweite Figur mit der Linie A B auf die erste gesetzt zu denken. Wir haben die Fig. 197 bereits in §. 148 bei der Beschreibung des einfachen Theodolithen benützt, sie ist aber nach dem für unseren Gebrauch bestimmten Gruben-

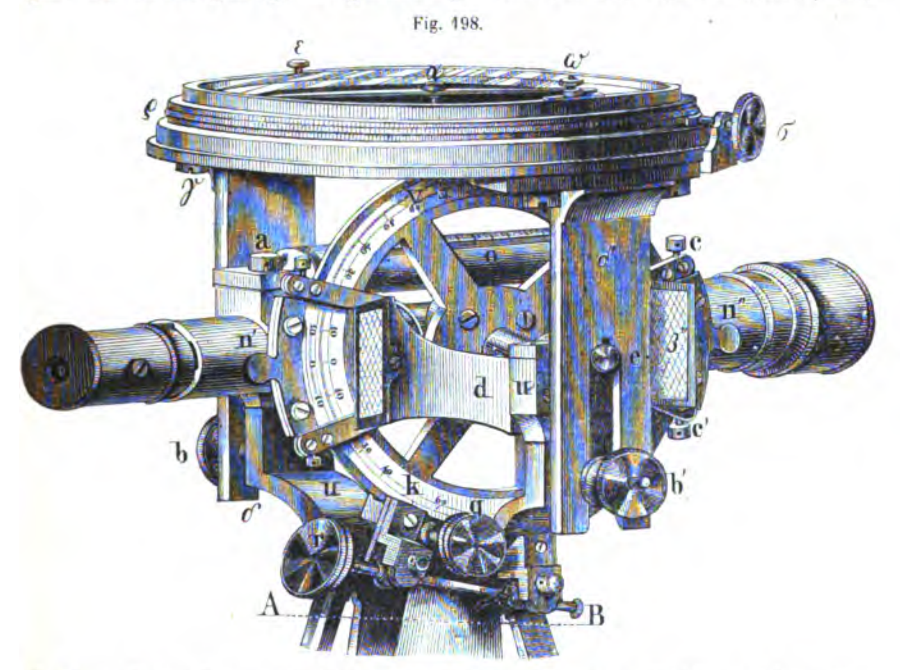
Fig. 197.


v
a
a′
c
o
n
f
n
β
β′
e
d
u
c′
b
b′
u
r
q
l1
A
B
l2
g
β1
i
β2
q
m
h
h
r
k
w1
w3
c1
t
c2
x1
x
p
y
x
z
LEO BOCK IN MUENCHEN

theodolithen der Münchener polytechnischen Schule angefertigt. Es versteht sich sonach von selbst, dass auch die zu Fig. 186 gehörige Fig. 187 den Durchschnitt des Grubentheodolithen vorstellt.

Der eben erwähnten Beschreibung des Breithaupt'schen Theodolithen, auf welche wir uns hier beziehen, sind nur wenige Bemerkungen beizufügen. Der Horizontalkreis des hier abgebildeten Grubentheodolithen hat 12^{cm} Durchmesser und ist unmittelbar in halbe Grade oder 720 gleiche Theile getheilt; 29 solcher Theile sind 30 Theilen des Nonius gleich, also beträgt dessen Angabe 1 Minute. Das Fernrohr ist bloss 30^{cm} lang und die Oeffnung seines Objectivs beträgt 3 Centimeter. Das astronomische Ocular gibt eine zwanzigmalige Vergrösserung. Die Drehaxe des Fernrohrs, alle

Fig. 198.



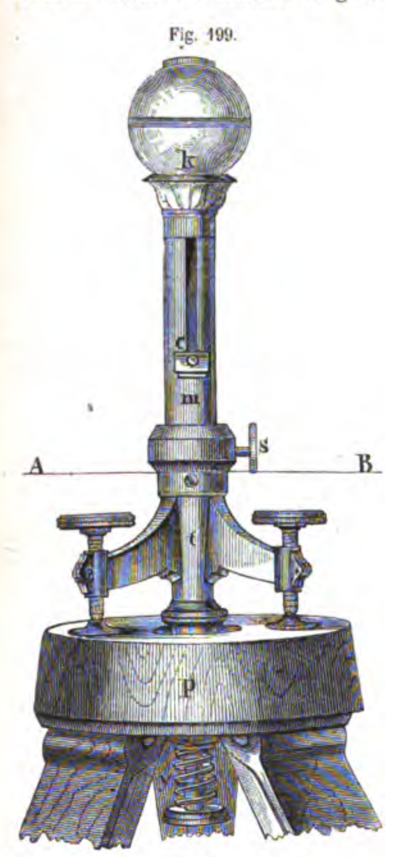
Zapfen, Schrauben und Federn sind hier nicht von Stahl, sondern von Messing oder Rothguss, und die Theilungen der Kreise und Nonien befinden sich nicht auf eingelegten Silberstreifen, sondern sind bloss versilbert. Die **Bussole**, welche mit dem Theodolithen verbunden werden kann, besteht aus zwei Theilen: dem Compass und seinem Aufsatze. Der erstere ist in Fig. 179 abgebildet und in §. 141 beschrieben; der letztere ist aber weiter Nichts als eine cylindrische Schale (ϱ) von $0,^{m}12$ Weite und $0,^{m}015$ Tiefe, in die sich der Compass einsetzen lässt und welche mittels zweier Füsse (δ, δ) auf die Zapfen der Drehaxe des Fernrohrs gesetzt und durch die Schrauben b, b' an den Armen u, u der Tragsäule g festgehalten werden kann. In der Schale befindet sich ein Schräubchen, welches dazu dient,

den Compass in ihr festzuhalten, sobald er die richtige Stellung hat, d. h. sobald seine zwölfte Stundenlinie oder der Durchmesser 0° — 180° mit der Fernrohraxe parallel ist.

§. 158. **Gebrauch.** Die Aufstellung des Grubentheodolithen geschieht wie die des Feldtheodolithen, und was seinen Gebrauch betrifft, so setzt sich derselbe aus jenem des letztgenannten Instruments und der Bussole zusammen. Indem wir desshalb auf die §§ 134 und 149 verweisen, fügen wir den dort gegebenen Anleitungen noch folgende Bemerkungen bei.

1) Die Messung der Horizontal- und Verticalwinkel in den finsteren Gruben erfordert andere Signale für die Visirrichtungen als jene sind, welche über der Erdoberfläche gebraucht werden. Es dienen dazu Lichter oder Lampen, welche man an den zu bezeichnenden Punkten lothrecht aufstellt. Manche Markscheider benützen zu dieser Aufstellung Stative, welche genau so wie die der Theodolithen gearbeitet sind und auf denen die bereits in §. 96 beschriebenen, hier wiederholt abgebildeten Signale (Fig. 199) ruhen. Hat das Signal an einer Stelle seine Dienste gethan und ist von seinem Standpunkte aus ein zweiter Winkel zu messen, welcher mit dem ersten einen Schenkel gemein hat, wie es bei Vielecken der Fall ist, so lässt man die Stative stehen und verwechselt bloss den Theodolithen mit dem Grubensignal, worauf die Messung des zweiten Winkels beginnen kann. In gleicher Weise verfährt man mit den übrigen Winkeln eines ganzen Markscheidezugs.

Fig. 199.

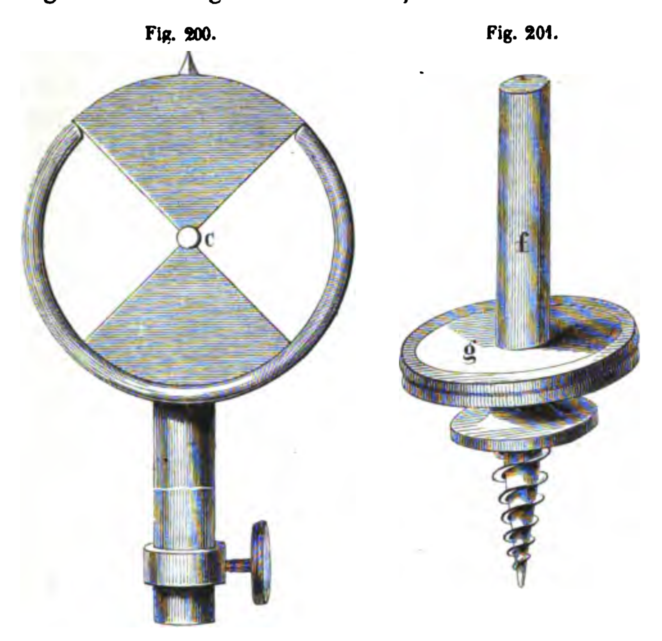


2) Einfacher als das Stativ und der Dreifuss ist die Einrichtung des Untersatzes, welche (nach Fig. 201) bloss aus einem Metalldorn besteht, der mit einer Baumschraube in einem Balken oder Markscheidebock befestigt wird; und statt der Lampe mit Milchglas kann man auch eine nach Fig. 200 aus roth und weiss gefärbtem durchscheinendem Papiere angefertigte Zielscheibe benützen, hinter der ein Wachs- oder Stearinlicht brennt, und welche auf dem Zapfen f des Untersatzes befestigt werden kann.

3) Es versteht sich wohl von selbst, dass man die mit dem Theodolithen verbundene Bussole zu keinen anderen Winkelmessungen benützt als

zu jenen, durch welche man das Streichen einer Linie oder deren Neigungswinkel gegen die Magnetlinie erfährt. Um diese Streichwinkel mit der grössten möglichen Genauigkeit zu erhalten, misst man dieselben zweimal

Fig. 200. Fig. 201.



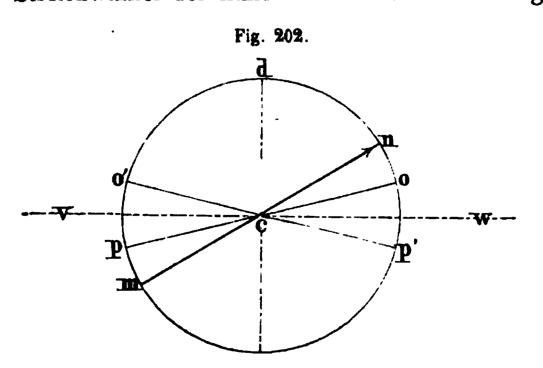
in der ersten und eben so oft in der zweiten Lage des Fernrohrs, indem man bei jeder Lage des Rohrs nach der ersten Ablesung am Nordende der Magnetnadel die Bussole abhebt und umsetzt. Man wird sich mit Hilfe der §§. 134 und 149 leicht selbst klar machen können, dass das Umsetzen der Bussole den fehlererzeugenden Einfluss einer excentrischen Nadel und das Durchschlagen des Fernrohrs die Einwirkung jenes Fehlers auf die Winkelmessung beseitigt, welche bei einseitiger Beobachtung aus der schiefen Stellung der zwölften Stundenlinie oder des Durchmessers 0^0 — 180^0 gegen die Visirlinie des Fernrohrs hervorginge. Ueberdiess wird durch diese Art der Messung die Wirkung aller übrigen Unvollkommenheiten des Instruments oder der Beobachtung vermindert.

§. 159. **Die Prüfung und Berichtigung** des Grubentheodolithen wird selbstverständlich auf freiem Felde vorgenommen und geschieht am Horizontal- und Verticalkreise ganz nach der in §. 150 gegebenen Anleitung, während die Bussole für sich nach §. 135 und ihre Verbindung mit dem Theodolithen auf folgende Weise untersucht wird. Es kann sich nämlich, wenn der Compass richtig ist, nur noch darum handeln, zu erfahren, ob die zwölfte Stundenlinie mit der Visirlinie des Fernrohrs in einer Ebene liegt, und wenn es nicht der Fall ist, beide in eine Ebene zu bringen.

Angenommen, es sei o p in Fig. 202 die zwölfte Stundenlinie, v w die

Visirlinie des Fernrohrs, m n die Magnetnadel der Bussole und d e die Drehaxe des Fernrohrs, welche zur Visirlinie senkrecht steht: so wird der Streichwinkel der Linie v w in der ersten Lage des Fernrohrs durch den Bogen o n gemessen, während es durch den Bogen w n geschehen sollte. Schlägt man hierauf das Fernrohr durch und setzt die hierbei abgehobene Bussole in ihrer ursprünglichen Lage wieder auf, so wird, wenn das Fernrohr wieder in die Richtung v w eingestellt ist, der Punkt d in e, e in d, o in o′, p in p′, die Nadel aber nach m n stehen. Folglich liest man jetzt am Nordende der Nadel den Bogen o′ p′ n $= 180^0 + $ p′ n als den Streichwinkel der Linie v w ab. Der Bogen p′ n ist aber, wie man an der Figur sieht, gerade um so viel grösser als der richtige Bogen w n, als der vorhin abgelesene Bogen o n kleiner ist: darum gibt das arithmetische Mittel aus den Bögen o n und p′ n den gesuchten Streichwinkel n c w. Man muss desshalb zur Berichtigung der Bussole nach Oeffnung der Schraube σ den Compass in seiner Schale ϱ so weit vor- oder rückwärts drehen, bis die Nadel den eben gefundenen Streichwinkel genau anzeigt, und alsdann die Schraube wieder schliessen.

Fig. 202.

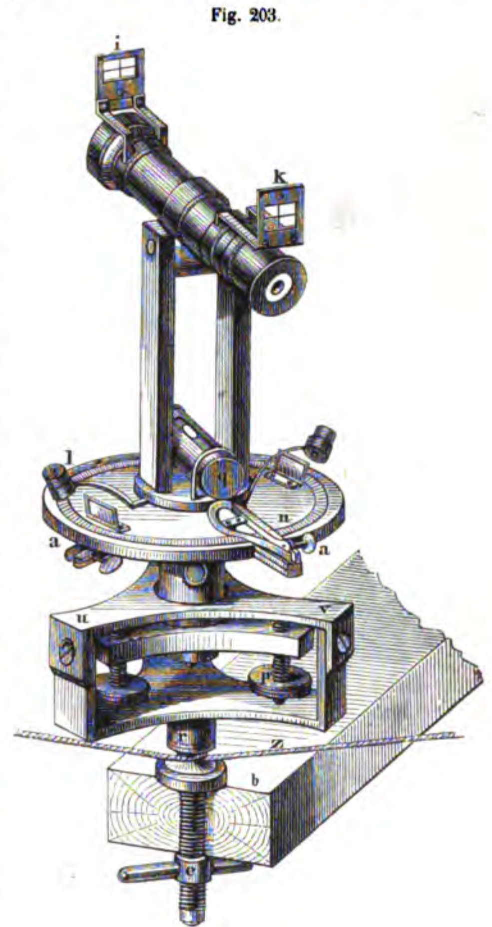


§. 160. **Grubentheodolith von Junge.** Unter dem Namen „Markscheidergoniometer“ hat Prof. Junge in Freiberg in neuerer Zeit einen Grubentheodolithen (ohne Verticalkreis) construirt, der den Hängecompass in dem Falle ersetzen soll, wenn die Magnetnadel wegen vorhandener Eisenmassen oder eisenhaltiger Gesteine ihre Dienste versagt. Die Abbildung und Beschreibung dieses Instruments enthält der Jahrgang 1861 der „Berg- und hüttenmännischen Zeitung“, welcher wir das Folgende im Auszuge entnehmen.

Der neue Winkelmesser (Fig. 203) besteht zunächst aus einer Vorrichtung zum Visiren, welche von 2 Dioptern (i, k) und einem Fernrohre gebildet wird. Diese Vorrichtung ist durch ein gewöhnliches Scharnier mit den Trägern l, m verbunden und zum Durchschlagen eingerichtet. Die Diopter, welche an und für sich vor- und rückwärts zu visiren gestatten, werden nur für nahe gelegene Objecte (Signale) benützt. Die Träger l, m ruhen auf der Alhidade des Horizontalkreises n, welcher mit Hilfe der beiden diametral gestellten Nonien die Winkel bis auf 1 Minute abzulesen gestattet. Grobe und feine Drehung des Alhidadenkreises werden durch die Klemme und Mikrometerschraube bei a bewirkt. Die gleichnamige Vorrichtung a′ wirkt auf den Horizontalkreis selbst und dient zur Messung der Winkel durch Repetition. (Wir halten diese Einrichtung an einem Instrumente von geringer Genauigkeit, wie das vorliegende doch nur sein kann

und will, für überflüssig.) Horizontal- und Alhidadenkreis nebst Fernrohr und Libelle (q) werden von einem Dreifusse (o, p) getragen, der in ein Gehäus (u v) eingeschlossen ist, aus dem er nicht herausfallen kann und an dem sich die Schraubenmutter r befindet, welche dazu dient, das Instrument auf einer Schraube e zu befestigen, welche entweder in eine Spreize b eingelassen oder wie in Fig. 204 mit einem eisernen Träger c verbunden ist, der von der Grubenzimmerung oder dem Gesteine gehalten wird. Der Goniometer lässt sich auch, wenn es die Localität verlangt, in umgekehrter Stellung gebrauchen; statt der Libelle q muss dann aber eine andere (q'), die auf der Rückseite des Horizontalkreises angebracht und in der Zeichnung nicht sichtbar ist, zur Horizontalstellung angewendet werden.

Fig. 203.



Gebrauch, Prüfung und Berichtigung dieses Instruments bedürfen für den, welcher sich mit den vorher beschriebenen Theodolithen genauer vertraut gemacht hat, keiner weiteren Erörterung mehr.

§. 161. Ueber die Vorzüge seines Goniometers stellt Prof. Junge auf Grund der von ihm gemachten Erfahrungen folgende Behauptungen auf, die wir vorläufig nicht näher prüfen können, da uns das neue Instrument noch abgeht, nämlich:

1) Alle mit dem Compass ausführbaren markscheiderischen Operationen lassen sich auch mit dem Goniometer machen.

2) Dieser ist an allen Orten brauchbar, wo mit dem Compass gearbeitet werden kann; namentlich auch in Schächten von jeder beliebigen Neigung, wenn sie nicht gar zu enge sind.

3) Im Durchschnitte arbeitet man mit dem Goniometer so schnell als mit dem Compass; auf langen Strecken gewährt jener, auf kurzen dieser eine Zeitersparniss.

4) Die Genauigkeit der Winkelmessung mit dem Goniometer ist grösser als die mit dem Compass, und es können bei dem ersten Instrumente grobe Fehler nicht leicht vorkommen.

5) Der Goniometer lässt sich eben so leicht und bequem handhaben als der Compass; seine Aufstellung ist aber sicherer, weil er durch Schrauben auf festen Gegenständen gehalten wird.

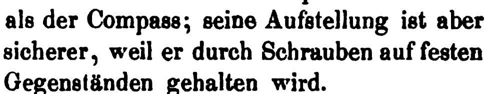


Fig. 204.

6) Das Markscheiden mit dem Goniometer erfordert weniger Zeit als das mit einem auf einem Gestelle befindlichen Theodolithen.

7) Das Centriren des Theodolithen ist, wenn nicht besondere Teller als Untersetzer gebraucht werden, sehr mühsam und ungenau.

8) Mit dem Theodolithen kann man nur auf weiten und bequemen Strecken, mit dem Goniometer aber auf allen überhaupt zugänglichen Orten markscheiden.

9) Das Markscheiden mit dem Theodolithen in Schächten ist mit den bis jetzt in Vorschlag gekommenen Hilfsapparaten kaum oder doch nur sehr beschränkt möglich.

10) Die Aufstellung des Theodolithen in Gruben ist unsicher und der Markscheider stets der Gefahr ausgesetzt, ihn umzuwerfen.

3. Die Spiegelinstrumente.

§. 162. So wie es in Bergwerken oft nicht möglich ist, ein Winkelmessinstrument mit Stativ anzuwenden, so lässt sich auch in mehreren Fällen auf der Erdoberfläche kein fester Standpunkt für die Aufstellung eines Theodolithen oder einer Bussole gewinnen. Dergleichen Fälle treten z. B. ein, wenn von einem Schiffe aus der Höhenwinkel eines Sterns, oder von dem schwankenden Boden eines natürlichen Signals aus der Winkel zweier Richtungen gemessen werden soll. Unter solchen Verhältnissen kommt es darauf an, dem Messinstrumente eine Einrichtung zu geben, welche die Bestimmung des Winkels durch einmaliges Zielen möglich macht, wobei die Hand des Beobachters das Stativ vertritt und wozu ein einziger ruhiger Augenblick hinreicht, die Messung zu vollenden. Diese Einrichtung gewähren zwei Spiegel oder Prismen, welche auf einer Ebene senkrecht stehen und sich ihre spiegelnden Flächen zuwenden. Zwei bereits betrachtete Instrumente dieser Art, welche zur Absteckung von rechten Winkeln und geraden

Linien dienen, der Winkelspiegel und das Prismenkreuz, mögen eine vorläufige Vorstellung von dem Wesen der Spiegelwerkzeuge geben. Die Einführung derselben in die Messkunst beginnt mit der Erfindung des Spiegelsextanten, den wir daher zunächst betrachten müssen.

Der Spiegelsextant.

§. 163. **Geschichtliches.** Als den Erfinder des nach seinen Hauptbestandtheilen genannten Spiegelsextanten sieht man gewöhnlich den ehemaligen Vicepräsidenten der Royal Society in London, John Hadley, an, weil er der erste war, welcher einen Spiegeloctanten anfertigen liess und eine Theorie und Beschreibung desselben veröffentlichte. Während aber dieses im Jahre 1731 geschah, fand man einige Jahre später unter den nachgelassenen Papieren des inzwischen gestorbenen Hadley eine Handschrift von Newton aus früherer Zeit, welche die Zeichnung und Beschreibung eines von dem Hadley'schen Octanten nur wenig verschiedenen Instruments enthielt. Es ist also Newton als der eigentliche Erfinder des Spiegeloctanten und des danach gebildeten Sextanten zu betrachten, Hadley aber als derjenige, welcher den Octanten zuerst ausgeführt hat. Damit ist übrigens noch immer die Annahme, welche Einige machen, vereinbar: dass dem geschickten Optiker Hadley zu der Zeit, als er seinen Octanten vorlegte, die Handschrift Newtons unbekannt war.

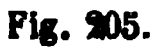
Wesentlich verbessert wurden die Sextanten durch den bekannten englischen Künstler Ramsden, welcher nicht bloss der Bewegung der Alhidade und des drehbaren Spiegels einen gleichmässigen und sicheren Gang verlieh, sondern, was die Hauptsache ist, den Limbus und Nonius durch seine neue Theilmaschine viel feiner und genauer theilte, als es früher möglich war. Der Spiegelsextant, anfangs ausschliesslich zu Messungen auf dem Meere verwendet, wurde erst durch die Bemühungen des Mechanikers Brander in Augsburg und der Astronomen v. Zach und Brühl zu Messungen von Winkeln auf dem Lande tauglich gemacht. Es handelte sich dabei hauptsächlich darum, den Horizont, dessen man bei Messung von Höhenwinkeln bedarf und der dem Seefahrer durch den Meeresspiegel geboten ist, in geeigneter Weise zu ersetzen. Dieses geschah durch Einführung von besonderen Horizonten, wovon im §. 166 die Rede ist.

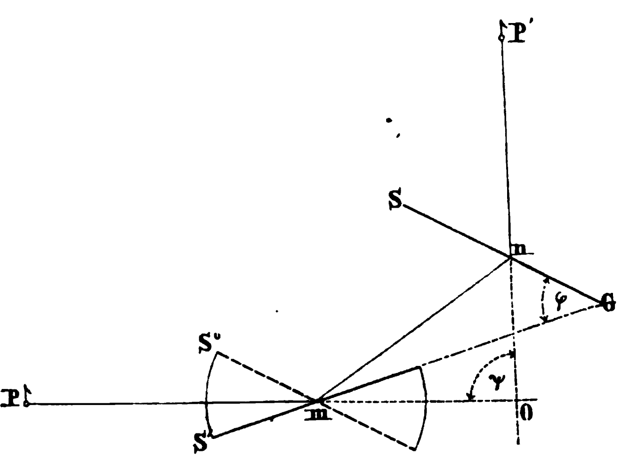
Ausführliche theoretische Untersuchungen des Spiegelsextanten sind von Bohnenberger (Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung), von Encke (Berliner astron. Jahrbücher), von Grunert (Beiträge zur Mathematik) und aus neuester Zeit von Prof. A. Schell in Riga (Zeitschrift für Mathematik und Physik, Bd. XVII) vorhanden.

§. 164. **Theorie.** Der Satz, worauf sich die Einrichtung des Spiegelsextanten gründet, ist bereits bei Betrachtung des Winkelspiegels in §. 112 aufgeführt und bewiesen worden, dass nämlich, wenn zwei ebene Spiegel (S G, S' G) auf einer Ebene senkrecht stehen und mit einander einen Winkel

(φ) bilden, dieser Winkel halb so gross ist als derjenige (ψ), welchen die auf einen Spiegel (S' G) zu jener Ebene parallel einfallenden Lichtstrahlen (P m) mit den von dem zweiten Spiegel (S G) zurückgeworfenen Strahlen (P' n) einschliessen.

Man braucht also nur den Winkel φ zu kennen, um den Winkel ψ zu erfahren, den die Gegenstände P und P' mit dem Scheitel O bilden.


Fig. 205.



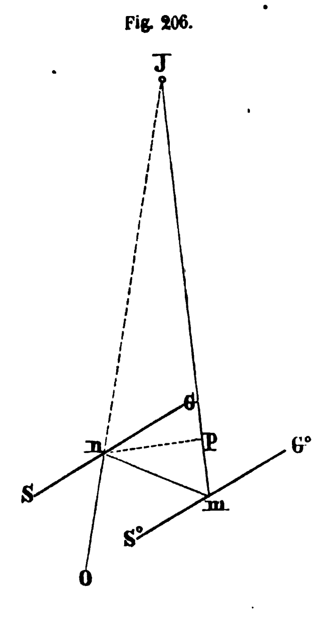
Ist demnach der Winkel P O P' auf dem Felde gegeben und lässt man auf den Spiegel S' G von dem Signal in P Licht fallen, so geht dieses von m nach n und von da in der Richtung n O zurück. In dieser Richtung liegt das Bild von P, und man sieht es in O. Durch Drehung des Spiegels S' kann man es dahin bringen, dass $\varphi = {}^1/_2\, \psi$ wird, und wenn dieses der Fall ist, so liegt das Bild von P in dem Winkelschenkel O P', d. h. das Bild von P deckt das in P' stehende Signal.

Denkt man sich, dass der Spiegel S' vor seiner Drehung mit dem Spiegel S genau parallel gewesen sei, so ist klar, dass der Winkel S^0 m S', um welchen er gedreht werden musste, um in die Lage S' zu kommen, bei welcher das Decken der Bilder stattfindet, dem Winkel φ der beiden Spiegel S und S' gleich ist. Hieraus folgt, dass der Winkel (ψ) des einfallenden und zweimal zurückgeworfenen Strahls doppelt so gross ist als der Drehwinkel (φ) des ersten Spiegels (S'), welcher am Anfange der Drehung dem zweiten Spiegel (S) parallel war.

Dieser Folgesatz zeigt, wohin man den Nullpunkt der Theilung des Kreisbogens (B, Fig. 207) zu legen hat, nämlich in die Richtung m S^0, welche mit n S parallel ist. Es fragt sich nur, wie man mit Sicherheit die parallele Lage der beiden Spiegel erkennt. Denkt man sich die beiden Spiegel S und S^0 genau parallel gestellt und auf einen von ihnen (S^0) von

einem ausserordentlich weit entfernten Gegenstande, etwa einem Sterne, Licht fallend, so wird dieses in der Richtung J m kommende Licht nach m n auf den Spiegel S und von dort in der Richtung n O zurückgeworfen. Das in O befindliche Auge erblickt also im Spiegel das Bild von J in der Richtung O n, welche wegen der grossen Entfernung des Objects J mit der des einfallenden Lichts (J m) parallel ist und wegen des kleinen Abstands m n eben jenes Object J schneidet: der unendlich weit entfernte Gegenstand (J) und sein Spiegelbild decken sich also, sobald die beiden Spiegel parallel sind. Kehrt man diesen Satz um, so lautet er: Wenn ein ausserordentlich weit entfernter hellleuchtender Gegenstand (J) von zwei auf einer Ebene senkrecht stehenden ebenen Spiegeln (S, S⁰) so abgebildet wird, dass das Bild ihn selbst deckt, so sind die beiden Spiegel zu einander parallel.

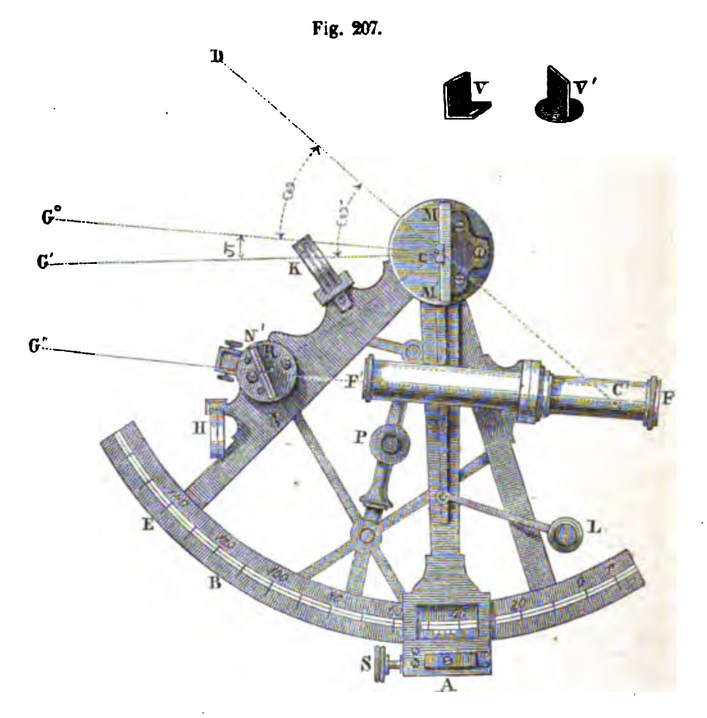
Fig. 206.



§. 165. **Einrichtung.** Die Fig. 207 stellt den Grundriss und Fig. 208, S. 277 den Aufriss eines Spiegelsextanten dar. Der Körper desselben besteht aus einem Kreisbogen (B) von Messing, welcher etwas mehr als den sechsten Theil eines ganzen Kreises ausmacht und durch zwei Speichen und einige Querbänder mit dem Mittelstücke (c) verbunden ist. In der Nähe des Schwerpunkts des Instruments kann ein Griff (P) eingeschraubt werden, um den Sextanten mit der Hand so zu halten, wie es die Beobachtung fordert. In dem Messingbogen ist ein Silberstreifen eingelegt, welcher den Limbus enthält. Dieser ist nach der Grösse seines Halbmessers mehr oder weniger fein getheilt. Bei 0,12 Meter Halbmesser kann man den Grad in 6 Theile theilen. Jeder solche Theil stellt folglich nach §. 164 10 Minuten des Drehwinkels und 20 Minuten des gemessenen Winkels vor. Um nicht erst den Drehwinkel mit 2 mulitpliciren zu müssen, zählt man auf dem Limbus sofort halbe Grade für ganze, so dass also da, wo 0⁰, 5⁰, 10⁰, 15⁰, 20⁰ etc. zu stehen hätte, beziehlich 0⁰, 10⁰, 20⁰, 30⁰, 40⁰ etc. aufgeschrieben ist. Um eine zur Ebene des Limbus senkrecht stehende und durch dessen Mittelpunkt (C) gehende Axe dreht sich die Alhidade (C A), welche über den Körper des Sextanten hingleitet, wenn man sie bei A anfasst und schiebt. Diese Bewegung setzt aber voraus, dass man die Bremsschraube S' der Klemme A vorher gelüftet habe. Ist diese Schraube angezogen, so kann die Alhidade nur noch fein gedreht werden, was mit der Mikrometerschraube S geschieht. Die Einrichtung dieser Schraube und des Halterwerks ist jener am Theodolithen ähnlich. In einem viereckigen Ausschnitte (40) der Alhidade befindet sich der in Silber ausgeführte Nonius, welcher

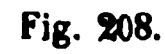
in unserer Zeichnung durch die helle Stelle gegenüber der Zahl 40 angedeutet ist. Wenn der Grad des Drehwinkels auf dem Limbus in 6 Theile getheilt ist, so kann man die Länge von 59 solchen Theilen auf dem Nonius in 60 zerlegen und so den Drehwinkel bis zu 10, den gemessenen Winkel aber bis auf 20 Secunden genau ablesen. Der Nonius sowohl wie der Limbus haben eine Uebertheilung, deren Bedeutung für den Nonius schon früher (§. 77) auseinander gesetzt wurde, und deren Zweck für den Limbus bei der Bestimmung des Collimationsfehlers von selbst sich ergibt. Zur Erleichterung des Ablesens dient eine Lupe (L), welche von einem Stiele getragen wird, der sich um eine auf der Alhidade stehende Axe so drehen

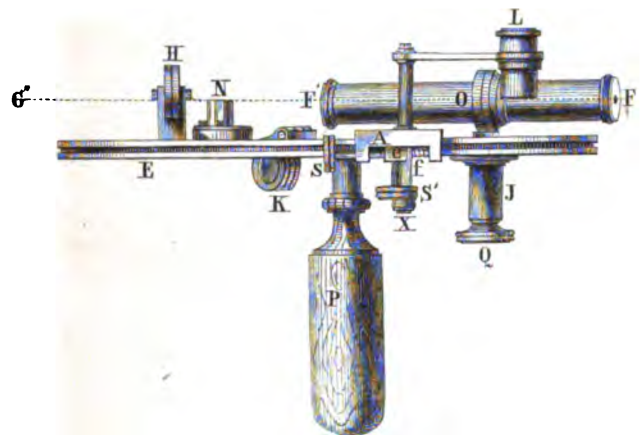
Fig. 207.



kann, wie es der zum Lesen erforderliche Stand der Lupe über dem Nonius bedingt. Die Alhidade trägt auf der Platte C, womit sie auf dem Körper des Sextanten liegt, einen vollkommen ebenen und parallelen Glasspiegel (M M'), welchen wir den grossen Spiegel nennen wollen. Seine Fassung ist mittels dreier Schräubchen auf der Alhidade angeschraubt und so eingerichtet, dass er senkrecht auf die Limbusebene gestellt werden kann. Die einfachste Vorrichtung für diesen Zweck, welche jedoch häufig, wie auch an dem abgebildeten Sextanten, fehlt, ist eine dünne Walze, welche parallel mit der Spiegelfläche zwischen der Fassung (M) und der Alhidadenplatte (C), welche beide etwas ausgehöhlt sind, liegt und um die der Spiegel durch zwei Schräubchen etwas gedreht werden kann. Der kleine Spiegel

(N N′) ist mit seiner Fassung (R) auf eine der Speichen des Sextantenkörpers festgeschraubt. Mit Hilfe zweier Stellschräubchen und einer dünnen Walze kann er, wie der grosse drehbare Spiegel, zur Limbusebene senkrecht gestellt werden; und durch zwei andere Schräubchen, welche bei N′ angezeigt sind, lässt er sich behufs der Berichtigung ein wenig seitwärts drehen. Ausserdem steht er immer fest. Das **Fernrohr** (F F′), welches an der zweiten Speiche so befestigt ist, dass es mit der Schraube Q parallel zur Ebene des Sextanten etwas gehoben und gesenkt werden kann, ist achromatisch und besitzt ein astronomisches Ocular mit einem aus zwei Fädenpaaren bestehenden Fadenkreuze, das somit um die optische Axe ein kleines Quadrat freilässt, in welchem die Bilder zur Deckung gelangen. Die untere Hälfte des Objectivs empfängt nach Fig. 208 Licht aus dem kleinen Spiegel, während die obere die Strahlen aufnimmt, welche von dem direct anvisirten Gegenstande (G′′) kommen. Es bedarf wohl kaum der


Fig. 208.



Erwähnung, dass das halbe Objectiv eben so gut wie das ganze ein richtiges Bild gibt; nur ist es weniger hell, weil es von einer kleineren Lichtmenge erzeugt wird. Die **Einschlaggläser** (K, H) dienen dazu, den Glanz des Lichts zu mildern, wenn stark leuchtende Gegenstände anvisirt werden. Sie sind verschieden gefärbt und müssen parallel sein, damit sie die Richtung der von dem grossen zum kleinen Spiegel oder von dem Gegenstande G′′ direct in das Fernrohr gehenden Strahlen nicht verändern. In unseren Figuren sind alle Gläser zurückgeschlagen. Es versteht sich von selbst, dass man von den drei Gläsern bei K oder von den zweien bei H nur eines oder zwei oder alle benützen kann. Ueberdiess lässt sich auch vor das Ocular des Fernrohrs bei F ein Sonnenglas anschrauben, wenn es nöthig ist.

Der Spiegelsextant bedarf keines Gestells; gleichwohl kann er mit einem verbunden werden. Man wendet bei Messungen auf dem festen

Lande ein Gestell mit Vortheil dann an, wenn der Sextant sehr gross und folglich so schwer ist, dass bei längerem Beobachten der Arm, welcher ihn trägt, ermüdet. Dieses Gestell muss eine horizontale und zwei verticale Drehungen des Instruments gestatten, damit das Fernrohr sowohl nach jeder Richtung des Horizonts als auch, wenn der Körper des Sextanten von der wagrechten Lage in die lothrechte gebracht ist, in die zur Messung der Verticalwinkel erforderlichen Richtungen gebracht werden kann. Es sind also drei Axen nöthig, wovon die eine lothrecht, die andere wagrecht und die dritte senkrecht auf der Sextantenebene steht, während jede Axe mit jeder anderen einen Winkel von 90° bildet. Eine dieser Axen wird auf dem Rücken des Sextantenkörpers parallel mit der Fernrohraxe und eine zweite auf der Kopfplatte des Gestells festgeschraubt. Die erste Axe gestattet, die Sextantenebene in die Ebene des zu messenden Winkels zu bringen, und die zweite lothrecht stehende dient zur Horizontaldrehung des Instruments. Die dritte Axe ist mit den beiden ersten senkrecht verbunden und dient hauptsächlich zur Bewegung des Sextanten in der Verticalstellung, welche ihm die erste Axe verleiht.

§. 166. **Gebrauch.** Soll mit einem vollständig berichtigten Spiegelsextanten ein Winkel (G C D) gemessen werden, der durch drei Punkte bezeichnet ist, die in einer beliebigen Ebene liegen, so halte man das Instrument so, dass der Mittelpunkt des Kreises in den Scheitel und die Visirlinie des Fernrohrs in den linken Schenkel des zu messenden Winkels zu liegen kommt. Alsdann öffne man die Bremsschraube S' an der vorher bis auf Null zurückgestellten Alhidade und führe diese mit der linken Hand langsam so weit vorwärts, bis man im Fernrohre neben dem Bilde des direct angeschauten Gegenstands G, der in der Richtung F G'' liegt, auch das Bild des doppelt gespiegelten rechtseitigen Gegenstands D erblickt. Nun ziehe man die Schraube S' an und bringe die beiden Bilder durch die Mikrometerschraube S zur vollständigen Deckung. Die hierauf erfolgende Ablesung gibt den gesuchten schiefen Winkel bis auf eine kleine Grösse π richtig, welche man die Schiefenparallaxe des Sextanten nennt und wie folgt finden kann.

Der zu messende Winkel ist nach Fig. 207 $G C D = G' C D = \omega'$ und der einfallende Lichtstrahl D C macht, nachdem er zwei Mal zurückgeworfen wurde, mit diesem Strahle den Winkel $D C' F'$, welcher, wenn $G^0 C$ zu $F' G''$ parallel gezogen wird, gleich $G^0 C D = \omega$ ist. Der Sextant misst nur den Winkel $D C' F'$ des einfallenden und zweimal zurückgeworfenen Lichts; daher muss die Ablesung, welche den Winkel ω gibt, noch um den Winkel π vermehrt werden, damit der richtige Winkel ω' erhalten wird. Nun ist aber, wenn man von C auf $C' F'$ eine Senkrechte $= a$ fällt, in dem rechtwinkligen Dreiecke, dessen Hypotenuse $C G = l$ ist, der Winkel bei $G = \pi$ und daher $l \sin \pi = a$. Wegen Geringfügigkeit des Winkels π kann man

$$\pi = \frac{\sin \pi}{\sin 1''} = 206265'' \frac{a}{l} \tag{100}$$

setzen. Die Schiefenparallaxe hängt also nur von der Länge des linken Winkelschenkels ab und wird null, wenn dieser Schenkel ausserordentlich lang ist.

Der eben bestimmte Winkel G C D kann in einer beliebigen, also auch in einer lothrechten Ebene liegen. Das Verfahren, ihn zu messen und zu verbessern, bleibt ganz genau dasselbe wie bisher, wenn man nur den unteren Schenkel als den linken betrachtet und daher das Fernrohr auf diesen richtet. Anders gestaltet sich aber das Verfahren zur Messung von Höhenwinkeln. Hier sind in der Regel nur zwei Punkte, welche einen einzigen Schenkel bestimmen, gegeben, während der dritte Punkt oder der zweite Schenkel erst so zu bestimmen ist, dass er mit dem gegebenen Schenkel in einer lothrechten Ebene liegt und den einfachen oder doppelten Höhenwinkel darstellt.

Dazu dienen die natürlichen und künstlichen Horizonte. Natürliche Horizonte bieten die Oberflächen von ruhig stehendem Wasser, Quecksilber oder Oel und auf dem Meere der grösste Gesichtskreis oder die Berührungsebene dar, welche vom Auge des Beobachters an den Wasserspiegel gelegt werden kann. Die ersteren natürlichen Horizonte werden indessen in anderer Weise benützt als der letztere. Während nämlich durch die Berührungsebene an den Meeresspiegel der wagrechte Schenkel des zu messenden Höhenwinkels unmittelbar gegeben ist, müssen die ruhig stehenden Oberflächen der genannten Flüssigkeiten (nach Fig. 210) den entfernten Endpunkt (B) des gegebenen Winkelschenkels (A B) wie in einem Spiegel abbilden und so einen zweiten Schenkel (A B′) erzeugen, welcher mit dem gegebenen einen Winkel (B A B′) einschliesst, der doppelt so gross ist als der gesuchte Höhenwinkel (B A H). Die natürlichen Horizonte aus Wasser, Quecksilber oder Oel werden, um sie gegen den Luftzug zu schützen, mit einem Glasdache bedeckt, dessen Gläser genau eben und parallel sind, um die Richtungen der Lichtstrahlen nicht zu verändern. Wasser wendet man selten an, weil bei längerem Gebrauche die Dünste desselben das Glasdach beschlagen; das Oel wird, wenn es als Horizont dienen soll, mit Kienruss vermengt; und das Quecksilber, welches in flachen eisernen Schalen steht, muss von Zeit zu Zeit mechanisch gereinigt werden.

Die künstlichen Horizonte bestehen in der Regel, wie in Fig. 209, aus einer ebenen Glasplatte g, welche auf der Rückseite geschwärzt oder mattgeschliffen ist und auf einem Dreifusse liegt, welcher gestattet, die spiegelnde Oberfläche des Glases mittels einer aufzusetzenden Röhrenlibelle wagrecht zu stellen. Da in Folge der matten oder schwarzen Rückseite des Glases die Spiegelung nur von der Vorderseite desselben ausgeht, so braucht nur diese sehr genau eben zu sein; es ist aber nicht nöthig, dass sie mit der Rückenfläche parallel läuft. Statt des gewöhnlichen weissen Spiegelglases kann man auch roth, blau oder grün gefärbtes und hinten mattgeschliffenes Glas zu künstlichen Horizonten verwenden. Die Unterlage derselben wird ähnlich wie das Legebrett durch drei

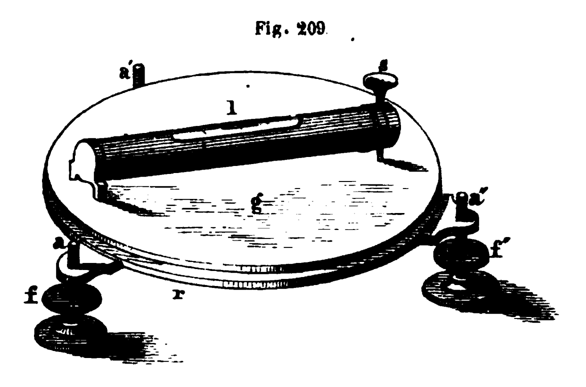
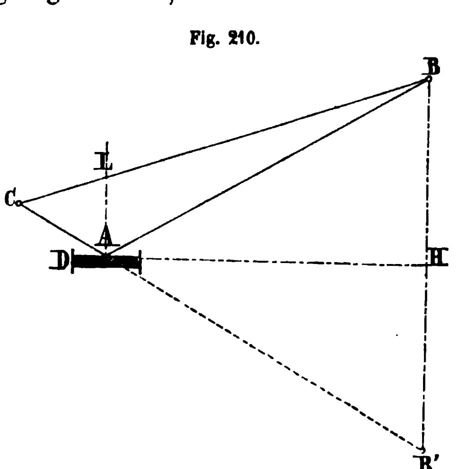


Fig. 209.

Stellschrauben bewegt, und die Horizontalstellung geschieht wie bei dem Messtische. Da der Rand der Glasplatten meist uneben ist, so benützt man ihn auch nicht zur Messung und bedeckt ihn desshalb entweder auf die Breite von 2 Centimeter mit einem Ringe von Pappdeckel oder schleift ihn auf diese Breite matt.

Um den Gebrauch des Sextanten zur Messung von Höhenwinkeln zu zeigen, wählen wir vorläufig eine geneigte Linie A B (Fig. 210), welche nur so lang ist (höchstens 1 Kilometer), dass die Strahlenbrechung der Luft keinen merkbaren Einfluss auf das Messungsresultat äussert. Später wird gezeigt werden, wie man auf dem festen Lande und auf dem Meere zu verfahren hat, wenn B beliebig weit entfernt ist. Es sei A der künstliche oder natürliche Horizont und B' das Bild von B, welches er hervorbringt. Ist A H wagrecht, so ist B B' lothrecht, B H = B' H und B A H = φ der gesuchte Höhenwinkel. Da man das Instrument nicht in A aufstellen kann, so muss man es vor A in C so halten, dass das Fernrohr auf das Bild B' gerichtet, der Körper des Sextanten lothrecht und der grosse Spiegel gegen B gewendet ist. Führt man die Alhidade von Null an langsam vorwärts und dreht man dabei mit der Hand den Sextanten um eine zum Fernrohre parallele Axe, so bringt man das doppelt gespiegelte Bild von B in das Gesichtsfeld des Fernrohrs. Sobald dieses der Fall ist, zieht man die Bremsschraube S' an und bewirkt eine vollständige Deckung dieses letzteren Bilds mit dem Bilde B', das der Horizont erzeugt hat. Die Ablesung, welche hierauf vorgenommen wird, liefert den Winkel B C B' = ψ. Um den gesuchten Höhenwinkel φ zu erhalten, bemerke man, dass für das Dreieck A B C, in welchem Winkel A B C = β sei, der Aussenwinkel B A B' oder $2\varphi = \psi + \beta$ und demnach

Fig. 210.



$$\varphi = \tfrac{1}{2}\psi + \tfrac{1}{2}\beta \qquad (101)$$

ist. Wird A B = c, A C = b gesetzt, so folgt die Höhenparallaxe β aus der Gleichung

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \sin \psi \tag{102}$$

welche das $\triangle$ A B C liefert. Die Berechnung des Winkels β erfordert demnach ausser dem Abstande b, den man leicht messen kann, die Länge c der Linie A B. Diese ist aber eine Function von φ, indem $c \cos \varphi = AH = a$ ist. Die Grösse a ist in der Regel gegeben, ausserdem findet man sie durch Messung. Da φ noch unbekannt ist, so darf zur Berechnung von β vorläufig $\varphi = {}^1/_2 \psi$ und daher

$$\sin \beta = \frac{b}{a} \cos \frac{\psi}{2} \sin \psi \tag{103}$$

gesetzt werden. Mit dem Werthe von β, der sich hieraus ergibt, lässt sich der von φ nach Gleichung (101) verbessern.

In den meisten Fällen ist β nur ein sehr kleiner Winkel, weil man den Sextanten möglichst nahe an den Horizont hält, während die Linie A B im Vergleiche zu A C sehr lang ist. In diesen Fällen geht die Gleichung (102) mit Rücksicht auf Gleichung (103) in

$$\beta = \frac{b \sin \psi}{c \sin 1''} = \frac{2 b \sin \frac{1}{2} \psi \cos^2 \frac{1}{2} \psi}{a \sin 1''} \tag{104}$$

über, und aus Gleichung (101) folgt dann der gesuchte Höhenwinkel

$$\varphi = \frac{1}{2} \psi + \frac{b \sin \frac{1}{2} \psi \cos^2 \frac{1}{2} \psi}{a \sin 1''}. \tag{105}$$

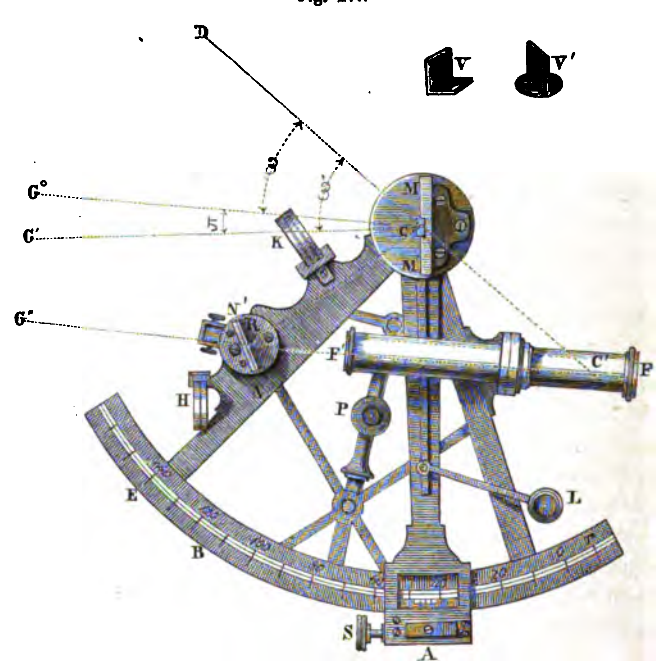
Bei dem Gebrauche des Sextanten ist namentlich dann, wenn es sich um genaue Messungen handelt, darauf zu sehen, dass er, wie jedes feine Messinstrument, nicht zu lange ohne Unterbrechung der directen Einwirkung der Sonnenstrahlen ausgesetzt ist, weil dadurch nicht bloss die Theilungen des Limbus und Nonius, sondern auch in Folge der Ausdehnung der Fassungen die Spiegelebenen verändert werden können. Ferner soll man schon vor der Deckung der Bilder die Lupe so über den Nonius stellen, dass man sie beim Ablesen nicht mehr zu verrücken braucht, weil sonst leicht die Alhidade selbst eine geringe Verschiebung erleiden kann. Auch ist es gut, die Ablesung in der Lage des Sextanten zu machen, welche er bei der Beobachtung hatte; denn wenn man ihn behufs des Ablesens z. B. in die lothrechte Stellung bringt, so kann es leicht kommen, dass trotz der scharf angezogenen Bremsschraube bloss durch die Einwirkung des Gewichts der Alhidade der Nonius um 10 oder 20 Secunden verrückt und folglich auch der Winkel um so viel falsch wird. Endlich muss man dafür sorgen, dass die beiden sich deckenden oder berührenden Bilder nahezu gleich hell werden, was durch Hebung oder Senkung des Fernrohrs geschehen kann, weil die Helligkeit der Bilder mit dem Theile der Objectivfläche sich ändert, der die Lichtstrahlen entweder aus dem kleinen Spiegel oder von dem direct gesehenen Gegenstande empfängt.

§. 167. **Prüfung und Berichtigung des Sextanten.** Vor dem Gebrauche des Spiegelsextanten hat man zu untersuchen:

1) ob der Limbus und Nonius richtig getheilt sind;
2) ob jedes der Spiegelgläser eben und parallel ist;
3) ob beide Spiegel auf der Sextantenebene senkrecht stehen;
4) ob die Fernrohraxe mit dieser Ebene parallel läuft;
5) ob ein Collimationsfehler stattfindet und wie gross er ist;
6) ob die Einschlaggläser eben und parallel sind.

Von diesen sechs Untersuchungen sind die beiden ersten und die letzte nur ein Mal, die übrigen aber von Zeit zu Zeit vorzunehmen.

Fig. 211.



Zu 1. Die Theilungen des Limbus und des Nonius werden in derselben Weise wie die des einfachen Theodolithen untersucht; es darf also hier auf den Schluss des §. 151 verwiesen werden.

Zu 2. Die Mittel zur Untersuchung der Ebenheit und gleichmässigen Dicke (Paralleleität) der Spiegelgläser sind in §. 31 angezeigt; man wird sie in dem gegebenen Falle leicht anzuwenden wissen.

Zu 3. Der senkrechte Stand des grossen Spiegels kann auf verschiedene Weise untersucht werden. Erstens dadurch, dass man den Griff (P) und das Fernrohr nebst seinem Träger (O) abschraubt, den Sextanten nach dem Augenmasse wagrecht legt, bei E ein Diopter v aufsetzt und die Alhidade mit dem grossen Spiegel so weit zurück dreht, bis man bei v

das Bild v^0 des Diopters im Spiegel erblickt, was dann der Fall ist, wenn der Spiegel senkrecht gegen den Halbmesser E C steht. Man sieht, dass hierbei die Alhidade über den Kreisbogen hinaus gedreht werden muss, was nur nach dem Abschrauben des Fernrohrträgers O geschehen kann. Nun stelle man ein zweites mit dem ersten genau abgeglichenes Diopter v' vor der Platte C auf die Speiche N des Sextanten und in die Richtung $v\,v^0$. Das Bild von v', welches der Spiegel gibt, heisse v''. Liegt die Oberkante dieses Bilds mit der des ersten v^0 in der Absehlinie $v\,v'$, welche zur Sextantenebene parallel ist, so steht der grosse Spiegel offenbar senkrecht auf dieser Ebene; fällt aber die Linie $v^0 v''$ mit $v\,v'$ nicht zusammen, so steht dieser Spiegel gegen die Sextantenebene nicht senkrecht. Diese Untersuchung kann man an einigen anderen Stellen wiederholen. Will man aber nicht so umständlich verfahren, so lässt sich der Stand des grossen Spiegels zweitens dadurch prüfen, dass man den Sextanten, ohne Etwas von ihm abzunehmen, am Griffe so hält, dass das Auge bei D in den grossen Spiegel sieht, während die Alhidade ungefähr dieselbe Stellung wie in Fig. 211 hat. Zeigt sich hierbei, dass das Spiegelbild der Sextantenebene mit dieser keinen Winkel bildet, also in einer Ebene liegt, so ist das ein Beweis für den senkrechten Stand des grossen Spiegels. Ein hohler Winkel beider Ebenen würde, wie leicht einzusehen, einen spitzen Neigungswinkel dieses Spiegels gegen die Sextantenebene andeuten; ein erhabener Winkel jener Ebenen aber einen stumpfen Neigungswinkel des Spiegels. Die Berichtigung geschieht mittels der in §. 165 erwähnten Stellschräubchen. Wenn dergleichen Schräubchen nicht angebracht sind, so hat dafür die Fassung des Spiegels von vorne herein einen sehr festen und richtigen Stand von Seite des Mechanikers erhalten. Man findet in der That sehr oft keine Stellschrauben am grossen Spiegel, und sie sind auch insofern entbehrlich, als ein Fehler in der Stellung dieses Spiegels von einigen Minuten nur einen unmerklichen Einfluss auf die Winkelmessung hat.

Nachdem der grosse Spiegel ganz oder fast ganz senkrecht zur Limbusebene steht, kann die Stellung des kleinen leicht untersucht werden. Diese Untersuchung stützt sich auf den Satz, dass die beiden Spiegel parallel sind, wenn das Bild eines ausserordentlich weit entfernten Gegenstands diesen selbst deckt (§. 164). Man richtet daher das Fernrohr auf einen sehr fernen Gegenstand, am besten auf einen Stern, und dreht mit der Alhidade den grossen Spiegel so lange, bis man entweder die eben erwähnte Deckung zu Stande gebracht oder sich überzeugt hat, dass sie nicht möglich ist. In letzterem Falle bedarf der kleine Spiegel einer Berichtigung durch die auf seiner Fassung angebrachten Stellschräubchen. Hat man es hierdurch so weit gebracht, dass die Deckung des Bilds und seines Gegenstands eintritt, so ist der kleine Spiegel dem grossen parallel, und da dieser zur Instrumentenebene senkrecht steht, so hat auch jener die erforderliche Stellung.

Zu 4. Ein Verfahren zur Prüfung der Lage der Fernrohraxe oder der

Absehlinie ist folgendes. Man lege den Sextanten auf einem Gestelle dem Augenmasse nach horizontal und stelle so nahe als möglich am Fernrohre zwei Diopter wie v und v' in Fig. 211 oder wie A und B in Fig. 4 so auf, dass ihre Visirlinie mit der Fernrohraxe nahezu parallel läuft. In einer Entfernung von etwa 30 Meter vor dem Fernrohre lasse man eine eingetheilte Latte lothrecht halten und merke die Striche, welche von den Absehlinien der Diopter und des Fernrohrs gedeckt werden. Haben die Diopter ihre Visirlinie in derselben Höhe wie das Fernrohr, so soll von beiden derselbe Strich gedeckt werden; ausserdem dürfen die gedeckten Striche um den Höhenunterschied der Absehlinien von einander abstehen. Weichen aber die gedeckten Striche um mehr als den genannten Unterschied ab, so ist die Absehlinie des Fernrohrs — die Richtigkeit der Diopter vorausgesetzt — der Limbusebene nicht parallel.

Ohne Diopter kann man die Lage der Fernrohraxe wie folgt prüfen. Man verfahre, als ob man den Winkel zweier mehr als 90° auseinander liegenden Sterne messen wollte; bringe aber die Ränder der beiden Bilder nicht in der Mitte des Fernrohrs, sondern an dem oberen oder unteren Rande des Gesichtsfelds zur Berührung. Nun richte man, ohne die Alhidade zu verrücken, den entgegengesetzten Rand des Gesichtsfelds auf den links stehenden Stern und sehe zu, ob auch jetzt noch die vorige Berührung der Bilder stattfindet; wenn ja, so ist die optische Axe des Fernrohrs der Limbusebene parallel, ausserdem aber nicht. Schneiden sich die Ränder, welche sich vorher berührten, so ist die Fernrohraxe am Objectivende gegen die Sextantenebene geneigt, stehen aber die Ränder von einander ab, so ist das Ocularende der Axe tiefer als das Objectivende. Der Beweis für die Richtigkeit dieses Verfahrens ergibt sich aus den §§. 169 und 170, in denen von dem Einflusse und der Messung des Neigungswinkels der Fernrohraxe gegen die Sextantenebene die Rede ist.

Zu 5. Der Spiegelsextant hat einen Collimationsfehler, wenn bei paralleler Lage der beiden Spiegel der Nullpunkt des Nonius nicht mit dem des Kreisbogens zusammenfällt. Die Grösse dieses Fehlers ist durch den Bogen zwischen den Nullpunkten und seine Lage dadurch bestimmt, ob der Nullpunkt des Nonius in der Haupttheilung oder in der Uebertheilung des Limbus liegt; die erste Lage wollen wir die positive und die zweite die negative nennen. Man sieht leicht ein, dass, wenn der Collimationsfehler c positiv ist, jeder gemessene Winkel um diesen Fehler zu gross, und wenn c negativ ist, um eben so viel zu klein gefunden wird; und dass desshalb die Grösse c in dem ersteren Falle von der Ablesung abzuziehen, in dem letzteren aber hinzuzufügen ist. Versieht man jedoch die Grösse c mit ihrem Vorzeichen, so ist der Collimationsfehler von der Ablesung jederzeit in Abzug zu bringen.

Am besten bestimmt man den Collimationsfehler des Sextanten durch Beobachtungen der Sonne, indem man zunächst die vorher schon untersuchten farbigen Einschlaggläser vor die beiden Spiegel oder das Sonnen-

glas vor das Ocular des Fernrohrs bringt, die Nullpunkte nebeneinander stellt, das Fernrohr nach der Sonne richtet und den rechten Rand des nicht gespiegelten Sonnenbilds von dem linken Rande des doppelt gespiegelten Bilds berühren lässt, was durch Bewegung der Mikrometerschraube bewirkt wird. Nach dieser Beobachtung liest man den Stand des Nonius ab: es sei die Ablesung $= + a'$. Hierauf richtet man das Fernrohr wieder nach der Sonne und verstellt die Alhidade durch die Mikrometerschraube so lange, bis die beiden Sonnenbilder übereinander weggegangen sind, und sich mit den entgegengesetzten Rändern berühren. Dann liest man wieder den Stand des Nonius ab: diese zweite Ablesung sei $= + a''$. Man sieht leicht ein, dass sich die beiden Bilder bei einer Ablesung von $\frac{1}{2}(a' + a'')$ gedeckt hätten, also ist in diesem Falle der Collimationsfehler $c = + \frac{1}{2}(a' + a'')$. Wären beide a negativ gewesen, so würde $c = - \frac{1}{2}(a' + a'')$ sein und hätte man a' positiv, a'' negativ gefunden, so wäre $c = \frac{1}{2}(a' - a'')$ und es hinge von der absoluten Grösse der beiden a ab, ob c positiv oder negativ würde. Für $a' > a''$ wäre c positiv, ausserdem aber negativ. Man kann hieraus die Regel ableiten: dass man aus den Ablesungen a' und a'' den Collimationsfehler seiner Grösse und Lage nach erhält, wenn man dieselben mit ihren Zeichen addirt und die algebraische Summe halbirt. Wir fügen dieser Regel ein Beispiel bei, um daran eine Bemerkung über die Ablesungen, welche sich auf negative Bögen beziehen, zu knüpfen. Bei der ersten Beobachtung liege der Nullpunkt des Nonius in der Haupttheilung des Limbus von dessen Nullpunkt um 23′5″ entfernt; also ist $a' = + 0^0 23'5''$. Bei der zweiten Beobachtung aber befinde sich der Nullpunkt des Nonius in der Uebertheilung und stehe von dem ersten Grade dieser Theilung um 18′39″ ab. Diese Zahl liest man ab; der Buchstabe a'' bezeichnet aber einen negativen Bogen von $1^0 - 0^0 18'39''$ oder $60' - 18'39'' = 41'21''$; also ist $a'' = - 0^0 41'21''$. Daher wird in dem vorliegenden Falle

$$c = \tfrac{1}{2}(a' + a'') = - 0^0 9'8''.$$

Wollte man aus den Ablesungen a' und a'' den scheinbaren Sonnendurchmesser ableiten, so hätte man nur den halben Unterschied dieser Ablesungen zu suchen; dieser ist aber gleich

$$d = \tfrac{1}{2}(a' - a'') = + 0^0 32'13''.$$

Die Richtigkeit dieser Behauptung versteht sich fast von selbst.

Den Collimationsfehler des Sextanten kann man in der Regel nicht wegschaffen und muss ihn desshalb, wie oben gezeigt, in Rechnung bringen. Wenn jedoch an dem kleinen Spiegel (bei N^1) zwei mit der Sextantenebene parallel liegende Stellschräubchen angebracht sind, wodurch die den Spiegel tragende Platte R ein wenig gedreht werden kann, so lässt sich hierdurch der Collimationsfehler beseitigen; denn man braucht nur die Nullpunkte der Theilungen genau auf einander zu stellen und den kleinen Spiegel so lange zu verrücken, bis die vorhin beschriebenen Sonnenbeobachtungen zwei gleiche, aber entgegengesetzte Ablesungen ($+ a'$ und $- a'$) liefern.

Zu 6. Da die Einschlaggläser die Richtung der sie durchdringenden

Lichtstrahlen nicht verändern dürfen, so müssen sie eben und parallel sein. Könnten diese Gläser nicht blos mit ihrer Fassung um eine zur Sextantenebene parallele, sondern auch um eine auf dieser Ebene senkrecht stehende Axe um 180° gedreht werden, so liessen sie sich insofern leicht und genau untersuchen, als man nur den Collimationsfehler für die beiden entgegengesetzten Lagen jedes Glases zu bestimmen und zuzusehen hätte, ob dieser Fehler gegen den der Spiegel das eine Mal um eben so viel zu gross als das andere Mal zu klein ist. Diese gleichen Abweichungen von dem Collimationsfehler der Spiegel zeigten dann den Einfluss der prismatischen Gestalt jedes einzelnen Glases an. Weil aber die zweite Drehung der Einschlaggläser meistens nicht möglich ist, so muss man dieselben wie folgt mit Hilfe von Beobachtungen des Monds untersuchen.

Wenn der Collimationsfehler der Spiegel aus Mondbeobachtungen bestimmt ist — die Sonne kann man ohne die Gläser nicht dazu wählen — so bringe man zuerst ein grünes Glas von K zwischen die beiden Spiegel und bestimme den Collimationsfehler aufs Neue; ebenso verfahre man mit dem blauen Glase bei K. Hierauf untersuche man auch das grüne Glas bei H, indem man es vor das Fernrohr schlägt und den Collimationsfehler wie vorher bestimmt. Der Unterschied zwischen jedem neuen und dem ohne Einschlaggläser gefundenen Collimationsfehler gibt den Einfluss des eben untersuchten Glases. Die dunklen braunen Gläser kann man aber mit Hilfe des Monds nicht untersuchen, weil sie zu wenig Licht durchlassen; man muss hierzu die Sonne benützen. Ist das eine Glas vor das Fernrohr und das andere zwischen die beiden Spiegel gebracht, bestimmt man so den Collimationsfehler und vergleicht ihn mit dem, welchen die Beobachtung des Monds geliefert hat, so hat man die Summe der Fehler beider braunen Gläser. Diese Summe zu kennen reicht aber hin, da bei späteren Beobachtungen der Sonne doch immer wieder beide Gläser zugleich in Anwendung kommen.

§. 168. **Fehler des Sextanten.** Die Berichtigung des Instruments kann eben so wenig wie irgend eine mechanische Arbeit mit mathematischer Genauigkeit geschehen: es wird also selbst bei einem berichtigten Spiegelsextanten die Fernrohraxe der Limbusebene nur annähernd parallel sein und jeder der beiden Spiegel nur sehr nahe einen rechten Winkel mit dieser Ebene bilden. Wie weit man in der Genauigkeit dieser Stellungen zu gehen hat, um brauchbare Messungsergebnisse zu erhalten, lässt sich auf theoretischem Wege bestimmen, indem man den Einfluss der Fehler des Sextanten auf die Winkelmessung berechnet. Dergleichen Rechnungen wurden zuerst von Bohnenberger, später von Encke und zuletzt von Grunert in den bereits in §. 163 angeführten Werken gemacht. Obwohl die Voraussetzungen und Betrachtungsweisen dieser drei Mathematiker verschieden sind, so liefern sie doch schliesslich gleiche Formeln zur Berechnung des Einflusses der Fehler, welche am Sextanten vorkommen. Diese Uebereinstimmung ist aber nur dadurch möglich, dass die Endresultate Näherungs-

ausdrücke sind; wären sie es nicht, so müsste eine Abweichung stattfinden, weil Bohnenberger und Encke die nicht streng richtige Annahme machen, dass die von dem Collimationsfehler befreite Ablesung auf dem Sextanten sofort jenem Winkel (G C D = ω') entspreche, den die beiden gegebenen Schenkel (G C, C D) einschliessen, während Grunert die fehlerfreie Ablesung dem Winkel (G C' D = ω) des einfallenden und zweimal gespiegelten Strahls (D C, G C) gleichsetzt. Wir werden uns bei der gesonderten Betrachtung jedes einzelnen Fehlers an die Darstellung von Bohnenberger halten, ohne seine eben erwähnte Voraussetzung über den Winkel, welcher der Ablesung entspricht, zu machen.

§. 169. Neigung der Fernrohraxe. Wir setzen jetzt voraus, dass der Sextant keinen anderen Fehler habe als den einer Neigung seiner Fernrohraxe, und untersuchen den Einfluss dieser Neigung auf einen zu messenden Winkel.

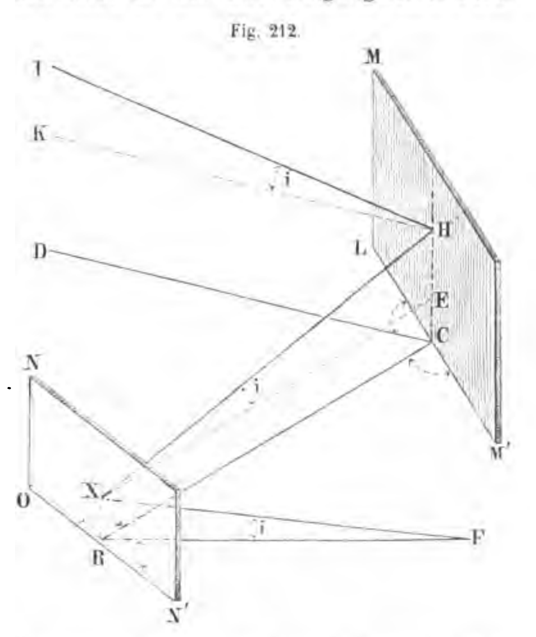


Fig. 212.

Es sei M M' in Fig. 212 der grosse und N N' der kleine Spiegel des Sextanten. Beide stehen auf der Limbusebene, welcher die Ebene D C R F eines einfallenden und zweimal gespiegelten Lichtstrahls (D C) parallel ist, senkrecht. Nach dem Gesetze der Zurückwerfung des Lichts ist der Winkel D C L = R C M' und C R O = F R N'. Legt man durch die Strahlen D C, C R, R F Ebenen senkrecht zur Limbusfläche, so schneiden diese die Spiegel nach den Linien H C und X R, welche ebenfalls auf dem Limbus senkrecht stehen. Die Fernrohraxe sollte mit der Linie R F parallel sein; wir nehmen aber an, es sei F X diese Axe und ihr Neigungswinkel X F R = i. Ein Lichtstrahl, welcher nach zweimaliger Spiegelung in der Richtung X F in das Fernrohr gelangen soll, muss in umgekehrter Richtung den Weg F X H I zurücklegen, welchen man erhält, wenn man X E || R C, E X H = i, H K || C D und K H I = i macht. Der Winkel der beiden Linien I H und X F ist derjenige, welcher in dem Falle gemessen wird, dass die Fernrohraxe der Sextantenebene nicht parallel läuft. Diesen Winkel will man aber nicht, sondern den, welcher seiner Projection auf die Sextantenebene entspricht. Folglich ist der abgelesene Winkel w (den wir uns schon um die Parallaxe und den Collimationsfehler verbessert denken) grösser als der

gesuchte Winkel w', und es muss daher der Fehler $w - w' = f'$ von der Ablesung w abgezogen werden.

Man sieht leicht ein, dass die Berechnung des Winkels w' aus dem abgelesenen Winkel w und den gleichen Neigungen (i) seiner Schenkel IH und XF gegen die Sextantenebene auf die Lösung der Aufgabe hinausläuft: einen schiefen Winkel auf den Horizont zurückzuführen. Hier ist die Sextantenebene der Horizont und die Ebenen DCH und FRX sind die Verticalebenen, welche man zu dem Ende durch die Schenkel des gegebenen Winkels legt. Die genannte Aufgabe führt bekanntlich zur Auflösung eines sphärischen Dreiecks, in welchem drei Seiten gegeben sind und ein Winkel gesucht wird. Die gegebenen Seiten sind erstens die den gleichen Neigungswinkeln der Strahlen IH und XF entsprechenden gleichen Complemente ($90^0 - i$) und zweitens der abgelesene Winkel w. Zur Lösung der vorliegenden Aufgabe dient die bekannte Grundformel der sphärischen Trigonometrie:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

in welcher $A = w'$, $a = w$ und $b = c = 90^0 - i$ zu setzen ist. Hiernach erhält man zunächst

$$\cos w - \sin^2 i = \cos^2 i \cos w' \tag{106}$$

und nach einigen einfachen Umformungen:

$$\sin \tfrac{1}{2} w = \cos i \sin \tfrac{1}{2} w' \tag{107}$$

woraus sich w' und folglich auch $f' = w - w'$ berechnen lässt. Will man jedoch unmittelbar $w - w'$ finden, so nehme man aus Gleichung (106):

$$\cos w - \cos w' = 2 \sin^2 i \sin^2 \tfrac{1}{2} w' = 2 \sin \tfrac{1}{2} (w - w') \sin \tfrac{1}{2} (w + w')$$

und bedenke, dass, da w und w' nur wenig von einander abweichen, jedenfalls annähernd

$$\sin \tfrac{1}{2} (w + w') = \sin w \quad \text{und} \quad \sin^2 \tfrac{1}{2} w' = \sin^2 \tfrac{1}{2} w$$

gesetzt werden darf. Unter dieser Voraussetzung wird

$$\sin \tfrac{1}{2} (w - w') = \tfrac{1}{2} \sin^2 i \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} w$$

und da i und $w - w'$ als sehr kleine Winkel ihren Sinusen proportional sind:

$$f' = w - w' = i^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} w \,.\, \sin 1'' \tag{108}$$

Dieser Ausdruck liefert die Verbesserung (f') in der Einheit, welche für i gewählt wird; er darf jedoch nicht mehr gebraucht werden, wenn w nahezu 180^0 beträgt. In diesem Falle hat man die Gleichung (107) anzuwenden, um $w - w'$ zu finden. Ist die Neigung des Fernrohrs z. B. 15 Minuten $= 900$ Secunden, und der abgelesene Winkel $w = 60^0$, so wird $f' = 2{,}2$ Secunden und somit der gesuchte Winkel $w' = w - f' = 59^0 57'',8$. Für $i = 15$ Minuten und $w = 140^0$ würde $f' = 10{,}8$ Secunden werden u. s. w. Die folgende von uns berechnete Tafel gibt einen Ueberblick der Fehler f', welche sich für verschiedene Neigungen (i) des Fernrohrs bei verschiedenen Winkeln (w) ergeben.

Verbesserungen der gemessenen Winkel wegen der Neigung des Fernrohrs, in Secunden ausgedrückt.

Beobachteter Winkel (w).	Neigung (i) der Fernrohraxe gegen die Sextantenebene.							
	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'
10°	0,04	0,15	0,34	0,61	0,96	1,37	1,87	2,44
20°	0,09	0,30	0,69	1,23	1,93	2,77	3,78	4,92
30°	0,13	0,46	1,05	1,86	2,93	4,22	5,73	7,48
40°	0,17	0,65	1,42	2,52	3,98	5,71	7,78	10,16
50°	0,22	0,80	1,82	3,23	5,09	7,31	9,97	13,05
60°	0,28	0,99	2,25	4,00	6,31	9,05	12,24	16,12
70°	0,33	1,18	2,77	4,86	7,65	10,98	15,04	19,55
80°	0,40	1,43	3,27	5,82	9,17	13,15	17,93	23,49
90°	0,46	1,71	3,92	6,93	10,93	15,68	21,38	27,99
100°	0,56	2,04	4,64	8,27	13,02	18,69	25,49	33,28
120°	0,82	2,95	6,76	12,02	18,93	26,83	37,04	48,37

§. 170. **Mass des Neigungswinkels (w).** Es ist klar, dass, wenn die Fernrohraxe und die beiden Horizontalfäden des Fadenkreuzes der Sextantenebene parallel sind, die Berührung der Bilder, welche an dem einen Faden zu Stande gebracht wurde, bei entgegengesetzter Neigung des Sextanten, auch am zweiten Faden sich wieder zeigen muss, weil in beiden Fällen der Neigungswinkel der Visirebene, welche durch den Faden und den optischen Mittelpunkt des Objectivs bestimmt ist, der Grösse nach gleich bleibt und nur eine entgegengesetzte Lage hat. Wäre aber die Fernrohraxe der Sextantenebene nicht parallel, sondern gegen sie unter dem Winkel i geneigt, so würde, wenn die Visirebene mit der Axe den Winkel e macht, bei der Berührung an dem einen Faden der Neigungswinkel der Visirebene gegen die Sextantenebene $k = i + e$ und für den zweiten Faden $k' = i - e$ sein, wobei

$$\operatorname{tg} e = \frac{a}{f}$$

a = dem halben Abstande der Horizontalfäden von einander und f = der Brennweite des Objectivs ist. Da aber e in jedem Falle nur ein kleiner Winkel ist, so kann man, wie leicht einzusehen, setzen:

$$e = \frac{1}{\sin 1''} \cdot \frac{a}{f}.$$

Nach Gleichung (108) ist die Verbesserung für den ersten Fall, wo der Winkel w_1 abgelesen worden ist,

$$f_1 = (i + e)^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} w_1 \sin 1''$$

und für den zweiten Fall, wo die Ablesung w_2 war,

$$f_2 = (i - e)^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} w_2 \sin 1''.$$

Hieraus findet man, da $f_1 - f_2 = w_1 - w_2$ und (wegen des geringen Unterschieds zwischen w_1 und w_2) $\mathrm{tg}\ {}^1/_2\ w_2 = \mathrm{tg}\ {}^1/_2\ w_1$ gesetzt werden darf, zunächst

$$w_1 - w_2 = 4\ i\ e\ \mathrm{tg}\ \tfrac{1}{2}\ w_1 \sin 1''$$

und hieraus den gesuchten Neigungswinkel der Fernrohraxe

$$i = \frac{w_1 - w_2}{4\ e\ \mathrm{tg}\ \frac{1}{2}\ w_1 \sin 1''} = \frac{f\ (w_1 - w_2)}{4\ a\ \mathrm{tg}\ \frac{1}{2}\ w_1}. \tag{109}$$

Ist z. B. die Brennweite des Sextantenfernrohrs 6 Zoll = 60 Linien und der halbe Abstand der Fäden a = 1 Linie, so wird e = 3438 Sec. = 57′38″. Beträgt die verbesserte Ablesung bei der Berührung am unteren Faden 130° 36′ und bei der Berührung am oberen Faden 130° 35′, so ist $w_1 - w_2$ = 1 Minute und ${}^1/_2\ w_1 = 65^0\ 18'$; folglich der Winkel

$$i = \frac{60}{4\ .\ \mathrm{tg}\ 65^0\ 18'} = 15 \cot 65^0\ 18' = 6{,}9 \text{ Min.}$$

Der Abstand 2 a der Parallelfäden des Fadenkreuzes, welcher bei der Bestimmung von i als bekannt vorausgesetzt wird, ergibt sich am sichersten durch folgendes Verfahren, dessen Richtigkeit leicht einzusehen ist. Man stelle die Parallelfäden durch Drehung der Ocularröhre senkrecht zur Ebene des Sextanten, diesen selbst aber dem Augenmasse nach horizontal. In der Entfernung von etwa hundert Meter visire man einen gut beleuchteten und scharf begrenzten Punkt so an, dass er von dem einen Faden gedeckt wird. Nun drehe man die Alhidade so, dass das doppelt gespiegelte Bild dieses Punkts ebenfalls auf den ersten Faden fällt. Nachdem der Stand des Nonius abgelesen ist, wird die Alhidade ohne die geringste Verrückung des Instruments, so weit gedreht, dass das eben genannte Bild auf den zweiten Faden kommt, während das directe auf dem ersten bleibt. Liest man den Stand des Nonius wieder ab, so gibt der Unterschied der beiden Ablesungen den Neigungswinkel 2 e und folglich, wenn die Brennweite f des Objectivs bekannt ist, der Ausdruck a = f . tg e den gesuchten Abstand der Fäden.

§. 171. **Neigung des grossen Spiegels.** Bildet der grosse Spiegel mit der Senkrechten zur Sextantenebene einen Winkel l, so kann man dem kleinen dieselbe Neigung geben, indem man beide Spiegel nach §. 167 parallel stellt. Berichtigt man hierauf das Fernrohr, so wird seine Axe in einer Ebene liegen, welche auf beiden Spiegeln senkrecht und folglich gegen die Sextantenebene unter dem Winkel l geneigt ist. Der Winkel w_0, welchen man bei einer bestimmten Messung abliest, gibt offenbar den doppelten Winkel (${}^1/_2\ w_0$), welchen die Normalen der Spiegelebenen mit einander einschliessen, während man seine Projection (${}^1/_2\ w_1$) sucht, um daraus w_1 zu erhalten. Zwischen dem Neigungswinkel (l) des grossen Spiegels, dem Winkel (${}^1/_2\ w_0$) der Normalen beider Spiegel und dessen Projection (${}^1/_2\ w_1$) auf die Sextantenebene findet somit dieselbe Beziehung statt, wie im vorigen Paragraphen zwischen den Winkeln i, w und w′; es ist dess-

halb auch nach Gleichung (107) in dem vorliegenden Falle, wenn man $\frac{1}{2} w_0$ für w, $\frac{1}{2} w_1$ für w' und i für l setzt:

$$\sin \tfrac{1}{4} w_0 = \cos l \sin \tfrac{1}{4} w_1. \qquad (110)$$

In Berücksichtigung des Umstands aber, dass w_0 und w_1 nur wenig verschieden sind und l immer sehr klein ist, kann man auch die Formel (108) anwenden, welche hier den Fehler im gemessenen Winkel

$$f'' = w_0 - w_1 = 2\, l^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{4} w_0 \sin 1'' \qquad (111)$$

gibt. Da dieser Ausdruck von dem in Nr. 108 nur darin abweicht, dass die rechte Seite mit 2 multiplicirt ist und tg $\frac{1}{4} w_0$ statt tg $\frac{1}{2}$ w steht, so könnte man wohl auch die Tafel auf Seite 289, welche die Verbesserungen der gemessenen Winkel wegen der Neigung des Fernrohrs enthält, zur Bestimmung von f'' benützen; wir haben es jedoch vorgezogen, eine besondere zu rechnen und nachstehend mitzutheilen. Zu dieser Berechnung fanden wir uns um so mehr veranlasst, als beide Tabellen nur für kleinere Neigungen des Fernrohrs und des grossen Spiegels nahe genug übereinstimmen, für grössere Neigungen aber und grosse Winkel merklich von einander abweichen.

Verbesserungen der gemessenen Winkel wegen der Neigung des grossen Spiegels, in Secunden ausgedrückt.

Beobachteter Winkel (w).	Neigung (l) des grossen Spiegels gegen die Normale der Sextantenebene.							
	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'
10⁰	0,04	0,15	0,34	0,60	0,96	1,37	1,87	2,44
20⁰	0,08	0,30	0,68	1,22	1,92	2,75	3,75	5,00
30⁰	0,12	0,45	1,02	1,83	2,88	4,13	5,63	7,36
40⁰	0,17	0,60	1,37	2,44	3,86	5,54	7,40	9,86
50⁰	0,21	0,76	1,72	3,08	4,84	6,95	9,52	12,39
60⁰	0,25	0,92	2,09	3,72	5,86	8,40	11,46	14,88
70⁰	0,29	1,06	2,41	4,30	6,77	9,72	13,35	17,32
80⁰	0,34	1,24	2,84	5,05	7,96	11,42	15,57	20,34
90⁰	0,39	1,42	3,23	5,75	8,90	12,99	17,72	23,46
100⁰	0,44	1,60	3,64	6,47	10,20	14,73	19,95	26,08
120⁰	0,55	1,98	4,50	8,02	12,64	18,13	24,72	32,30

§. 172 **Neigung des kleinen Spiegels.** Jetzt sei der grosse Spiegel senkrecht und die Fernrohraxe parallel zur Sextantenebene; der kleine Spiegel bilde aber mit der Normalen dieser Ebene einen kleinen Winkel k. Treffen auf den grossen Spiegel Lichtstrahlen, welche mit der Sextantenebene parallel laufen, so liegen die nach dem kleinen Spiegel zurückgeworfenen Strahlen in parallelen Ebenen, welche mit dem Lothe des kleinen Spiegels den Winkel k einschliessen. Die von dem kleinen Spiegel zurück-

geworfenen Strahlen befinden sich in Ebenen, welche durch die auf ihn fallenden Strahlen und die zugehörigen Lothe gehen. Schneidet man diese unter sich parallelen Ebenen durch andere Ebenen, welche in den Lothen liegen und auf der Sextantenebene senkrecht stehen, so sind die Projectionen der Einfalls- und Zurückwerfungswinkel zusammen $= 2\,k$ und folglich ist auch der Winkel, welchen der projicirte zurückgeworfene Strahl mit der Sextantenebene bildet, $= 2\,k$. Das Fernrohr steht aber nicht senkrecht gegen den kleinen Spiegel, sondern ist gegen dessen Normale unter einem Winkel β (von etwa 15°) geneigt. Darum müssen die zurückgeworfenen Strahlen in Ebenen liegen, welche gegen die Normale des kleinen Spiegels unter dem Winkel β geneigt sind. In diesen Ebenen bilden aber die reflectirten Strahlen mit der Sextantenebene einen Winkel k', der sich aus der leicht aufzufindenden Gleichung

$$\operatorname{tg} k' = \operatorname{tg} (2\,k) \cos \beta \qquad (112)$$

ergibt. Bedenkt man jedoch, dass k' und 2 k nur sehr kleine Winkel sind, so kann man näherungsweise

$$k' = 2\,k \cos \beta \qquad (113)$$

setzen. Heisst der abgelesene und von dem Collimationsfehler und der Parallaxe bereits befreite Winkel v und der verbesserte Winkel v', so bilden die drei Winkel k', v, v' ein rechtwinkliges sphärisches Dreieck, in welchem k' und v die Katheten sind und v' die Hypotenuse vorstellt. Löst man dieses Dreieck auf, so kommt:

$$\cos v' = \cos v \cos k'. \qquad (114)$$

Hieraus kann man v' und folglich auch den Fehler $f''' = v' - v$, welcher zu v addirt wird, leicht berechnen. Da cos k' constant ist, so ändert sich cos v' nur mit cos v; es ist folglich für einen Winkel $v = 90^0$ der Fehler $f''' = 0$, und für $v = 0$ wird $f''' = k'$. Dieses ist der grösste Werth, den f''' annehmen kann; es hat also der Fehler f''' nur eine Bedeutung bei Messung kleiner Winkel. Sind aber v und v' auch kleine Grössen, wie es k' ohnehin schon ist, so kann man das vorhin erwähnte rechtwinklige sphärische Dreieck als ein ebenes betrachten und daher

$$v' = \sqrt{v^2 + k'^2} = v + \frac{k'^2}{2\,v} \qquad (115)$$

und weiter noch

$$f''' = v' - v = \frac{2\,k^2 \cos^2 \beta}{v} \qquad (116)$$

setzen. Hier ist k in derselben Einheit wie v auszudrücken; dann erhält man auch den Fehler f''' in dieser Einheit. So wird z. B. für k = 5 Minuten, $\beta = 15^0$ und $v = 2^0\,40' = 160$ Minuten der Fehler $f''' = 0{,}292$ Minuten = 17,5 Secunden.

Die nachstehende Tabelle gibt einen Ueberblick des Wachsens der Fehler mit der Zunahme von k und der Abnahme von v. Der Winkel β ist dabei $= 15^0$ angenommen.

Verbesserungen der gemessenen Winkel wegen der Neigung des kleinen Spiegels, in Secunden ausgedrückt.

Beobachteter Winkel (w).	Neigung (k) des kleinen Spiegels gegen die Normale der Sextantenebene.							
	1′	2′	3′	4′	5′	10′	15′	20′
$1/2^0$	3,72	14,93	33,60	59,61	93,30	373,2	839,7	1492,8
10^0	1,86	7,46	16,79	29,86	46,62	186,6	419,9	746,4
20^0	0,93	3,73	8,39	14,90	23,31	93,3	209,9	373,2
30^0	0,62	2,48	5,58	9,94	15,54	62,2	139,9	248,8
40^0	0,46	1,86	4,19	7,46	11,65	46,7	104,4	186,1
50^0	0,39	1,48	3,35	5,97	9,32	37,3	83,9	149,3
60^0	0,31	1,24	2,79	4,97	7,77	31,1	69,9	124,4
70^0	0,26	1,06	2,39	4,26	6,66	26,6	59,8	106,4
80^0	0,23	0,93	2,09	3,73	5,82	23,3	52,2	93,3
90^0	0,20	0,83	1,86	3,31	5,18	20,8	46,6	83,2
100^0	0,19	0,74	1,67	2,98	4,66	18,7	42,0	74,6

Der Spiegelkreis.

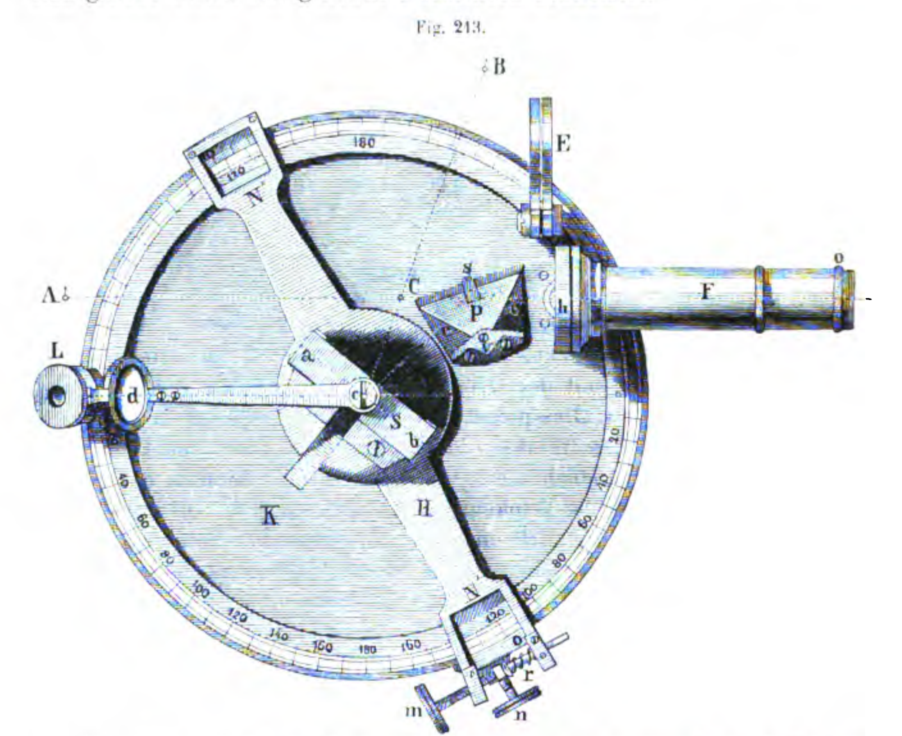
§. 173. Alle Spiegelsextanten leiden an mehreren Uebeln, von denen sie nicht befreit werden können. Hierher gehört zunächst die geringe Helligkeit der Bilder, welche mit der Grösse der Winkel wächst und eine Folge der optischen Natur der Glasspiegel ist; ferner die Beschränkung in der Grösse der zu messenden Winkel, indem dieselben kaum mehr als 120° betragen dürfen; und endlich die Unmöglichkeit, den Einfluss der Excentricität der Alhidade auf die Winkelmessung zu beseitigen. Die Erkenntniss dieser Uebelstände hat zur Erfindung der Spiegelkreise Veranlassung gegeben. Der Erste, welcher solche Kreise vorschlug, war derselbe Professor **Tobias Mayer** in Göttingen, von dem auch die Repetition der Winkel ausging. Seine im Jahre 1770 gemachten Vorschläge wurden später von **Borda** ausgeführt und in mehreren Stücken verbessert, wesshalb auch die früheren Spiegelkreise unter dem verbundenen Namen beider bekannt sind. Diese Instrumente hatten zwar nur einen Nonius, waren aber dafür zum Repetiren eingerichtet, wodurch der Einfluss der Excentricitäts- und Theilungsfehler beseitigt werden sollte. Vor etwa 40 Jahren hat **Steinheil** in München den Spiegelkreis in einen mit grossen Vorzügen ausgestatteten Prismenkreis[1] verwandelt, und seit 20 Jahren werden von **Pistor** und **Martins** in Berlin Reflexionskreise angefertigt, welche sich mit Recht eines grossen Beifalls erfreuen.

[1] In den »astronomischen Nachrichten« von Schumacher, Bd. XI, hat **Bessel** eine vollständige Theorie des zwar nur in der Astronomie angewendeten, aber auch zu geodätischen Messungen sehr geeigneten Prismenkreises mitgetheilt.

§. 174. **Spiegelkreis von Pistor und Martins.** Dieser Kreis wurde von seinen Erfindern im Berliner Gewerbeblatt von Neukrantz, Bd. XIV, in Hinsicht auf seine Einrichtung, Anwendung und Vortheile kurz beschrieben, aber theoretisch nicht näher erörtert. Da diese Erörterung auch von Denen nicht gegeben wurde, welche jene Beschreibung in ihre Bücher aufgenommen haben, so fand sich der Verfasser dieses Buchs schon vor 18 Jahren veranlasst, die Theorie des Pistor'schen Spiegelkreises näher zu erörtern wie folgt.

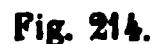
Die Fig. 213 stellt die Ober- und Fig. 214 eine Seitenansicht eines fünfzölligen Spiegelkreises aus der genannten Werkstätte dar; in beiden sind gleiche Theile mit gleichen Buchstaben bezeichnet.

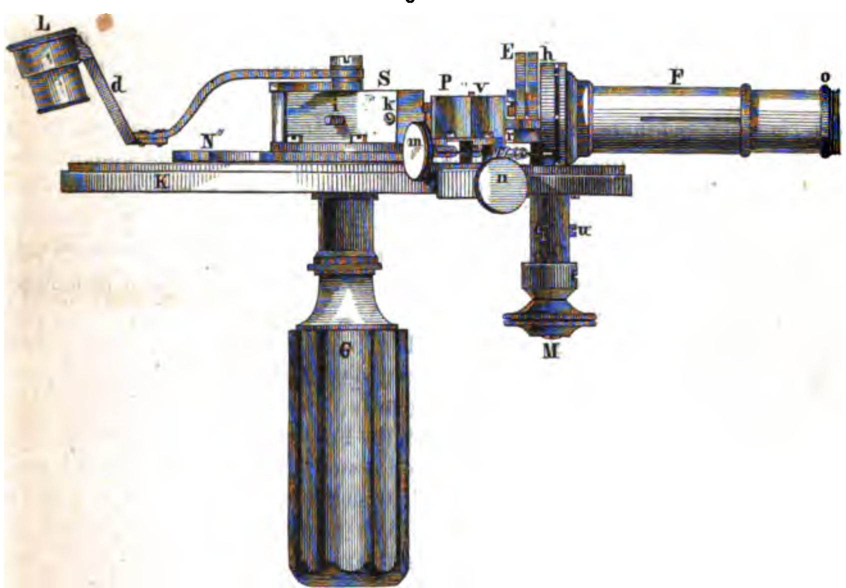
Fig. 213.



Der Körper (K) des Instruments ist eine messingene Kreisscheibe von 5 Par. Zoll Durchmesser, welche in ihrem Mittelpunkte von einem hölzernen Griffe (G), der an einen Metallcylinder angeschraubt ist, unterstützt wird. Da sich der Schwerpunkt des Instruments nahe am Mittelpunkte des Kreises befindet, so erreicht man bei dem Vollkreise gegen den Sextanten den Vortheil, dass man den Schwerpunkt unterstützen kann, ohne den Griff ausserhalb der Axe des grossen Spiegels anbringen zu müssen. Die Axe der Alhidade (H) geht durch den Mittelpunkt (c) des Kreises und steht senkrecht auf diesem. Der Spielraum für die Bewegung dieser Alhidade umfasst

bloss einen Viertelkreis zwischen den mit 0⁰ und 180⁰ bezeichneten Punkten. Das Prisma (P), das Fernrohr (F) und die Einschlaggläser (E) verhindern eine weitere Drehung. Da aber ein Drehwinkel von 90⁰ einem Winkel der Lichtstrahlen von 180⁰ entspricht, so ist diese Drehung bei Weitem ausreichend. Durch die Bremsschraube n wird die grobe Drehung der Alhidade gehemmt und durch die Mikrometerschraube m, welcher der Stift und die Spirale r entgegenwirken, die feine Drehung bewerkstelligt. Der Limbus, auf einem eingelegten silbernen Ringe, ist in 2160 gleiche Theile, also unmittelbar in Sechstelsgrade getheilt. Jeder solcher Theil entspricht 20 Minuten des zu messenden Winkels. Die Bezifferung geht von zwei Nullpunkten (0,0) aus, welche an den Enden des mit der Fernrohraxe parallelen Durch-


Fig. 214.



messers (c d) liegen; es sind dabei wie bei dem Spiegelsextanten halbe Grade für ganze gezählt und deswegen die Enden des auf 0 0 senkrechten Durchmessers mit 180⁰ bezeichnet. Die beiden Nonien (N′, N″) liegen an dem äusseren Rande des Limbus; in Fig. 213 sind nur ihre Nullpunkte (0,0) angedeutet, welche von einander um 180⁰ abstehen. Sie sind so getheilt, dass sie 10 Secunden vom Drehwinkel und folglich 20 Secunden vom gemessenen Winkel angeben; es umfassen nämlich 60 Noniustheile und 59 Limbustheile gleiche Längen. Ueber die Nonien, welche Uebertheilungen besitzen, kann man beim Ablesen die Lupe L mit der Blende d stellen, indem man den Stiel d c um die Axe c dreht. Auf der Alhidade ist in der Richtung a b, welche mit dem Durchmesser (0 0) der Nonien einen Winkel von 20⁰ bildet, ein Planspiegel (S) so befestigt, dass

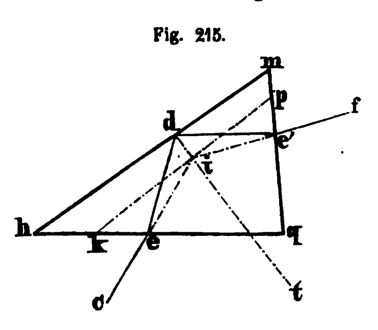
mittels der Stellschräubchen i und k, welche sich auf der Rückseite der Fassung befinden, seine Stellung zur Kreisebene, welche genau senkrecht sein soll, berichtigt werden kann. Dieser Spiegel macht alle Bewegungen der Alhidade mit und seine Drehung wird durch die Nonien von den Nullpunkten des Limbus aus gemessen. Wenn die Nonien auf diesen Nullpunkten stehen, so ist an einem fehlerfreien Instrumente die Spiegelebene (a b) der Hypotenusenebene des feststehenden Prisma's (P), welches hier den kleinen Spiegel des Sextanten vertritt, parallel. Dieses Glasprisma hat ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck zum Querschnitt, und seine Axe steht senkrecht auf der Limbusebene. Es ist so in Messing gefasst, dass durch die Schräubchen bei v und s seine Stellung berichtigt werden kann. Die Hypotenusenebene ist geblendet, um fremdes Licht von dem Fernrohre abzuhalten und die Zurückstrahlung des vom Spiegel kommenden Lichts vollständiger zu machen. Dem Prisma gegenüber steht das Fernrohr (F), welches hier des Raums wegen ein wenig verkürzt gezeichnet ist. Seine Einrichtung ist dieselbe wie beim Sextanten, und es lässt sich hier wie dort (mit der Schraube M) auf- und abschieben. In der Regel empfängt die eine Hälfte des Objectivs ihr Licht aus dem Prisma und die andere von dem direct gesehenen Gegenstande; ist aber dieser im Vergleiche zu dem doppelt gespiegelten sehr hell, so kann man dem Fernrohre eine grössere Lichtmenge aus dem Prisma zuführen, wenn man die Schraube M vorwärts dreht, und umgekehrt kann man sie auch verkleinern; es lassen sich folglich die Helligkeiten der beiden Bilder im Allgemeinen ziemlich nähern und in vielen Fällen ganz gleich machen. Die Blendgläser (E) stehen hier, abweichend von dem Sextanten, zwischen dem Prisma und dem Fernrohre. Es sind nur zwei, ein braunes und ein grünes, angebracht, und beide lassen sich nicht allein um das Scharnier an ihrer Fassung drehen, sondern auch mit dieser so umwenden, dass das in der ersten Lage dem Fernrohre näher stehende Glas das entferntere wird und umgekehrt. (S. Fig. 220 und 221). An das Ende (o) der Ocularröhre lassen sich nach Bedürfniss die Fassungen eines Sonnenglases oder eines gleichseitigen rechtwinkligen Prisma's anschrauben. Die Fig. 219 stellt dieses Prisma und die Ocularröhre im Durchschnitte dar; und denkt man sich den Theil p z a weggenommen, so gibt c p einen Durchschnitt des an die Ocularröhre F geschraubten Sonnenglases.

§. 175. **Theorie.** Wir setzen voraus, dass der ebene und parallele Glasspiegel auf der Limbusebene senkrecht steht, dass die Fernrohraxe mit dieser Ebene parallel läuft, dass die drei Prismenebenen mit der Limbusebene rechte Winkel bilden; nehmen ferner der allgemeineren Betrachtung wegen den senkrechten Querschnitt des Prisma's nicht als ein gleichschenkliges rechtwinkliges, sondern als ein schiefwinkliges Dreieck mit den Winkeln h, m, q an, und beweisen zunächst folgenden Satz:

1) Wenn auf ein senkrechtes dreiseitiges Prisma Lichtstrahlen so fallen, dass sie mit der Grundfläche parallel sind, so lässt sich die Wirkungsweise dieses Prisma's immer auf die eines ebenen Spiegels zurückführen. Denn

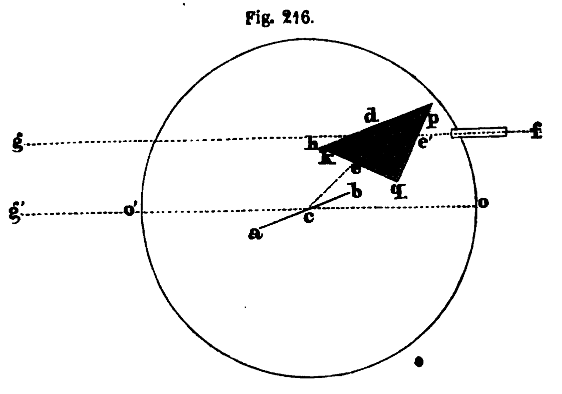
stellt in Fig. 215 das Dreieck h m q den senkrechten Prismenquerschnitt vor, in welchem der einfallende Strahl c e liegt, so ist fürs Erste aus den Grundgesetzen über die Zurückwerfung und Brechung des Lichts klar, dass die gebrochenen und zurückgeworfenen Strahlen e d, d e′, e′ f nicht aus der Ebene dieses Querschnitts heraustreten, und dass sich folglich der einfallende Strahl (c e) und der austretende (e′ f), gehörig verlängert, in einem Punkte (i) jener Ebene schneiden. Denkt man sich nun den Winkel (c i f), welchen diese Strahlen miteinander bilden, halbirt und auf die Theilungslinie (i t) eine Senkrechte (k p) errichtet, so stellt dieselbe den Schnitt des ebenen Spiegels vor, welcher eben so wirkt, wie das senkrechte dreiseitige Prisma. Die Linie k p ist der Seite h m des Prismenquerschnitts dann parallel, wenn dieser Querschnitt ein gleichschenkliges Dreieck ist und die gleichen Winkel an der Seite h m liegen. Da in dem Spiegelkreise das Prisma h m q festliegt, so wird es nur dann durch die spiegelnde Ebene k p vertreten werden, wenn deren Richtung ebenfalls unveränderlich ist. Dieses ist aber der Fall. Denn da wegen der festen Stellung des Fernrohrs gegen das Prisma alle aus diesem kommenden und in das Fernrohr tretenden Strahlen die Richtung e′ f nehmen müssen, und da die Richtung durch die Brechungen bei e, e′ und die Reflexion bei d nur möglich ist, wenn die von dem drehbaren Spiegel kommenden Strahlen die Richtung c e haben, welche mit der Hypotenusenebene des Prisma's einen constanten Winkel einschliesst: so bleibt auch der Winkel c i f und folglich die auf seiner Halbirungslinie i t senkrechte Richtung k p unveränderlich, was zu beweisen war. Nunmehr wird das Instrument in verschiedenen Lagen der Alhidade oder des drehbaren Spiegels betrachtet werden.

Fig. 215.



Erste Lage: Fig. 216. Der Spiegel a b ist der Linie k p im Prisma parallel, und das Fernrohr f ist auf einen sehr weit entfernten Gegenstand (G) gerichtet. In diesem Falle gelangt das Licht vom Gegenstande G in der Richtung g f direct ins Fernrohr und nach g c auf den Spiegel a b. Wegen der grossen Entfernung von G ist g′ c parallel zu g f und daher Winkel a c g′ = k i g. Aus optischen Gründen ist b c e = a c g′ und p i e′ = k i c. Da aber ver-

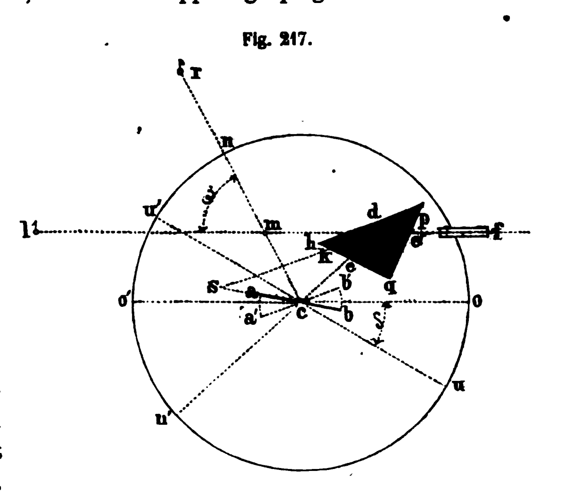
Fig. 216.



möge der Annahme bce = kie ist, so ist auch pie' = pif: d. h. der austretende Lichtstrahl e' f ist der Fernrohraxe parallel, oder mit anderen Worten: der direct gesehene sehr weit entfernte Gegenstand und sein doppelt gespiegeltes Bild decken sich, wenn die Spiegelebenen ab und pk einander parallel sind. Dieser Satz gilt selbstverständlich auch umgekehrt, und auf ihm beruht die Bestimmung der Nullpunkte o und o' der Kreistheilung. Bei einem fehlerfreien Instrumente steht also immer die Alhidade auf Null, wenn die Spiegelebenen ab, kp parallel sind. Der Durchmesser oo' ist der Absehlinie des Fernrohrs parallel, während der Spiegel ab einen Winkel von 20° mit ihm bildet. Einen gleichen Winkel acg' bilden auch die Lichtstrahlen g'c, wenn der zu messende Winkel null ist; für jeden anderen Winkel fallen, wie der weitere Verlauf unserer Betrachtungen zeigt, die Lichtstrahlen weniger schief gegen den Spiegel. Da der Lichtverlust durch Zerstreuung um so grösser ist, je kleinere Winkel die einfallenden Strahlen mit den Ebenen der Spiegel bilden, so ist folglich das doppeltgespiegelte Bild in dieser ersten Lage des Spiegels am wenigsten hell.

Zweite Lage: Fig. 217. Der Spiegel ab bildet mit der Linie kp im Prisma einen Winkel bsp = δ, wenn das doppelt gespiegelte Bild des rechts liegenden Gegenstands r und das Bild des direct gesehenen linken Gegenstands l, der mit r am Instrumente einen Winkel lmr = ω einschliesst, sich decken. Es fragt sich, wie sich δ zu ω verhält.

Fig. 217.

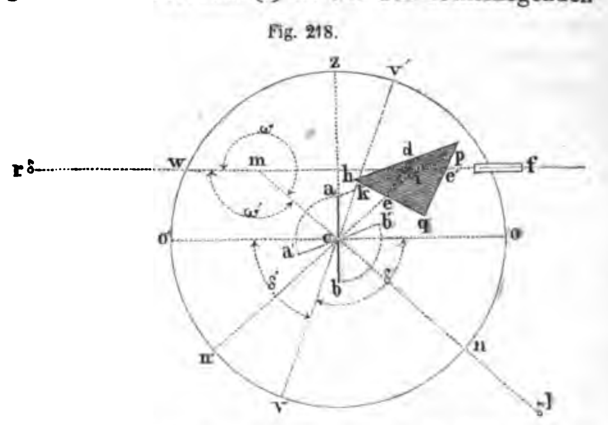


Man weiss, dass der Durchmesser oo' der Linie fl parallel ist, und dass dieser mit dem Spiegel festverbundene Durchmesser um denselben Winkel (ocu = δ) gedreht wird wie der Spiegel ab, der ursprünglich mit der Linie pk parallel war. Wenn nun oo' || fl, so ist der Winkel ω = o'cm = o'cu' + u'cm = δ + u'cm. Es ist aber nach dem Gesetze der Spiegelung u'cm + u'ca = bcb' + b'ci, und nach der Einrichtung des Instruments u'ca = b'ci; folglich muss auch u'cm = bcb' = dem Drehungswinkel des Spiegels = δ, und somit $\omega = 2\delta$ sein. Der zweimal gespiegelte und gebrochene Strahl (lf) bildet demnach mit dem einfallenden (rc) einen Winkel (ω), der doppelt so gross ist als der Drehungswinkel (δ) des Spiegels. Dasselbe Gesetz findet beim Spiegelsextanten statt; man kann also mit dem Spiegelkreise in gleicher Weise wie mit dem Sextanten Winkel messen. Wenn jedoch der Winkel

(ω) der beiden Gegenstände (l, r) grösser wird als 130°, so können die von dem rechts liegenden Objecte (r) kommenden Lichtstrahlen theils wegen des vorstehenden Prisma's und des Fernrohrs, theils wegen des Kopfes des Beobachters nicht mehr auf den Spiegel gelangen, und es muss sich desshalb von hier an das Messungsverfahren ändern. In welcher Weise dieses zu geschehen hat, lehrt die folgende Lage der Alhidade.

Dritte Lage: Fig. 218. Das Fernrohr (f) ist auf den rechtsliegenden Gegenstand (r) gerichtet und der Spiegel a b wird aus seiner ursprünglichen Lage a' b' so weit verdreht, bis das auf ihn fallende Licht von dem linken Objecte (l) in dem Fernrohre ein Bild gibt, das mit dem des rechtseitigen Gegenstands zusammenfällt. Es handelt sich um das Verhältniss des Drehungswinkels ($a' c a = o c v = \delta$) und des Winkels der Objecte ($r m l = \omega$).

Fig. 218.



Da der Durchmesser o' o dem Schenkel r f parallel läuft, so ist der erhabene Winkel $o' c n = r m l = \omega$. Nun ist nach der Fig. $o' c n = o' c v' + v' c n = \delta + v' c n$, nach dem Spiegelungsgesetze $b c l = a c i$ und nach der Einrichtung des Instruments $a c v' = b' c i$. Folglich hat man zunächst $a c i = v' c b'$ und hierauf weiter $v' c n = v' c b' + b' c n = a c i + b c b' - b c l = b c l + b c b' - b c l = b c b' = \delta$. Es ist somit, wie bei der zweiten Lage:

$$\omega = 2\,\delta. \tag{117}$$

Da ferner $\omega' = 360^0 - \omega = 360^0 - 2\,\delta = 2\,(180^0 - \delta)$ und $\delta' = 180^0 - \delta$ ist, so hat man auch

$$\omega' = 2\,\delta'. \tag{118}$$

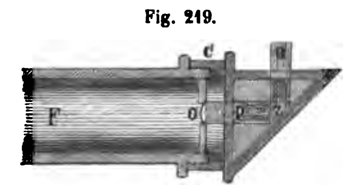
Hieraus entnimmt man, dass das schon für die zweite Lage der Alhidade aufgefundene Verhältniss der Winkel ω und δ für alle Lagen derselben gilt, und dass dieselbe Beziehung zwischen ω' und δ' stattfindet, wenn man δ' von dem zweiten Nullpunkte (o') in entgegengesetzter Richtung von δ zählt.

Da es, wie bei der zweiten Lage der Alhidade bemerkt wurde, nicht möglich ist, Winkel zwischen 130° und 180° auf dieselbe Art wie mit dem Sextanten zu messen, so muss man diese Winkel (ω') mit Benützung der Gleichung (118) dadurch bestimmen, dass man vom Scheitel aus das Fernrohr auf den rechtseitigen Gegenstand (r) richtet, den linkseitigen Gegenstand (l) abspiegeln lässt und nach eingetretener Deckung der Bilder den

Bogen (o′ v) abliest, welcher zwischen dem zweiten Nullpunkte (o′) des Kreises und dem Anfangspunkte (v) des ersten Nonius enthalten ist. Der zweite Nonius (v′) gibt einen annähernd gleichen Bogen (o v′), welcher vom ersten Nullpunkte (o) ausgeht. Nimmt man aus den beiden Ablesungen (o′ v, o v′) das Mittel, so ist hierdurch nach §. 151 der Einfluss der Excentricität der Alhidade beseitigt.

§. 176. **Gebrauch.** Es wurde bereits angeführt, wie man Winkel von 0⁰ bis zu 180⁰, die in einer beliebigen Ebene liegen, durch zwei nur wenig von einander verschiedene Verfahren messen kann. Ist der zu messende Winkel so stumpf, dass er gar nicht oder nur wenig von 180⁰ abweicht, so würde eine neue Schwierigkeit der Messung eintreten, indem jetzt zwar nicht mehr das Prisma und das Fernrohr, wohl aber noch der Kopf des Beobachters das Licht vom linkseitigen Gegenstande hinderte, auf den Spiegel zu gelangen, [1] wenn nicht vor dem Ocular (o) des Fernrohrs ein rechtwinkliges Prisma (p z) so angeschraubt werden könnte, wie Fig. 219 und noch besser Fig. 67, Seite 99, zeigt. Dieses Prisma reflectirt die aus dem Ocular tretenden Strahlen nach der Richtung z a und macht es hierdurch möglich, dass der Beobachter seinen Kopf auf der Seite des Fernrohrs haben kann, welche den auf den Spiegel kommenden Strahlen gegenüberliegt.

Fig. 219.



Man begreift leicht, wie man mit Hilfe dieser Vorrichtung den Spiegelkreis gerade so benützen kann, wie das Prismenkreuz, nämlich zur Einstellung in eine gerade Linie (§. 120). Es ist nur nöthig, dass man die Alhidade auf Null stellt und, indem man das Fernrohr nach dem rechtseitigen, den Spiegel aber nach dem linken Gegenstande richtet, so lange vor- oder rückwärts geht, bis man durch das Ocularprisma die Deckung der Bilder von r und l wahrnimmt. Der Griff des Instruments steht alsdann in der gegebenen Geraden (r l). Diese Aufgabe kann selbstverständlich mit dem Spiegelsextanten nicht gelöst werden; dagegen lassen sich mit ihm wie mit dem Spiegelkreise rechte und andere Winkel abstecken, wenn man den Nonius auf die Zahl einstellt, welche der Grösse des abzusteckenden Winkels entspricht, vom Scheitel aus das Bild des einen gegebenen Objects auf die optische Axe des Fernrohrs bringt und den Stab, der das andere Object vorstellt, so lange fort verrücken lässt, bis sein Bild das erste deckt.

Wenn im vorigen Paragraph angeführt wurde, dass die Winkel zwischen 130⁰ und 180⁰ durch Anvisiren des rechten Schenkels gemessen werden müssen, so folgt daraus nicht, dass man nicht auch kleinere Winkel als 130⁰ auf diese Weise messen kann: es lassen sich offenbar alle jene Winkel

[1] Bei einem Winkel von 180⁰ kommt das Licht in der Richtung o c (Fig. 218) auf den Spiegel a b, während dieser mit der Linie k p einen rechten Winkel bildet.

so bestimmen, deren linke Objecte noch ein Bild im Fernrohre geben, wenn dieses auf den rechtseitigen Gegenstand gerichtet ist. Dieses thun aber bei dem Pistor'schen Spiegelkreise alle Winkel zwischen 100⁰ und 180⁰. Es ist somit klar, dass die Winkel zwischen 100⁰ und 130⁰ auf zwei Weisen gemessen werden können, indem man bei der einen Messung den linken und bei der anderen den rechten Schenkel anvisirt.

Was die Messung der Verticalwinkel betrifft, so gilt hier Alles, was darüber bei dem Spiegelsextanten angeführt wurde.

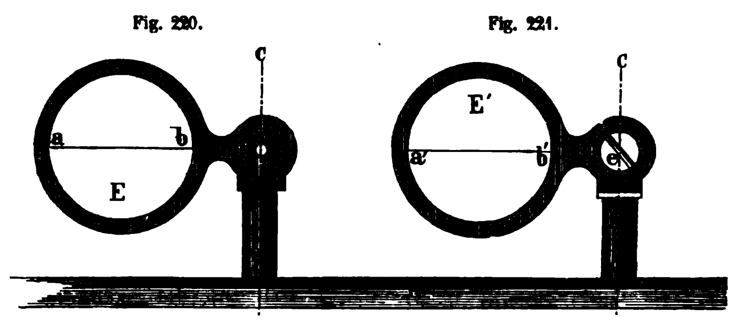
§. 177. **Prüfung und Berichtigung** des Spiegelkreises unterscheiden sich nur sehr wenig von jenen des Spiegelsextanten. Es ist nämlich vor dem Gebrauche des Spiegelkreises zu untersuchen:

1) ob der Limbus und die Nonien richtig getheilt sind;
2) ob der Spiegel ebene und parallele Seiten hat;
3) ob die Seiten des Prisma's eben und der Prismenaxe parallel sind;
4) ob Spiegel und Prisma auf der Limbusebene senkrecht stehen;
5) ob die Fernrohraxe dieser Ebene parallel läuft;
6) ob ein Collimationsfehler vorhanden und wie gross er ist;
7) ob die Einschlaggläser eben und parallel sind.

Die erste Untersuchung wird nach §. 151 und die zweite nach §. 31 vorgenommen. Was die dritte betrifft, so genügt es zunächst, sich auf dieselbe Weise wie bei einem Spiegel zu überzeugen, ob die Prismenflächen eben sind, da man bei der vierten Untersuchung findet, ob die Ebenen des Prisma's mit dessen Axe parallel laufen. Nachdem man nämlich nach §. 167 Nr. 3 den senkrechten Stand des grossen Spiegels, wenn er nicht vorhanden gewesen sein sollte, hergestellt hat, richtet man das Fernrohr auf ein sehr weit entferntes, gut beleuchtetes und scharf begrenztes Object, und versucht, durch Drehung der Alhidade dieses Object und sein doppelt gespiegeltes Bild zur Deckung zu bringen. Gelingt dieses vollständig, so sind alle Prismenebenen zur Limbusebene senkrecht und der Prismenaxe parallel; gelingt aber diese Deckung nicht, so stehen entweder alle oder eine oder zwei Prismenebenen nicht senkrecht auf der Ebene des Instruments. Man wird nun zunächst den Stand des Prisma's durch seine Stellschrauben mehrmals ändern und zusehen, ob hierdurch die mangelhafte Deckung, welche man vorhin beobachtet hat, verbessert oder gar beseitigt wird. Ist letzteres der Fall, so ist das Prisma richtig: kann man es aber in keiner Weise dahin bringen, dass das Object und sein Bild sich decken, so ist das Prisma pyramidenförmig und daher im Instrumente ebenso unbrauchbar wie ein prismatischer Spiegel. Die fünfte und sechste Untersuchung weichen von der vierten und fünften des Spiegelsextanten in keiner Weise ab, wesshalb hier auf die Nummern 4 und 5 des §. 167 verwiesen wird. Die Prüfung der Einschlaggläser kann zwar auch wie bei dem Spiegelsextanten (§. 167, Nr. 6) vorgenommen werden; allein in dem vorliegenden Falle, wo sich der Träger der Einschlaggläser um eine auf der Instrumentenebene senkrecht stehende Axe (d) so weit drehen lässt, dass die Gläser zwei einander

entgegengesetzte Lagen erhalten, ist folgende Untersuchung einfacher. Man bestimme nämlich auf bekannte Weise den Collimationsfehler des Instruments, indem man das zu untersuchende Glas (E) vor das Prisma stellt, wie Fig. 220 zeigt. Hierauf drehe man dieses Glas um sein Scharnier und dessen senkrechten Träger (d) in die Stellung der Fig. 221. Während vorhin die untere Hälfte des Objectivs durch das Einschlagglas verdeckt war, ist jetzt die obere Hälfte gedeckt, und wenn vorhin die Glasflächen (mit Bezug auf eine horizontal gedachte Instrumentenebene) nach oben zusammenliefen, schneiden sie sich jetzt nach unten. In dieser neuen (zweiten)

Fig. 220. Fig. 221.



Lage des Glases bestimme man abermals den Collimationsfehler. Erhält man ihn eben so gross wie das erste Mal, so ist das Glas richtig; wird er aber grösser oder kleiner als bei der ersten Bestimmung gefunden, und ist sonst sorgfältig gearbeitet worden, so rührt die Abweichung von der prismatischen Gestalt des Einschlagglases her, und es ist der Fehler, den dieses Glas bewirkt, gleich der halben Differenz der Collimationsfehler für die beiden Lagen des Glases. In gleicher Weise kann man auch das zweite Einschlagglas für sich und dann in Verbindung mit dem ersten untersuchen. Sind die aufgefundenen Fehler so bedeutend, dass sie nicht vernachlässigt werden können, so müssen die Gläser durch bessere ersetzt oder die Fehler bei jeder Messung in Rechnung gebracht werden.

Vierter Abschnitt.

Instrumente zum Längenmessen.

§. 178. Zur unmittelbaren Messung von Entfernungen zweier Punkte, welche nicht lothrecht über oder unter einander liegen, bedient sich der practische Geometer je nach dem Grade der Genauigkeit, welchen seine Arbeit haben soll, oder nach der Beschaffenheit des Bodens, auf dem er misst, oder endlich nach der Zeit, die ihm für eine bestimmte Messung

gegeben ist, verschiedener Vorrichtungen, welche sich in fünf Gattungen eintheilen lassen, nämlich in Massstäbe, Messketten, Messbänder, Messräder und Distanzmesser. Jede dieser Gattungen besteht aus Arten, wovon wir die wichtigsten betrachten werden.

1. Massstäbe.

§. 179. Der Ausdruck Massstab bezeichnet erstens eine Vorrichtung mit genauen Längenmassen, welche entweder zur Abgleichung anderer Massstäbe oder zur unmittelbaren Ausmessung von geraden Linien dient; zweitens das Verhältniss der Entfernung zweier Punkte auf einem Plane zu ihrem Abstande in dem natürlichen Grundrisse; und drittens die Verjüngung der Längenmasse, welche zum Zwecke des Zeichnens auf einem passenden Stoffe abgetragen wird. Hier gebrauchen wir das Wort Massstab nur in der ersten Bedeutung; in den beiden letzteren ist es beim Plan- und Kartenzeichnen angewendet.

Die Massstäbe zur Abgleichung oder Ausmessung werden aus verschiedenen Stoffen angefertigt: aus Metall oder Glas, wenn sie die gesetzliche Längeneinheit eines Landes darstellen und zur Abgleichung anderer Massstäbe dienen (Urmassstäbe); bloss aus Metall, wenn sie zu den feinsten Längenmessungen bei Erforschung der Gestalt und Grösse der Erde oder eines Landes gebraucht werden (Messstangen); aus Holz, wenn es sich entweder um zwar minder feine aber doch immerhin noch sehr genaue Längenmessungen (Messlatten), oder um ganz gewöhnliche Messungen handelt (Messstäbe).

Das Spiegelglas ist für Normal- oder Urmassstäbe ein sehr geeignetes Material; zu Messstangen taugt es aber wegen seiner Zerbrechlichkeit nicht: hierzu sind nur Metalle, wie Eisen, Zink und Kupfer verwendbar, weil sie nicht bloss fester sind als Glas und Holz, sondern sich auch regelmässiger als das letztere ausdehnen und zusammenziehen. Der Verwendung des Holzes zu Messstangen steht übrigens weniger die Unregelmässigkeit in der an und für sich sehr geringen Ausdehnung,[1] als vielmehr die unter dem Namen Schwinden bekannte Formveränderung entgegen, welche aus dem Einflusse der atmosphärischen Feuchtigkeit entspringt und trotz aller Vorsichtsmassregeln niemals ganz zu vermeiden ist. Damit soll aber keineswegs behauptet werden, dass man mit gut gearbeiteten Messlatten aus völlig trockenem Tannenholze nicht noch eine Genauigkeit der Längenmessung von 1 auf 10,000 erreichen könnte.

Urmassstäbe.

§. 180. Die Ur- oder Normalmassstäbe werden in den Staatsarchiven sorgfältig aufbewahrt und niemals zu unmittelbaren Messungen, sondern

[1] Nach Kater dehnt sich das Tannenholz für 1° C. nur um 0,000004 der Länge aus, welche es bei 0° hat.

nur zur Abgleichung derjenigen Massstäbe gebraucht, welche in der practischen Geometrie und bei wissenschaftlichen Untersuchungen zu genauen Längenmessungen dienen. Zur Abgleichung dienen besondere mechanische Vorrichtungen, welche Comparatoren (Massvergleicher) heissen. Man unterscheidet zwei Formen von Urmassen: nämlich solche, welche die Längeneinheit bei einer bestimmten Temperatur durch den Abstand ihrer ebenen oder abgerundeten Endflächen angeben (étalons à bouts, Massstäbe mit Endflächen, Endmasse), und solche, welche die genannte Einheit bei einem bestimmten Wärmegrad durch die Entfernung zweier zur Axe des Massstabs senkrechten Striche darstellen (étalons à traits, Massstäbe mit Endstrichen, Strichmasse).

Die Endmasse hatten bisher den Vorzug vor den Strichmassen, weil sie erfahrungsmässig nicht bloss eine leichtere und genauere Abgleichung mit anderen Massstäben gestatten, sondern auch bei einer geringen Biegung (die sie fast immer erleiden, wenn ihre Unterlage nicht eine vollkommene feste Ebene ist) ihre Länge weniger ändern als jene. Das Letztere ist leicht einzusehen. Denn da bei der Biegung eines wagrecht liegenden Stabs dessen obere Fasern zusammengedrückt, die unteren ausgedehnt, die mittleren aber weder verlängert noch verkürzt werden, so behält die (neutrale) Axe des Stabs ihre Länge bei, während der Bogen zwischen den auf der oberen Fläche des Stabs befindlichen Strichen kürzer wird. Bei der Abgleichung wird nun zwar nur die Sehne der Bögen zwischen den Endpunkten oder den Endstrichen benützt, eine einfache Ueberlegung zeigt aber, dass die Sehne zwischen den Mittelpunkten der Endflächen weniger von der Normallänge abweicht, als die Sehne zwischen den Endstrichen auf der Oberfläche des Massstabs. Gleichwohl hat sich die im Herbste 1872 zu Paris tagende internationale Meterconferenz für Strichmasse entschieden, nachdem die Erfahrung gelehrt hat, dass Endmasse beim Copiren Schaden leiden, indem die Endflächen, welche mit Fühlhebeln oder Libellenapparaten berührt werden müssen, kleine Eindrücke empfangen, welche das Längenmass verkürzen. Diesen Nachtheil erleiden die Strichmasse beim Copiren nicht, da hierzu nur Mikroskope verwendet werden.

Der Meter der Archive in Paris besteht aus Platin und soll bei 0^0 die Länge von 443,296 Linien der Peru-Toise bei 13^0 R. vorstellen. Er ist ein Endmass, seine Endflächen sind aber beschädigt, obwohl nur sehr wenig Copien von ihm abgenommen wurden, und man zweifelt überhaupt, ob er von Anfang an seiner Definition vollständig entsprochen hat. Daher rührt das wissenschaftliche Bedürfniss der Neugestaltung des Meters, und diese soll nun in der Art zu Stande gebracht werden, dass aus einer Legirung von 90 Theilen Platin und 10 Theilen Iridium ein grosser Block angefertigt wird, welcher gestattet, eine gewisse Zahl von 102 Centimeter langen Stücken daraus zu gewinnen, auf denen mit Hilfe von besonderen Comparatoren die Endstriche aufgetragen werden. Vor dieser Abgleichung soll das Metall noch gehärtet werden, damit es möglichst gut allen

mechanischen Einwirkungen widersteht. Die Ueberwachung des neuen internationalen Masses wird einer aus 12 Gelehrten und Technikern der grössten Culturstaaten der Welt gebildeten Commission übertragen werden.

Einer der vorzüglichsten Urmassstäbe, welche es gibt, ist ohne Zweifel der preussische, welchen Bessel im Jahre 1837 herstellte. Der drei Fuss lange prismatische Stab besteht aus Gussstahl und hat einen quadratischen Querschnitt von dreiviertel Zoll Seite. Seine Enden sind durch abgestumpfte Kegel von Saphir in der Art gebildet, dass die grösseren Grundflächen dieser in Gold gebetteten Kegel sich im Innern des Stabs befinden und die kleineren abgerundeten nur wenig über die Enden des Stahlstabs vorstehen. Gegen Abnützung der Endflächen bei Vergleichungen schützt die Härte der Steine, und gegen die Erweiterung der Kegelbetten und die damit verbundene Längenänderung, welche in Folge einer Rostbildung eintreten könnte, das Gold. Die Entfernung der beiden äussersten Endflächen der Saphire, in der Axe des Stabs und bei $16^{1}/_{4}{}^{0}$ C gemessen, beträgt nach der Aufschrift des Massstabs 0,00063 Linien weniger als drei preussische Fuss. Von diesem Normalmassstabe kann man Copien durch die kön. Normalaichungscommission in Berlin beziehen. Dieselben bestehen, wie das Urmass, aus weichem Gussstahl, haben aber keine Saphir-, sondern Stahlenden, welche senkrecht zur Achse abgeschliffen, fein polirt und zum Schutze gegen Staub und Rost mit messingnen Kapseln bedeckt sind.

Die Arbeiten, welche Bessel zur Herstellung des preussischen Urmasses vornahm, hat derselbe in dem im Jahre 1839 von dem preussischen Ministerium der Finanzen und des Handels bekannt gemachten Werke: „Darstellung der Untersuchungen und Massregulirungen, welche in den Jahren 1835—1838 durch die Einführung des preussischen Längenmasses veranlasst worden sind“, beschrieben. Wir verweisen hier um so mehr auf dieses lehrreiche Werk, als es ausser unserer Absicht liegt, hier Näheres über die Vergleichung von Normalmassen unter sich und mit anderen Massstäben mitzutheilen. Wer sich in dieser Hinsicht weiter unterrichten will, mag die Abhandlung von Steinheil in den Denkschriften der Münchener Akademie der Wissenschaften (1844, Bd. IV) über die Copie des Meters der Archive in Paris, ferner die von Abbildungen begleitete Beschreibung der Comparatoren des Wiener polytechnischen Instituts von Stampfer in den Jahrbüchern dieses Instituts (Bd. 18, S. 149—210), oder endlich das aus dem Spanischen übersetzte Werk „Expériences faites avec l'appareil à mesurer les bases appartenant à la commission de la carte d'Espagne“, Paris 1860, nachlesen.

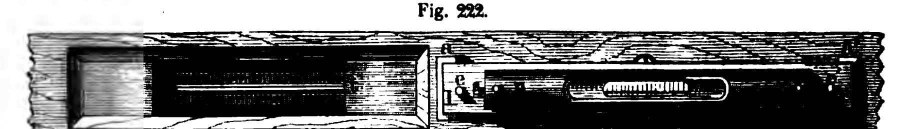
Messstangen.

§. 181. **Apparat nach Reichenbach.** Man hat früher die Messstangen senkrecht auf ihre Axen abgeschnitten und bei der Längenmessung mit den stumpfen Endflächen aneinander gestossen. Hierdurch wurde in der Regel der Erfolg der Mühe, welche man auf das Vergleichen dieser Stangen mit

den Urmassen verwendet hatte, wieder vernichtet. Borda unterliess zuerst das Aneinanderstossen der Messstangen, indem er dieselben an einem Ende mit einem eingetheilten Schieber versah, der bis an das andere Ende der nächstliegenden Stange gerückt werden konnte. Die Berührung eines leichten Schiebers vermochte eine schwere Messstange nicht mehr zu verrücken; und da der Schieber mit einem Nonius versehen war, so konnte man den Abstand der Endflächen der Messstangen mit ziemlicher Genauigkeit messen, so lange diese ganz wagrecht lagen: bei schiefer Lage traten, wie leicht zu begreifen, wegen der nicht mehr parallel laufenden Endflächen Fehler ein, die eine weitere Verbesserung der Messstangen wünschen liessen. Diese Verbesserung ging von Reichenbach aus, indem er die Messstangen an ihren Enden mit Schneiden versah und den Messkeil einführte, der in §. 84 beschrieben wurde. Seit Reichenbach wendet man fast ausschliesslich Messstangen mit Schneiden und Keilen an; wenigstens sind die bedeutendsten Grad- und Landesmessungen mit solchen Stangen gemacht worden. Wir legen unserer Beschreibung den Basisapparat zu Grunde, welchen Schwerd nach dem Münchener, womit die grosse Speyerer und die Nürnberger Basis gemessen wurde, angefertigt und zur Messung der kleinen Speyerer Basis, wovon schon S. 126 die Rede war, benützt hat.

Dieser Apparat besteht aus 5 Messstangen von Eisen, jede von 4 Meter Länge und 1 Centimeter Dicke und Breite. Die beiden Enden jeder Stange sind von federhartem Stahl und keilförmig zugearbeitet; während die eine Kante lothrecht ist, liegt die andere wagrecht; beide stehen senkrecht zur Axe der Messstange. Jede solche Stange befindet sich in einem hölzernen Gehäuse, aus dem nur die Stahlkanten 2 Centimeter weit hervorragen. Die Bretter sind, um das Verziehen zu hindern, der Länge nach entzwei geschnitten und mit entgegengesetzten Fasern zusammengeleimt, und zur Verstärkung des Gehäuses gegen Biegung dient ein an der unteren Fläche angebrachter Riegel von 6 $\times$ 6 Quadratcentimeter Querschnitt. In der Mitte des Gehäuses ist jede Eisenstange festgeklemmt, nach den Enden hin kann sie sich aber frei ausdehnen. Neben dieser Klemmung liegt das Thermometer, womit die Temperatur der Messstange gemessen wird, auf einem dünnen Brettchen so, dass die Kugel das Eisen berührt und die Röhre der Axe des Massstabs parallel läuft. Ueber der Scala t in Fig. 222 (die eine

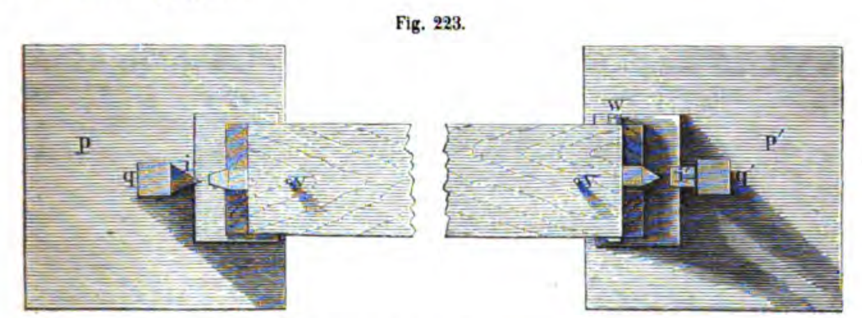
Fig. 222.



Oberansicht des mittleren Theils einer Messstange mit ihrem Gehäuse vorstellt), ist der Deckel des Gehäuses durchbrochen und mit einer Glasscheibe versehen, welche vor und nach der Ablesung des Thermometers mit einem Brettchen zugedeckt wird. Mitten auf dem Gehäuse ruht eine Röhrenlibelle

(n) auf zwei Messingplättchen (a, a'). Das Lineal (l' l), welches die Libelle trägt und diese Plättchen berührt, wird an einer seitlichen Bewegung durch zwei lothrechte Stifte (e, e') gehindert; es kann sich jedoch auf und ab bewegen, da diese Stifte nur lose hindurch gehen. Zur Messung des Neigungswinkels der Massstabaxe gegen den Horizont dient der Messkeil, welcher in folgender Weise angewendet wird. Man schiebt ihn auf der unteren Seite der Libelle so weit zwischen a und l oder a' und l', bis die Luftblase einspielt, und bemerkt die Ordinate, bis zu welcher er eingedrungen ist: aus der Länge derselben und der Länge des Lineals l l' ergibt sich die Tangente des gesuchten Neigungswinkels. Um die Messstangen genau in die zu messende gerade Linie einstellen zu können, befinden sich auf den Enden jedes Gehäuses zwei lothrechte Visirstifte (v, v) Fig. 223, welche durch die Axe der Messstange gehen.

Fig. 223.

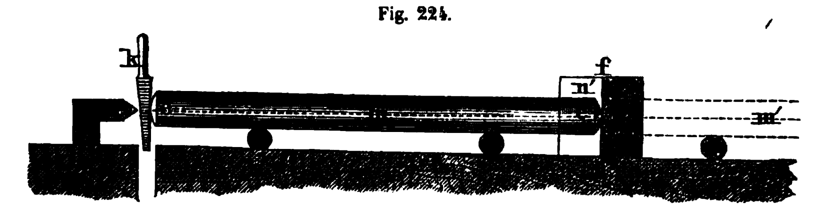


Der Comparator (Massvergleicher), welchen Prof. Schwerd zur Bestimmung der Längen der einzelnen Messstangen anwandte, hatte folgende Einrichtung. In zwei 4 Meter von einander entfernten und auf guten Fundamenten ruhenden Steinpfeilern (p, p') standen zwei mit Blei eingegossene lothrechte eiserne Prismen (q, q') von $0^m,15$ Höhe, welche an den einander zugewendeten Seiten Stahlkeile (i, i') trugen, wovon der eine mit einer wagrechten, der andere mit einer lothrechten Schneide versehen war. Diese Schneiden standen auf der geraden Linie, welche ihre Mitten verband, senkrecht und waren in dieser Richtung $4^m,004$ von einander entfernt. Bei der Vergleichung der Stangen wurde eine nach der anderen so auf den Comparator gebracht, dass je eine wagrechte Kante einer lothrechten gegenüberstand und ein kleiner Zwischenraum blieb, der durch den bekannten geometrischen Keil gemessen werden konnte. Es wurde durchaus vermieden, dass eine Schneide der abzugleichenden Messstange den Comparator selbst berührte, weil bei dieser Berührung, wenn sie auch ganz sorgfältig geschieht, die Eisenprismen q, q' stets etwas zurückgedrückt werden. Um beim Auflegen und Richten der Messstangen jede aus starker Reibung entspringende Verrückung der Steinpfeiler zu vermeiden, wurden die Gehäuse an einem Ende auf eine dünne Walze (w) gelegt, wodurch sie leicht zu verschieben waren. Eine kleine Verschiebung wurde immer vorgenommen,

wenn man eine Stange mehrmals nacheinander messen wollte: hierbei musste nothwendig die Summe der Ordinaten dieselbe bleiben, wenn keine Temperaturveränderung stattfand. Der Unterschied in den Längen zweier Messstangen ist selbstverständlich dem Unterschiede der für diese Stangen gefundenen Ordinatensummen gleich.

Hat man zur Vergleichung keine schon genau bestimmte Messstange von gleicher Grösse und Einrichtung wie die übrigen, so lassen sich mit dem eben beschriebenen Comparator blos die Unterschiede der einzelnen Messstangen, nicht aber ihre wahren Längen auffinden. Um diese zu erhalten, muss eine der Stangen mit einem Normalmasse verglichen werden. Da aber die Urmassstäbe anders eingerichtet und auch viel kürzer sind als die Messstangen (in der Regel wechselt ihre Länge zwischen 3 und 6 Fuss), so ist zur Vergleichung zweier so verschiedenen Massstäbe ein Comparator erforderlich, welcher das Abschieben des Urmassstabs gestattet, der je nach seiner Grösse zwei-, drei- oder viermal kleiner ist als die Messstange. Um zwischen den Endpunkten des Comparators eine passende Unterlage zu erhalten, befestigt man innerhalb der beiden Steinpfeiler p, p′ (Fig. 224)

Fig. 224.



einen starken vierkantigen Balken b aus trockenem Tannenholze in wagrechter Lage so, dass der aufgelegte Urmassstab in die Höhe der Schneiden i, i′ kommt. Auf diesem Balken zieht man zwei Linien, die der Mittellinie i i′ parallel und um die halbe Massstabbreite von ihr entfernt sind. Zwischen diesen Linien geschieht die Abschiebung des Urmassstabs mit Hilfe zweier genau geschliffenen Messingplatten in folgender Weise:

Man bringt das Urmass (m) in die gegebene Richtung, steckt zwischen dem vorderen Ende e und der Schneide i den Keil ein, schiebt die Messingplatte n an das andere Ende e′ des Urmasses, nimmt hierauf den Keil und den Massstab m weg, rückt ganz dicht die zweite Platte n′ an die erste n, legt jetzt das Urmass m an die Platte n′ an, und verfährt weiter wie vorhin, bis man an das andere Ende i′ des Comparators gelangt, wo der Raum zwischen dem Ende e′ des Normalmasses und der Schneide i′ durch den Keil gemessen wird. Es versteht sich von selbst, dass man sowohl bei der Abgleichung der Messstangen unter sich als bei der Vergleichung einer derselben mit dem Urmasse fortwährend die Temperatur der in Untersuchung befindlichen Massstäbe beobachten und jede ungleiche Erwärmung derselben vermeiden muss.

Schwerd hat eine Messstange Nr. 1 mit dem eisernen Meter-Etalon

von Lenoir, welcher sich auf dem k. topographischen Bureau in München befindet und der schon früher zur Abgleichung der Messstangen für die grossen Grundlinien zur bayerischen Landesvermessung benützt wurde, verglichen und gefunden, dass dieselbe bei einer Temperatur von 13° R. eine Länge von $4^m - 0^m,0002607$ hat. Da er die Längen der Messstangen Nr. 2 bis 5 bereits durch die Länge der ersten ausgedrückt hatte, so waren somit auch deren absolute Längen bekannt; es war nämlich bei 13° R.:

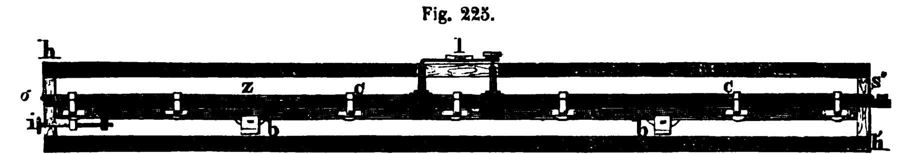
die Stange Nr. 1 = $4^m - 0^m,0002607 = 4^m - 0^m,0002607$
„ „ Nr. 2 = Nr. 1 $+ 0^m,0000582 = 4^m - 0^m,0002025$
„ „ Nr. 3 = Nr. 1 $- 0^m,0002782 = 4^m - 0^m,0005389$
„ „ Nr. 4 = Nr. 1 $- 0^m,0003616 = 4^m - 0^m,0006223$
„ „ Nr. 5 = Nr. 1 $- 0^m,0002708 = 4^m - 0^m,0005315$

und eine ganze Lage von 5 Stangen somit $= 20^m - 0^m,0021559$.

Den mittleren Fehler dieser Längenbestimmungen nimmt Schwerd nach seinen Untersuchungen hierüber zu 1,5 Milliontel jeder einzelnen Länge, d. h. für eine Messstange zu 0,006 Millimeter an. Die Ausdehnung des Eisens, aus welchem die Messstangen bestehen, wurde hierbei für 1° R und 1^m Länge gleich $0^m00001445$ gefunden.

§. 182. **Apparat von Bessel.** Dieser Apparat wurde bei der Gradmessung in Ostpreussen angewendet und ist in dem darüber erschienenen Werke von Bessel beschrieben. Er besteht aus 4 Messstangen, wovon jede aus einer Eisenschiene und einem Zinkstreifen zusammengesetzt ist. Durch die Verbindung zweier Metalle mit verschiedenem Ausdehnungsvermögen ist es nämlich möglich, die Temperatur und Ausdehnung der Messstangen genauer als durch ein Quecksilberthermometer zu messen, welches in der Regel nur die Temperatur der Luft im Gehäuse der Stangen anzeigt, während die Erfahrung lehrt, dass der Wärmegrad eines festen Körpers von dem seiner Atmosphäre sehr abweichen kann, namentlich wenn sich die Temperatur der letzteren schnell ändert. Von den folgenden Figuren 225 bis 232 ist die erste nicht bloss in kleinerem Massstabe als die übrigen

Fig. 225.



gezeichnet, sondern auch nach der Länge etwas verkürzt, um auf dem gegebenen beschränkten Raume eine vollständige Uebersicht der Anordnung einer Messstange zu gewähren.

Jede der Messstangen des Bessel'schen Basisapparats besteht zunächst aus einer Eisenschiene (e) von 2 Toisen Länge, 12 Linien Breite und 3 Linien Dicke. Auf dieser Schiene liegt ihrer ganzen Länge nach ein eben so dicker aber nur 6 Linien breiter Zinkstreifen (z). Die einander zugewendeten Flächen berühren sich möglichst gut, da sie abgehobelt sind. An

einem Ende — wir wollen es das linke nennen — ist der Zinkstreifen auf die Eisenschiene geschraubt und gelöthet; ausserdem aber haben beide keine feste Verbindung. Beide Enden des Zinkstreifens sind mit keilförmigen Stahlstücken (σ s) bewaffnet, deren Kanten den Berührungsflächen der Metallstreifen parallel sind. Auf dem rechten Ende der Eisenschiene, welche etwas über das Zinkende vorsteht, ist, wie aus Fig. 226 (wovon der obere Theil einen Aufriss, der untere einen Grundriss zweier Stangenenden vorstellt) entnommen werden kann, ein Stahlstück (s′ s″) befestigt, welches zwei aufrecht stehende Schneiden hat, von denen die eine (s′) dem bewaffneten Zinkende (s) und die andere (s″) der wagrechten Kante (σ) der nächsten Messstange sich zuwendet.

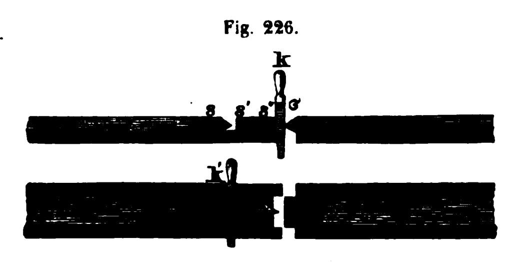


Fig. 226.

Durch einen Keil k kann man, wie bei dem Reichenbach'schen Apparate, den Abstand σ s″ zweier Messstangen, und durch einen zweiten Keil k′ die Entfernung s s′ messen, welche in einer bestimmten Beziehung zur Temperatur der Messstange steht. Jede solche Stange ist von einem hölzernen Kasten (h h) umgeben und nach Fig. 225 in sieben Punkten (c, c) unterstützt. Brächte man diese Unterstützungspunkte in den Wänden des Kastens selbst an, so würde die Messstange den Einflüssen, welche Feuchtigkeit und Wärme auf das Holz ausüben, unmittelbar ausgesetzt sein. Um dieses zu vermeiden, sind die Ruhepunkte an einer 6 Linien dicken und 14 Linien hohen Eisenschiene (a) angebracht, welche durch den ganzen Kasten geht und mit ihrer hohen Kante auf zwei an den Wänden befestigten gabelförmigen Trägern (b, b) ruht. Die Unterstützungen (c, c) bestehen (nach den Figuren 227 und 228, welche

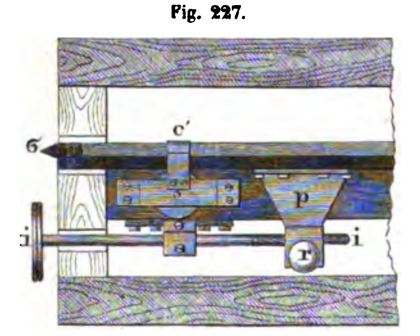


Fig. 227.

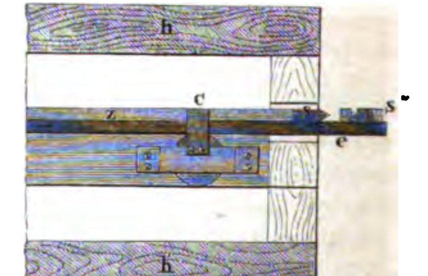


Fig. 228.

die beiden Enden einer Messstange nebst Gehäuse vorstellen, und nach Fig. 229, welche ein Schnitt durch die Stelle c′ der Fig. 227 ist) aus Rollen (ϱ, ϱ), von denen je zwei sich gegenüberstehen und eine gemeinschaftliche von der Schiene a getragene Axe haben. Die Durchmesser dieser Rollen sind

nicht ganz gleich, sondern die der mittleren um so viel grösser als die aus dem Eigengewichte entspringende Biegung der Schiene a für den Fall fordert, dass die obersten Stellen der Rollen alle in einer Ebene liegen sollen. Auf dieser Ebene ruht die Eisenschiene e, und längs ihr lässt sich die ganze Messstange (e z) mit Hilfe einer Mikrometerschraube i (Fig. 227), welche unterhalb der Rolle c' in einer Kugel geht (Fig. 229) und in dem Ansatze p ihre Mutter hat (Fig. 230), sehr leicht etwas vor- und rückwärts bewegen. Zur Verhütung einer Seitenbewegung der Messstange dient ein an den Rollen angebrachter und die Metallstreifen fast berührender Bügel (c'). Die Röhrenlibelle (l), womit die Messstange wagrecht gestellt oder ihre Neigung gegen den Horizont gemessen werden kann, ist auf die aus Fig. 231 deutlich zu entnehmende

Fig. 229. Fig. 230.

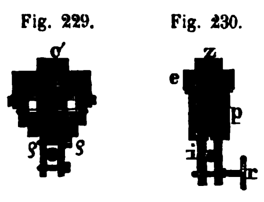
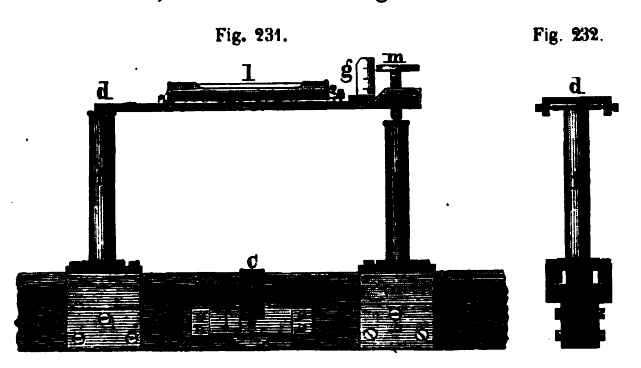


Fig. 231. Fig. 232.



Weise mit der Eisenschiene a verbunden. Durch eine Mikrometerschraube (m), deren Kopf in 50 Theile getheilt ist, kann sie um eine wagrechte Axe (d) gedreht und folglich horizontal gestellt werden. Liest man bei dieser Stellung den Stand des Schraubenkopfes m gegen die auf der Libellenunterlage befestigte Scala g ab, und weiss man, bei welchem Stande die Libellenaxe der Messstange parallel läuft, so ist der Unterschied der Ablesungen dem Neigungswinkel der Messstange proportional und es kommt, wenn man den Neigungswinkel selbst will, nur darauf an, durch Versuch zu bestimmen, welcher Höhen- oder Tiefenwinkel der Libellenaxe einem Scalatheile entspricht. Mit der Schraube m und der Scala g können an dem Bessel'schen Basisapparate Neigungswinkel der Messstangen bis zu 3 Grad gemessen werden. Was die Keile betrifft, welche zu diesem Apparate gehören, so sind dieselben aus Glas und war von ihnen bereits in §. 85 die Rede.

Die Aenderungen, welche die Wärme in der Länge einer Messstange bewirkt, werden an dem so eben beschriebenen Apparate durch den Abstand (s s') des freien Zinkends (s) von der nach innen gewandten Schneide (s') des auf der Eisenschiene e befestigten Stahlstücks (s' s'') gemessen, und

der Abstand selbst wird durch den Glaskeil k' (Fig. 226) ermittelt. Da sich das Eisen bei gleicher Temperaturänderung weniger ausdehnt als das Zink, so ist klar, dass es eine Temperatur (T^0) geben muss, bei welcher der Abstand s s' null ist, d. h. die Schneiden s und s' sich berühren, und ebenso ist klar, dass die Messstangen keiner höheren Temperatur als dieser ausgesetzt werden dürfen, wenn sich die Schneiden s und s' nicht in einander drücken und folglich beschädigen sollen. Je weiter die Temperatur unter T^0 herabsinkt, desto mehr entfernen sich die Schneiden s und s' von einander, desto grösser wird also der Abstand s s'. Heisst

- L die Länge (σ s'') der Eisenschiene (e) der Messstange bei der Temperatur T^0;
- L' die Länge (σ s) des Zinkstreifens (z) der Messstange bei derselben Temperatur T^0;
- k der Ausdehnungscoefficient des Eisens für einen Grad der Scala, nach welcher T gemessen wird;
- k' der Ausdehnungscoefficient des Zinks für denselben Grad, wofür k gilt; und ist endlich
- a der durch den Glaskeil (k') angezeigte Abstand (s s') der beiden Schneiden s und s' bei der Temperatur t^0:

so hat sich beim Sinken der Temperatur von T auf t der Eisenstreifen um die Länge k L (T — t) und der Zinkstreifen um k' L' (T — t) verkürzt. Die Verkürzung des Zinkstreifens ist, weil $k' > k$, bedeutender als die des Eisenstreifens: es geht folglich der Abstand Null der Schneiden s und s' in a über, und es ist somit

$$a = k' L' (T - t) - k L (T - t) = (T - t)(k' L' - k L) \qquad (119)$$

woraus man die Temperatur, welche die Messstange hat, nämlich

$$t = T - \frac{a}{k' L' - k L} \qquad (120)$$

findet, während die Länge der Messstange bei dieser Temperatur

$$l = L - k L (T - t) = L \left(1 - \frac{a k}{k' L' - k L}\right) \qquad (121)$$

ist. Man entnimmt hieraus, dass man die Länge l der Messstange bei irgend einer Temperatur t^0, welcher der Abstand a entspricht, ohne ein Quecksilberthermometer erhält, wenn nur die Coefficienten k und k', die Längen L und L', sowie die Ordinaten des Messkeils vorher genau bestimmt sind.

Der Comparator, dessen sich Bessel zur Abgleichung seiner Messstangen bediente, hatte folgende Einrichtung. Auf einer festen unbiegsamen Holzunterlage, welche einige Fuss länger war als die abzugleichenden Messstangen und die eine unveränderliche wagrechte Lage hatte, wurden in einer Entfernung, welche die Länge einer Stange etwas übertraf, zwei kleine Metallgestelle, wie Fig. 233 eines zeigt, mit ihren Grundplatten (p) in der Art festgeschraubt, dass die auf den oberen Platten (p') befindlichen Stahlstücke (r) nach aussen und die abgerundeten Endflächen der polirten Stahlcylinder (c), welche sich in einer hohlen Bahn auf den Platten p', p' ver-

schieben lassen, nach innen standen. Die Axen dieser Cylinder oder ihrer Bahn mussten hierbei in die gerade Linie gebracht werden, welche auf den Schneiden d, d der Stahlstücke r, r senkrecht stand und durch ihre Mittelpunkte ging. Die lothrechten Schneiden der Cylinder c, c standen den wagrechten der Stahlstücke r, r gegenüber, und es konnte ihr Abstand von einander durch Messkeile (k_1, k_2) bestimmt werden. Zwischen die kugelförmigen Endflächen der Cylinder c, c wurde die Messstange (m) so gelegt, dass ihre Axe mit jener der Cylinder zusammenfiel und folglich die Mitten der Kanten σ und s'' die Mittelpunkte der Kugelflächen der Cylinder berührten, wenn man diese gegen die Stange so schob, wie Fig. 234 zeigt.

Fig. 233.

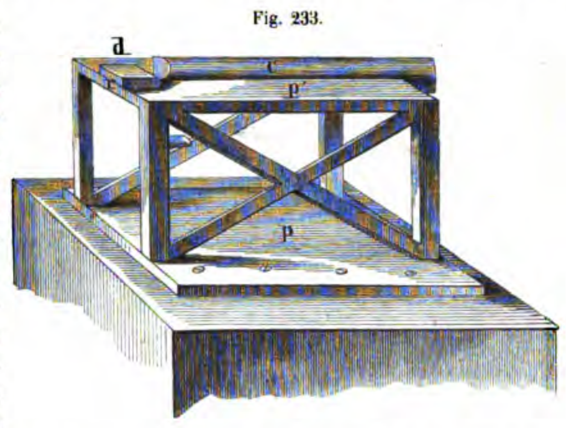
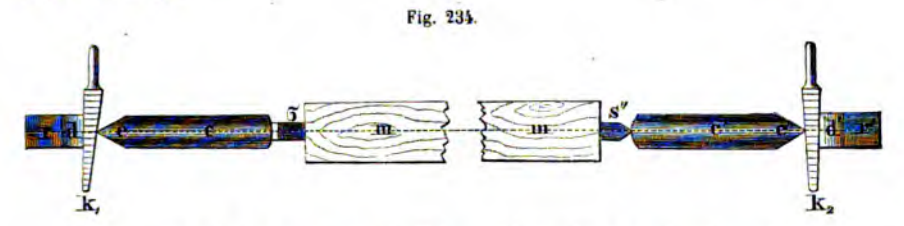


Fig. 234.



Nennt man A den unveränderlichen Abstand der Schneiden d, d' von einander; e, e' die Längen der Cylinder c, c'; u', v' die Dicken der eingeschobenen Keile an der Berührungsstelle, und l' die Länge der Messstange m bei dieser Vergleichung: so ist offenbar

$$A = l' + e + e' + u' + v'.$$

Für eine zweite Messstange von der Länge l'' hat man, wenn u'', v'' die Keildicken vorstellen:

$$A = l'' + e + e' + u'' + v''$$

und hieraus den Längenunterschied der beiden Stangen

$$l' - l'' = (u'' + v'') - (u' + v') \qquad (122)$$

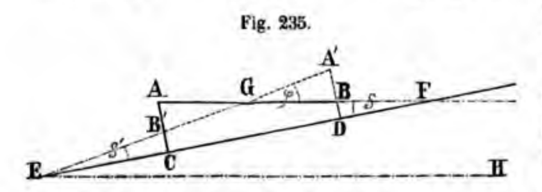
gleich der Differenz der Ordinatensummen wie bei dem Schwerd'schen Comparator. Es lassen sich also die Stangen leicht unter sich vergleichen, wenn die Keile genau bestimmt sind; aber ihre absolute Länge erfordert eine Vergleichung mit dem Normalmasse. Bessel hatte hierzu eine Toise, welche, da die Messstangen zwei Toisen lang waren, einmal abgeschoben werden

musste. Dieses Abschieben kann in derselben Weise wie das des Meters, den Schwerd zur Abgleichung seiner Messstangen benützte (Seite 308), geschehen: die Figur 234 gibt davon einen Begriff, wenn man sich statt der Messstange m zweimal die Normaltoise gesetzt denkt. Bessel's Verfahren wich zwar in der Ausführung von dem Schwerd'schen etwas ab, dem Wesen nach aber war es von diesem nicht verschieden. Wir werden es daher nicht weiter beschreiben, sondern sofort die Resultate anführen, welche nach oft wiederholten und mit den vorausgegangenen Abgleichungen verbundenen Versuchen und Rechnungen daraus hervorgingen. Bezeichnen nämlich a_1, a_2, a_3, a_4 die durch die Keile gemessenen und in Duodecimallinien ausgedrückten Abstände der Schneiden s und s' auf den Messstangen Nr. 1 bis Nr. 4, so ist die

Länge der Stange Nr. 1 $= 1728{,}8152 - 0{,}54033\, a_1$ Linien;
" " " Nr. 2 $= 1729{,}5153 - 0{,}55976\, a_2$ "
" " " Nr. 3 $= 1729{,}0454 - 0{,}57575\, a_3$ "
" " " Nr. 4 $= 1729{,}0909 - 0{,}58103\, a_4$ "

Schliesslich ist noch anzuführen, wie die Ablesung w an der Scala g gefunden wird, welche der parallelen Lage der Libellen- und Massstabaxe entspricht, und wie gross der Neigungswinkel p ist, um den die Libellenaxe bei einer ganzen Umdrehung der Schraube ihre Lage ändert. Stellt in Fig. 235 die Linie EF die Axe der Messstange, welche auf dem Comparator in die Axe der verschiebbaren Cylinder gebracht ist, und AB die Libellenaxe vor, welche soeben wagrecht gestellt wurde, so wird an der Scala g und der Schraube m eine Ablesung n' gemacht werden. Setzt man hierauf die Messstange mit der Libelle um, so behält die Axe der Stange ihre Lage EF bei, die Libellenaxe aber kommt in die Richtung A'B'. Wird nun die Libelle wieder zum Einspielen gebracht und der neue Stand n" der Schraube abgelesen, so ist die Differenz der Umdrehungen n" — n' dem Neigungswinkel φ, um welchen in dem letzten Falle die Libellenaxe gegen den Horizont geneigt war, proportional. Dieser Winkel ist aber doppelt so gross als ihr Neigungswinkel δ gegen die Massstabaxe; daher hat man die Ablesung, welche der parallelen Lage der Libellenaxe entspricht,

Fig. 235.



$$w = n'' - \tfrac{1}{2}(n'' - n') = \tfrac{1}{2}(n' + n'') \qquad (123)$$

gleich dem arithmetischen Mittel aus den beiden Ablesungen an der Scala vor und nach dem Umsetzen der Stange und bei wagrechter Lage der Libellenaxe. Will man den kleinen Winkel p kennen, welcher einer ganzen Umdrehung der Schraube entspricht, so braucht man nur, nachdem die Ablesung w bestimmt ist, den Neigungswinkel FEH der Mess-

stange E F gegen den Horizont zu messen und zu bedenken, dass dieser Winkel $^1/_2\,\varphi$ und

$$\varphi = p\,(n'' - n'),\ \text{also}\ p = \frac{\varphi}{n'' - n'} \qquad (124)$$

ist. Wäre zufällig E F wagrecht, folglich δ und φ null, so müsste man, um p zu finden, die Messstange um einen gewissen Winkel $\delta = {}^1/_2\,\varphi$ erheben, die Libelle zum Einspielen bringen und den Stand der Schraube ablesen. Heisst diese Ablesung w' und die bereits bekannte Ablesung für die Normallage der Libelle w, so ist offenbar

$$\delta = p\,(w - w')\ \text{und}\ p = \frac{\delta}{w - w'}. \qquad (125)$$

Der Gebrauch der Messstangen zur Bestimmung der Länge der Grundlinie eines Dreiecksnetzes (zur Basismessung) kann füglich erst im zweiten Bande näher beschrieben werden.

Messlatten.

§. 183. Die Forderungen, welche man an eine Messlatte stellt, sind weniger streng als die an eine Messstange gestellten: man begnügt sich mit einer Genauigkeit dieser Latten von 1 auf 10,000 und vernachlässigt daher alle Einflüsse, welche geringere Fehler als die eben angegebenen erzeugen: es bleibt desshalb die Ausdehnung der Latten unberücksichtigt und die Abgleichung derselben unter sich und mit dem Urmasse wird nicht bis auf den höchsten Grad der Genauigkeit getrieben. Dagegen muss den schädlichen Einflüssen der Feuchtigkeit durch eine gute Auswahl und Behandlung des zu den Latten verwendeten Holzes vorgebeugt werden. In der Regel schneidet man die Latten aus jahrelang getrockneten Brettern von Tannen, welche in gutem trockenem Boden gewachsen sind, in einer Länge von 4 bis 5 Meter, einer Breite von 5 bis 6 Centimeter und einer Dicke von 2 bis 3 Centimeter. Diese Holzstäbe werden vierkantig zugehobelt, in Oel getränkt und an den Enden mit Eisen oder Messing beschlagen und schliesslich zwei oder dreimal mit Oelfarbe angestrichen. Die Beschläge sind senkrecht auf die Axe der Messlatte so genau als möglich abgefeilt. Der Comparator, welcher zur Abgleichung dient, ist ein wagrecht liegender starker Balken von Tannenholz, an dessen einem Ende ein senkrechter Stift steht, an den man sowohl die Messlatte als das Normalmass genau anlegen kann, und an dessen anderem Ende ein Messingplättchen in die Oberfläche so eingesetzt ist, dass seine Mitte ungefähr um die Länge einer Latte, welche ein Vielfaches des Urmasses ist, vom Stifte entfernt liegt. Auf der Mittellinie, welche vom Stifte aus über dieses Plättchen gezogen wird, bemerkt man die zwei-, drei- oder vierfache Länge des mit Hilfe von zwei starken ebenen Platten in der Richtung dieser Linie (nach §. 181) abgeschobenen Normalmasses durch einen feinen Strich, den man quer über die Mittellinie macht. Hierauf legt man die Messlatten nach und nach auf den Comparator und bezeichnet ihre Längen ebenfalls durch feine Striche auf dem genannten

Messingplättchen. Die Abstände dieser Striche von dem, welcher dem Normalmasse angehört, werden durch Stangenzirkel, die mit Mikrometerschrauben versehen sind, gemessen und als Reductionsgrössen jeder Lattenlänge beigefügt. Mit dieser Abgleichung darf man sich aber noch nicht begnügen, weil die Erfahrung lehrt, dass die Summe der Längen, welche man für die einzelnen Latten gefunden hat, nicht der Länge gleich ist, welche man erhält, wenn alle Latten genau aneinander gefügt sind, wie es bei ihrem Gebrauche geschieht. Dieser Unterschied rührt offenbar davon her, dass sich die Endflächen nicht so vollständig berühren, wie es sein sollte, oder dass sie nicht ganz genau auf der Axe senkrecht stehen. Man muss desshalb den Comparator so weit verlängern, dass man alle Messlatten in der Reihenfolge ihrer Nummern an einander fügen und ihre Gesammtlänge direct messen kann, was wie vorhin durch Abschieben des Normalmasses, Bezeichnen der Längen durch feine Striche auf einem Messingplättchen und Abmessen der Entfernungen dieser Striche durch Stangenzirkel geschieht. Die Länge, welche man auf diesem Wege erhält, wird bei Längenmessungen für jede ganze Lage des Lattenapparats in Rechnung gebracht, während die Länge der einzelnen Latte nur dann einzusetzen ist, wenn die ganze Lage nicht hergestellt werden konnte, wie es z. B. am Ende einer Linie der Fall ist.

Statt der eben beschriebenen Messlatten von rechteckigem Querschnitte kann man auch runde von 5^{m} Länge und 4 bis 5^{cm} mittlerer Dicke (der Stab verjüngt sich von der Mitte aus gegen die Enden hin ein wenig) anwenden, wie es an der Münchener polytechnischen Schule geschieht. Diese Messlatten sind wie die vorigen beschlagen, angestrichen und beziffert, und werden wie jene abgeglichen. Zum Zwecke des Transports werden sie mit ihren Enden in lederne Köcher gesteckt, die durch einen Riemen zusammengehalten sind.

Der Verfasser dieses Buchs hat für die polytechnische Schule in München Messlatten anfertigen lassen, welche auf dem Princip der in §. 181 beschriebenen Messstangen beruhen und folgende Einrichtung haben. Jede Latte ist sehr nahe 3 Meter lang und hat den in Fig. 236 in Viertelsgrösse

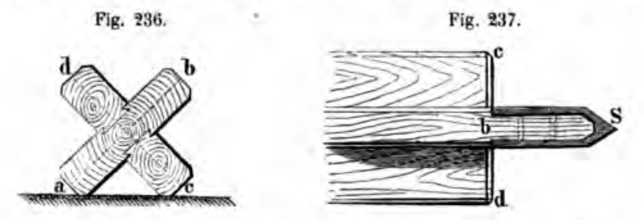


Fig. 236. Fig. 237.

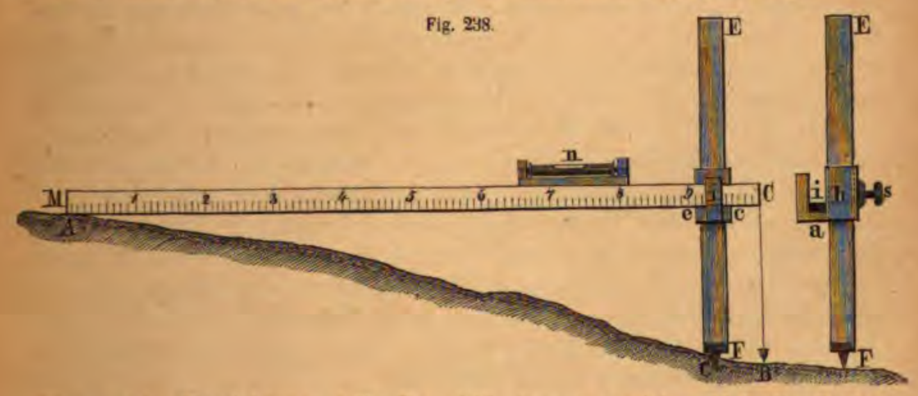
gezeichneten Querschnitt. Der eine Theil a b ist eine ganze Latte, während der andere c d aus zwei Stücken zusammengesetzt ist; b ist etwas länger als c und an den Enden mit Stahlkanten (s), welche in der Ebene a b liegen, versehen, während c d stumpf abgeschnitten ist, wie Fig. 237 zeigt.

Diese Messlatten werden bei dem Gebrauche nicht wie die vorhergehenden an einander gestossen, sondern wie die Messstangen einander nur sehr nahe gebracht, worauf man ihren Abstand durch den Messkeil bestimmt. Dabei versteht sich von selbst, dass, wenn die Stahlkanten der einen Latte in der Richtung a b liegen, die der anderen die Richtung c d haben müssen, damit man den Keil gehörig einschieben und ablesen kann. Hat man aber die Absicht, diesen Keil gar nicht anzuwenden, was wohl auch in den wenigsten Fällen nöthig ist, so lässt man die Stahlkanten weniger scharf machen, damit sie bei der Berührung keine Eindrücke erleiden. Der Comparator zur Abgleichung dieser Messlatten war eben so wie der auf Seite 307 beschriebene eingerichtet.

Messstäbe.

§. 184. **Der Ruthenstab.** Wenn es sich nur um kleinere Aufnahmen handelt, welche nicht auf ein Dreiecksnetz gegründet zu werden brauchen, oder wenn überhaupt Längenmessungen zu machen sind, welche keine grössere Genauigkeit als 1 auf 2000 fordern, so bedient man sich der Messstäbe, welche sich von den Messlatten dadurch unterscheiden, dass sie erstens nicht so genau abgeglichen sind wie diese, und dass sie zweitens zwischen ihren Endflächen eingetheilt sind, was bei den Messlatten nicht der Fall ist. Die Ruthenstäbe sind eine Ruthe lang, ungefähr $2\frac{1}{2}$ Zoll breit, $\frac{3}{4}$ Zoll dick, an den Enden beschlagen und ihrer ganzen Länge nach in Fusse und Zolle abgetheilt. Ihre Seitenflächen müssen genau eben und parallel, die Endflächen darauf senkrecht sein. Will man einen Ruthenstab zu Längenmessungen auf sehr abschüssigem Boden gebrauchen, so muss er mit einer Vorrichtung verbunden werden, welche erstens den Stab wagrecht zu legen und zweitens seinen erhobenen Endpunkt lothrecht zu projiciren gestattet.

Fig. 238.



Eine solche Vorrichtung stellt Fig. 238 dar, in welcher M C die Ruthe, B C einen Senkel mit dünnem Faden, n eine Wasserwage[1] und E einen

[1] Statt der Libelle kann man selbstverständlich auch eine Setzwage anwenden, um den Ruthenstab wagrecht zu legen.

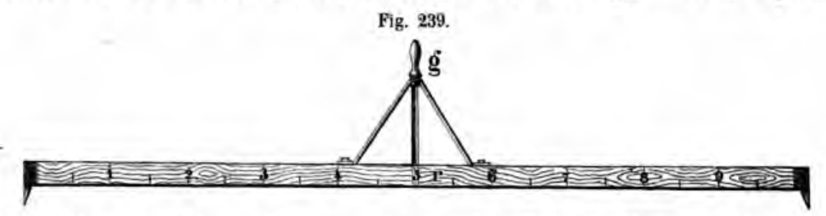
Stab bezeichnet, an dem sich eine Hülse h verschieben und mit einer Bremsschraube s feststellen lässt. Diese Hülse hat nach vorne einen Ausschnitt (a), in welchem die Ruthe auf einer horizontalen zur Axe des Stabs E F senkrechten Schneide i ruht. Verschiebt man die Hülse so weit, bis die Wasserwage einspielt, so liegt der Stab M C wagrecht und der Senkel bezeichnet den Punkt B, welcher von A gerade um eine Ruthe in wagrechter Richtung entfernt ist. Im weiteren Verfolge der Messung ist selbstverständlich der Punkt M des Messstabs an B zu legen und wie eben angedeutet zu verfahren. Den Stab E kann man auf seiner Rückseite in der Art eintheilen, dass ein mit der Hülse verbundener Zeiger die Höhen F i angibt. Es ist klar, dass man mit dieser Einrichtung den Durchschnitt der Bodenoberfläche durch eine Verticalebene d. i. ein Profil derselben aufnehmen kann, indem man für die wagrechte Abscisse A, die man auf M C abliest, sofort die lothrechte Ordinate F i durch den Zeiger auf E F erhält, wenn dieser letztere Stab vertical und so tief im Boden steht, dass der Punkt F die Oberfläche berührt. Um den Stab E lothrecht zu stellen genügt es, ihn, wenn die Ruthe wagrecht ist, so zu verrücken, dass eine in der Höhe von i an der einen Seitenwand des Ausschnitts a gezogene horizontale Linie e c durch die untere Kante des Ruthenstabs gedeckt wird; denn da e c senkrecht zu E F steht, so muss auch E F lothrecht sein, sobald e c wagrecht ist. Will man sich überzeugen, ob die Linie e c zur Axe des Stabs E senkrecht steht, so braucht man nur diesem Stabe mit Hilfe des Senkels eine lothrechte Stellung zu geben und zuzusehen, ob eine an die Linie e c gelegte berichtigte Libelle oder Setzwage einspielt.

§. 185. **Der Lachterstab.** Die Markscheider nennen ihren Messstab für den gewöhnlichen Gebrauch einen Lachterstab, weil er die Länge einer Lachter hat. Sein Querschnitt ist ein Rechteck von etwa einem Zoll Breite und 8 bis 10 Linien Höhe. Er wird aus ganz trockenem hartem Holze gemacht und an den Enden mit Messing- oder Kupferplättchen beschlagen, deren Seitenflügel in das Holz versenkt sind. Die Eintheilung des Stabs geschieht meist nach dem Decimalsystem: 1 Lachter in 10 Lachterzehntel, 1 Zehntel in 10 Zolle und 1 Zoll in 10 Primen; ausserdem ist die Eintheilung der Lachter in Achtel, des Achtels in 10 Zolle und des Zolls in 10 Primen gebräuchlich. Auf dem Lachterstabe wird indess die Theilung nicht weiter als bis zu den Zollen fortgesetzt. Kleinere Unterabtheilungen enthalten die Achtels- oder Zehntelsstäbe, welche neben den Lachterstäben gebraucht werden. Ungefähr wie die Lachterstäbe sind die Messstäbe beschaffen, welche eine halbe Ruthe oder eine Klafter lang sind und welche man zum Abmessen der Ordinaten bei der Aufnahme oder der Absteckung krummer Linien gebraucht.

§. 186. **Der Feldzirkel.** Sind für flüchtige Aufnahmen Längen zu messen, so kann man sich der in Fig. 239 dargestellten Drehlatte oder des Feldzirkels bedienen. Dieses Werkzeug besteht aus einer Latte, an welcher sich in dem Abstande von einer Ruthe zwei senkrechte Spitzen

von Eisen befinden, welche mit Hilfe des Griffs (g), der in der Mitte der Latte befestigt ist, auf dem Felde in derselben Weise gebraucht werden, wie beim Zeichnen der Zirkel zum Abmessen von Längen. Da die Spitzen

Fig. 239.



ihren Abstand ändern können, so muss derselbe von Zeit zu Zeit durch einen Ruthenstab geprüft und nöthigenfalls berichtigt werden. Die Genauigkeit dieses Instruments ist begreiflicherweise eine viel geringere als die der Ruthen- und Lachterstäbe; man darf sie auf höchstens 1 : 400 anschlagen.

2. Messketten.

§. 187. Das genaue Auflegen der Messstäbe zum Zwecke der mechanischen Ausmittelung der Länge einer geraden Linie ist mühsam und erfordert immer einen beträchtlichen Zeitaufwand; in vielen technischen Fällen aber und in allen, wo es sich nur um Sicherung des Grundbesitzes handelt, steht dieser Aufwand von Zeit und Mühe mit den mässigen Anforderungen des practischen Bedürfnisses nicht im Einklange: man bedient sich daher hier, wo die Genauigkeit der Längenmessung zwischen 1 auf 500 und 1 auf 1000 schwanken darf, der in ihrer Anwendung sehr einfachen und bequemen Messketten, welche im Grunde nichts Anderes als zusammenlegbare Massstäbe sind. Der practische Geometer hat zu Feldmessungen eine Kette aus Eisen- oder Stahldraht, der Markscheider aber muss in der Grube, wenn er die Bussole bei sich hat, alle Werkzeuge vermeiden, welche dieses Metall an sich tragen: seine Kette besteht desshalb aus Messingdraht. Da sie auch eine andere Eintheilung und Einrichtung hat als die erstere, welche wir die Feldkette nennen wollen, so unterscheidet man sie von dieser durch die Bezeichnung Lachterkette. Ausser diesen eigentlichen Ketten werden in gewissen Fällen, wo sie gute Dienste thun und durch Metallketten gar nicht ersetzt werden können, auch Messschnüre und Messbänder angewendet; es wird desshalb nicht ungeeignet erscheinen, über dieselben in diesem Capitel einige Bemerkungen zu machen.

Die Feldkette.

§. 188. **Beschreibung.** Die Feldkette ist in Deutschland zur Zeit noch[1] 5 Ruthen oder 50 Fuss, in Oesterreich 10 Klafter oder 60 Fuss, in Frank-

[1] Die alten Feldmasse werden eben erst abgeschafft, und man wird dann Ketten von 10, 15, 20m Länge haben. Daher ist in dieser Auflage hier noch Fussmass angewendet.

reich 10 oder 20 Meter und in England 22 Yards oder 66 Fuss lang. Sie besteht aus Gliedern von Eisen- oder Stahldraht, welche eine Linie dick und von Mitte zu Mitte der sie verbindenden kleinen Ringe (r) in Deutschland einen Fuss, in Frankreich 0,2 Meter und in England 0,66 Fuss lang sind. Jedes fünfte oder zehnte Glied ist durch ein besonders geformtes und mit einer

Fig. 240.



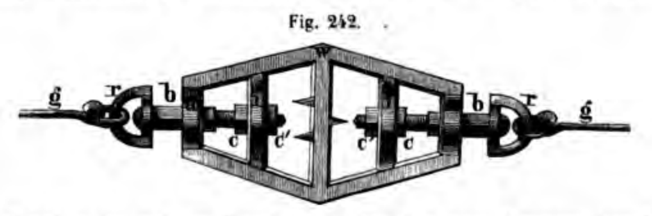
Zahl versehenes Eisenplättchen (e) kenntlich gemacht, um die Uebersicht der Längen, welche kürzer als eine Kette sind, zu erleichtern. An den Enden der Kette befinden sich anderthalb Zoll weite Ringe (R), durch welche zwei mit spitzen Schuhen beschlagene Kettenstäbe aus Tannen- oder Eschenholz gesteckt werden, um die Kette in der abzumessenden Richtung auszuspannen. Die Schuhe haben einen Ansatz, um das Abrutschen der Ringe zu verhindern. Da die Länge der Messkette sich sehr leicht ändert, indem entweder die Verbindungsringe oder die Oehren der Glieder sich ausdehnen, oder letztere sich biegen, so werden an den meisten Feldketten Vorrichtungen zur Herstellung ihrer wahren Länge angebracht. Fig. 241 stellt

Fig. 241.



die Vorrichtung dar, welche man an den Messketten von Ertel findet. Das erste oder letzte Glied besteht nämlich aus zwei Theilen (g, g'), von denen der eine (g') zwei feste Ansätze (m, n) enthält, der andere aber in ein Schraubengewinde ausläuft, dessen Mutter der zweite Ansatz (n) ist. Der erste Ansatz (m) ist durchbohrt und dient zur Führung der Schraube, welche sich um einen Wirbel (w) drehen kann. Durch dieses Glied kann man auf leichte Art die ganze Kettenlänge, aber nicht einzelne Abtheilungen derselben, berichtigen. Soll Dieses geschehen, so muss man von Ruthe zu Ruthe eine Vorrichtung anbringen, welche der in Fig. 242 gezeichneten

Fig. 242.



und von Berlin im achten Bande des Archivs von Grunert beschriebenen gleich oder ähnlich ist. Ein Wirbel (w) wird nämlich mit den anstossenden Gliedern (g) durch einen Halbring (r) und einen vierkantigen Bolzen (b),

der in dem scheibenförmigen Ende (a) des Wirbels verschiebbar ist, so verbunden, dass er nach Lösung der Schraubenmuttern (c, c′), welche sich am Ende des Bolzens (b) befinden, durch einfache Umdrehung mit der Hand den anstossenden Gliedern genähert oder von ihnen entfernt werden kann. Hat man auf diese Weise jeder Ruthe ihre gehörige Länge gegeben, so stellt man die Schraubenmuttern c, c′ an dem Ansatze i wieder fest und die Kette ist berichtigt. Wenn jede Abtheilung von 10 Fuss Länge verbessert werden soll, so hat eine Kette von 50 Fuss Länge 4 solche Wirbel nöthig; da indessen die eben beschriebene Vorrichtung doch schon zusammengesetzter ist, als sie die meisten Feldmesser wünschen werden, so dürfte es nach unserer Meinung auch genügen, wenn man sie nur einmal in der Mitte oder höchstens zweimal in Abständen von 15 Fuss von den Enden anwendet.

Zur Feldkette gehört noch eine entsprechende Anzahl kleiner Stäbchen, welche zum Bezeichnen der Stellen dienen, an denen bei der Abmessung einer Linie der vordere Kettenstab eingesteckt war und wohin der hintere Stab zu stellen ist. Man verfertigt sie am besten aus Stahldraht von einer Linie Dicke und macht sie ungefähr einen Fuss lang; unten sind sie zugespitzt und oben haben sie ein Oehr, um sich an dem Haken eines Ledergürtels aufhängen zu lassen, womit jeder der zwei Messgehilfen versehen ist. Diese Stahlstäbchen nennt man Kettennägel (Zähler, Markirstäbchen). Es gehören deren zu jeder Messkette 10 Stück und es ist folglich nach ihrer gänzlichen Verwendung durch den vorderen Kettenzieher eine Länge von 500 Fuss abgemessen, wenn die Kette 50 Fuss lang ist. Der hintere Kettenzieher muss die 10 Stäbchen nach und nach an seinen Gürtel aufgenommen haben, die er nun wohlgezählt an den Vordermann wieder abgibt.

§. 189. **Gebrauch.** Es sei die zu messende Linie durch 2 Signale A und B bezeichnet, und es geschehe die Messung von A nach B. Der Hintermann steckt einen Kettenstab in A fest und richtet, indem er über diesen Stab weg nach B sieht, den Stab des Vordermanns ein. Hierauf spannt dieser die Kette in der Art an, dass er sie mittels des Kettenstabs ein wenig erhebt und über die Stelle, wo der Stab eben steckte, wegzieht. Dadurch bekommt der vordere Kettenstab einen neuen Standpunkt, der etwas vor dem ersten liegt. In das neue Loch wird der erste Kettennagel gesteckt, nachdem der Hintermann abgerufen wurde. Sobald dieser sich dem Kettennagel genähert hat, lässt er den Vordermann Halt machen, hängt den Nagel an und steckt den Kettenstab an dessen Stelle. Nun folgt wieder das Einrichten des Vordermanns, das Anspannen der Kette, das Einstecken eines Kettennagels, das Abrufen und Weitergehen wie vorhin. In der zweiten Hälfte der Linie A B richtet der Vordermann seinen Stab selbst ein, indem er ihn mit dem Signal A und dem hinteren Kettenstabe in eine Verticalebene bringt; das übrige Verfahren aber bleibt sich gleich. Hat der Vordermann das Ende B der Linie A B erreicht und trifft sein Stab nicht zufällig auf dieses Ende, so geht er darüber hinaus und steckt den

Kettenstab in der verlängerten Richtung fest, worauf der Messende die Länge vom Hinterstabe bis zum Signal B an der Kette abnimmt und zu den ganzen Kettenzügen addirt.

Ist die Breite eines Hohlwegs, eines Bachs oder sonst einer Vertiefung des Bodens, worüber die Kette noch reicht, zu bestimmen, so wirft man letztere, das eine Ende festhaltend, von einem Rande zum anderen, spannt sie in der vorgeschriebenen Richtung an und zählt an den betreffenden Gliedern die Breite ab, wobei wie vorhin die Zolle geschätzt werden. Geht die zu messende Linie A B über einen Fluss oder eine Schlucht von mehr als einer Kettenlänge Breite, so wird an dem einen Ufer die Kettenmessung unterbrochen und von dem anderen aus wieder fortgesetzt. Die ausgelassene Strecke wird durch zwei Pfähle bezeichnet, deren Entfernung später durch eine mittelbare Messung bestimmt wird. Auf abschüssigem Boden soll der tiefer stehende Messgehilfe die Kette so hoch erheben, dass sie nahezu wagrecht wird, wenn sie angespannt ist. Dabei muss er aber seinen Stab lothrecht halten, ihn also weder auf sich zuziehen, noch von sich abziehen lassen. Fällt die Bodenoberfläche so stark ab, dass das untere Kettenende nicht mehr genug erhoben werden kann, so muss statt der Kette ein Ruthenstab nach Fig. 238 zur Längenmessung angewendet werden. Ist die abzumessende Linie A B sehr lang, so ist es zweckmässig und sogar nöthig, sie durch Absteckstäbe in kleinere Theile zu theilen, weil sonst die Kettenstäbe nicht richtig einvisirt werden. An diesen Absteckstäben misst man vorbei, ohne ihren Abstand von einander oder von A und B zu bestimmen. Für die Prüfung der Messung ist es aber gut, wenn man nach den ersten 10 Kettenzügen den ersten Stab herausnimmt und an das Ende des zehnten Zugs, also in einer Entfernung von 500 Fuss von A aufstellt. Ebenso kann man mit dem zweiten und dritten Stabe verfahren, wobei beziehlich der erste und zweite an die Stelle von A treten.

§. 190. **Genauigkeit.** Die Längenbestimmungen mit der Messkette können unrichtig werden:

1) wenn die Kette nicht gehörig untersucht und berichtigt ist;

2) wenn sie fehlerhaft gebraucht wird, und

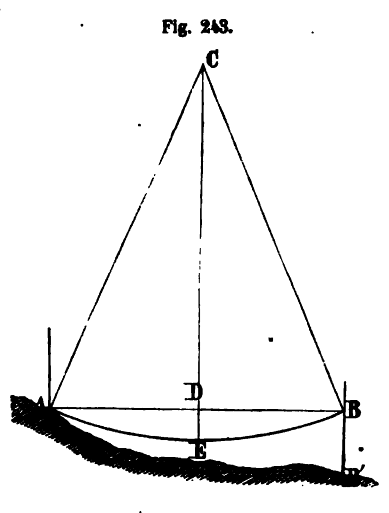
3) wenn der Boden kein sicheres Einstecken der Kettenstäbe gestattet.

Zu 1. Die Messkette wird schon nach dem Gebrauche von zwei bis drei Tagen länger, wesshalb sie häufig zu untersuchen ist. Man wählt dazu einen ebenen festen Boden, spannt darauf die Kette vollständig aus und misst längs derselben von der Spitze des einen Kettenstabs aus mit einem Ruthenstabe 5 Ruthen genau ab. Ist die Kette mit der Berlin'schen Vorrichtung versehen, so kann man jede Ruthe verbessern, ausserdem nur die ganze Kette. Es kann kommen, dass bei häufigem Gebrauche der Kette die in §. 188 beschriebenen Wirbel unwirksam werden, wenn die Bolzen b, b an das Mittelstück des Wirbels anstossen: in solchen Fällen müssen die Oehren und Kettenringe, welche zu sehr ausgedehnt sind, durch einen Schmied oder Schlosser wieder kreisförmig gemacht werden.

Zu 2. Als einen fehlerhaften Gebrauch der Messkette sehen wir an:
a) das Messen auf abschüssigem Boden ohne Rücksicht auf dessen Neigung;
b) die Einsenkung der Kette, wenn sie in der Mitte mehr als ein Procent der Kettenlänge beträgt;
c) das Einstellen des vorderen Kettenstabs ausserhalb der Verticalebene, welche die gerade Linie bezeichnet;
d) das Einstecken des hinteren Kettenstabs an einer anderen Stelle als der, welche der vordere Stab einnahm und der Kettennagel bezeichnete;
e) die schiefe Stellung des Kettenstabs, an welchem auf geneigtem Boden die Kette erhoben wird; endlich
f) das schlaffe Anspannen der auf dem Boden liegenden Kette und das Vorrücken des hinteren Stabs beim Anziehen derselben.

Der Einfluss der hier aufgeführten Fehlerquellen auf das Ergebniss einer Kettenmessung lässt sich durch Rechnung bestimmen, wenn man die Grösse der vorgekommenen Abweichungen kennt; es ist jedoch diese Bestimmung in fast allen Fällen so einfach, dass wir sie hier mit Ausnahme des zweiten Falls übergehen zu dürfen glauben.

Fig. 243.



Wenn aber eine Messkette von der Länge l bei erhobenem unterem Ende in der Mitte um die Grösse p eingesunken ist, so besteht der Fehler, welchen man in diesem Falle begeht, darin, dass man den Bogen für seine Sehne nimmt und folglich die Entfernung der Kettenstäbe um den Unterschied zwischen Sehne und Bogen zu gross erhält. Nennt man den Fehler f und die (wagrecht gedachte) Sehne A B der als Kreisbogen anzusehenden Kette s, so ist zunächst $f = l - s$ und es kommt nun darauf an, diesen Unterschied durch l und p auszudrücken. Zu dem Ende sei r der Krümmungshalbmesser des Bogens A E B und φ der Winkel A C B im Bogenmass, d. h. $r\varphi = l$. Da $s = 2r \sin {}^1/_2 \varphi$ und nach der Sinusreihe genau genug

$$\sin \frac{1}{2}\varphi = \frac{1}{2}\varphi - \frac{1}{48}\varphi^3 = \frac{l}{2r} - \frac{l^3}{48 r^3}$$

ist, so wird, wenn man substituirt, der Fehler

$$f = l - 2r \sin \frac{1}{2}\varphi = \frac{l^3}{24 r^2}.$$

Nun ist aber $p = r - r\cos {}^1/_2 \varphi = r(1 - \cos {}^1/_2 \varphi)$ und ebenfalls genau genug

$$\cos \frac{1}{2}\varphi = 1 - \frac{1}{8}\varphi^2 = 1 - \frac{l^2}{8 r^2}$$

daher auch $8 r p = l^2$, und wenn man hieraus r sucht und in den letzten Ausdruck für f setzt:

$$f = \frac{8 p^2}{3 l}. \qquad (126)$$

Der Fehler wächst sonach mit dem Quadrat der Einsenkung, während er mit der Kettenlänge abnimmt. Würde $p = 1',25$ betragen, so wäre für $l = 50'$ der Fehler $f = 1$ Duodecimalzoll und folglich $= {}^1/_{600}$ der Kettenlänge. Ist dagegen, wie wir unter (b) als noch zulässig angenommen haben, $p = 0',5$ = einem Procent der Kettenlänge von 50 Fuss, so wird $f = {}^4/_3$ Decimallinien oder $= {}^1/_{3750}$ der Kettenlänge, also noch viermal kleiner als die durch Kettenmessungen erreichbare Genauigkeit. Man braucht folglich die Kette nicht übermässig zu spannen, um den Einfluss der Senkung unmerklich zu machen.

Zu 3. Der Boden gestattet kein sicheres Einstecken der Kettenstäbe, wenn er zu hart oder felsig und wenn er zu weich ist; hierdurch entstehen aber oft sehr bedeutende Fehler, und darum ist auch die Ungenauigkeit der Kettenmessungen auf sumpfigem und felsigem Boden am grössten. Ueber die Genauigkeit dieser Messungen können nur Vergleichungen derselben mit Längenbestimmungen entscheiden, welche als fast fehlerfrei zu betrachten sind, nämlich mit Basismessungen und den daraus abgeleiteten Längen von Dreieckseiten. Solche Vergleichungen lehren aber, dass die Genauigkeit der Kettenmessung auf ebenem festen Boden gleich 1 : 1000, auf Fels- und Sumpfboden gleich 1 : 500, und auf gemischtem Terrain gleich 1 : 700 gesetzt werden darf; man wird also, wenn man sonst vorsichtig arbeitet, unter den hier angegebenen Verhältnissen auf 1000 Fuss Länge beziehungsweise einen, zwei oder anderthalb Fuss fehlen.

Die Lachterkette.

§. 191. Diese Kette unterscheidet sich von der Feldkette durch ihr Material und ihre Einrichtung. Sie hat in der Regel eine Länge von 5 Lachter und folglich von 10 Meter da, wo die Lachter 2 Meter beträgt. Jede Lachter besteht aus 10 messingnen Gliedern (Lachterzehnteln) und es ist eine von der anderen durch ein Messingplättchen getrennt, während die Glieder unter sich wie bei der Feldkette durch Ringe und Oehren verbunden sind. Die erste und letzte Lachter zählen bis in die Mitte der an den Kettenenden befindlichen und zum Ausziehen und Anspannen dienenden Handringe, welche hier unentbehrlich sind, da man in Bergwerken mit Kettenstäben nicht arbeiten kann. Vorrichtungen zur Berichtigung erhalten die Lachterketten in der Regel nicht; wo sie aber damit versehen sind, weichen sie von den in §. 188 beschriebenen Einrichtungen nicht wesentlich ab. Die Prüfung der Lachterkette geschieht wie bei der Feldkette, und hinsichtlich ihres Gebrauchs ist Folgendes zu bemerken. Die gerade Linie, welche in Gruben durch die Lachterkette auszumessen ist, wird durch eine angespannte

Schnur bezeichnet, welche man auf die erforderliche Länge von einer Rolle, worauf sie sich befindet, abwickelt und an den Endpunkten mit sogenannten Markscheideschrauben befestigt. Diese Schrauben, wovon Fig. 244 eine Ansicht gibt, werden aus Messing gemacht, sind etwa eine Linie dick, 2 bis 3 Zoll lang, haben oben einen Griff wie ein Schlüssel und unten ein Gewind wie die Holzschrauben, um entweder in das Zimmerwerk der Stollen und Schächte oder in besondere Holzstücke (Spreizen) eingeschraubt zu werden, die in dem Gesteine befestigt sind. Bei wagrechten (söhligen) und schiefen (flachen) Linien setzt man die Schrauben höchstens 8. Lachter weit aus einander, weil sonst die Schnur eine für die Genauigkeit der Messung schädliche und nach Formel (126) zu beurtheilende Biegung annimmt; bei lothrechten (seigeren) Linien ist diese Vorsicht selbstverständlich unnöthig. Die Spannung der Schnur wird mit der Hand dadurch geprüft, dass man dieselbe mit ausgespanntem Daumen und Mittelfinger von unten, mit dem Zeigefinger aber von oben drückt und zusieht, ob eine Biegung stattfindet oder nicht; wenn nicht, ist die Spannung hinreichend, um die Lachterkette an die Schnur anzulegen und deren Länge zu messen. Die Zählstäbchen, deren man sich bei Messungen mit der Feldkette bedient, werden hier durch einfache messingne Zwingen ersetzt, welche die Gestalt von Cigarrenhaltern haben und wovon eine in Fig. 245 dargestellt ist. Indem man die Spange s anzieht, umfassen die Griffe g der Zwinge die Schnur (c). Ueber den so bezeichneten Punkt wird bei dem zweiten Kettenzuge die Mitte des hinteren Endrings gebracht und wie bei dem ersten Zuge weiter verfahren. Hat der Markscheider eine Linie „über Tage", d. h. auf der Erdoberfläche zu messen, so bedient er sich einer Feldkette, welche nach Lachtern abgetheilt ist.

Fig. 244.



Fig. 245.

3. Messschnüre und Bänder.

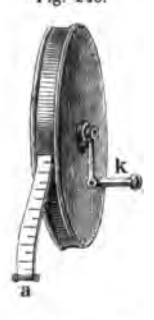
§. 192. Bei den Geometern sind Schnüre und Bänder wegen ihrer grossen Dehnbarkeit beim Anspannen und ihrer Veränderlichkeit bei feuchtem Wetter fast ganz ausser Gebrauch gekommen; manche Markscheider ziehen indess eine Messschnur der Lachterkette vor, und in besonderen Fällen bedienen sich auch die Ingenieure oder Geometer mit Vortheil einer starken Messschnur: dann nämlich, wenn sie Aufnahmen und Wassermessungen an breiten und tiefen Flüssen und Strömen zu machen haben und sehr umständliche mittelbare Längenmessungen vermeiden wollen.

Die Messschnüre werden aus gut gehecheltem Hanf oder aus Bast drei Linien dick gemacht und zum Schutze gegen die Wirkungen der Nässe

in Wachs oder Oel gesotten. Die grösseren Abtheilungen derselben (Ruthen, Klafter, Lachter) werden durch festgenähte farbige Streifen bezeichnet, die kleineren aber durch Ruthen- oder Lachterstäbe nachgemessen. Zum bequemeren Gebrauche wird die beliebig lang zu machende Schnur auf eine Spule gewunden, von der sie sich leicht abwickeln lässt. Bei Messungen auf grossen Flüssen ist es wegen des Einsinkens der auf grosse Entfernungen gespannten Schnur rathsam, an dieselbe stellenweise leichte Schwimmer von Holz, wie sie an Fischernetzen zu sehen sind, anzubinden.

Für leinene Messbänder gibt Netto folgende zweckmässige Einrichtung an. Ein zollbreites Zwirnband, das die dem Messbande zu gebende Länge von 100 oder 150 Fuss um 2 Fuss übertrifft, wird in kochendem Wasser gebrüht, dann sorgfältig getrocknet und mittels einer überwendlichen und einer Steppnaht so zusammen genäht, dass es nunmehr einen halben Zoll breit ist. Hierauf legt man das Band einen Monat lang in Leinölfirniss, trocknet es alsdann an einem luftigen Orte, gibt ihm die erforderliche Eintheilung, welche durch farbige Streifen kenntlich gemacht wird, und befestigt die Enden an zwei um ihre Axen drehbare Blechhülsen. Diese Hülsen werden von zwei Metallringen getragen, durch welche sich Kettenstäbe stecken lassen, wenn man nicht vorzieht, sie in der Hand zu halten. Bei ausgespanntem Bande sollen die Mitten dieser Ringe genau um 100 oder 150 Fuss von einander abstehen, worauf also bei der Befestigung der Bandenden an die Hülsen zu achten ist. Wenn man nicht beabsichtigt, das Messband bei dem Gebrauche an Kettenstäben zu befestigen (was allerdings weniger räthlich ist), so wickelt man dasselbe vortheilhafter mittels einer Kurbel (k) auf einer Trommel auf, wie Fig. 246 zeigt. Bei dem Gebrauche hält der eine Messende die Handhabe der Trommel, der andere den am vorderen Ende des Bands angebrachten Griff (a).

Fig. 246.



Metallene Messbänder. Die nämliche Art der Aufwickelung wird auch bei den aus schwachem Stahl- oder Messingblech angefertigten Messbändern angewendet, welche ihre Länge weniger verändern als die leinenen und daher etwas genauer sind als diese. Man kann annehmen, dass der Längenunterschied zwischen einem ganz trockenen und einem ganz nassen leinenen Messbande $^1/_{500}$ der ganzen Länge beträgt. Rechnet man hierzu den Einfluss der übrigen Fehlerquellen, so wird die Genauigkeit dieser Art von Messbändern im Durchschnitte wohl nur auf $^1/_{300}$ angeschlagen werden können, während die Genauigkeit der Metallbänder jener der Messketten gleichkommt. In vorzüglicher Ausführung werden Stahlbänder mit Scala und Numerirung in erhabener Schrift von Chestermann in Sheffield ausgeführt, und es sind dergleichen aus den meisten deutschen mechanischen Werkstätten um billigen Preis zu beziehen.

4. Messräder.

§. 193. Die Idee, Räder zum Messen von Entfernungen auf Strassen zu benützen ist sehr alt. Schon bei Vitruvius [1] findet man sie als eine überlieferte bezeichnet und auf Wegmesser für Fuhrwerke und Schiffe angewendet. Zu Anfang des 16. Jahrhunderts machte der Leibarzt der französischen Königin Katharine von Medici behufs einer Gradmessung den Versuch, die Entfernung zwischen Paris und Amiens mittels eines Wagenrads zu messen, das bei jeder vollendeten Umdrehung an eine im Wagen befindliche Glocke anschlug. Eine ähnliche Erfindung wird Kaiser Rudolf II. zugeschrieben, und der bekannte Physiker und Meteorolog Deluc bediente sich auf seinen Reisen des Wegmessers von Hohlfeld, der aus einem wie ein Schubkarrenrad sich bewegenden Cylinder mit Zeigern und Zifferblättern bestand. Vor wenig Jahren (1868) hat Ministerialrath v. Steinheil in München ein Messrad für Basismessungen in Vorschlag gebracht, wovon wir eben so wie von dem des Mechanikers R. Wittmann in Gaudenzdorf bei Wien für gewöhnliche Feldmessungen hier Notiz nehmen wollen.

Das Messrad von Steinheil.

§. 194. Die Erfindung dieses Rads wurde durch die Aeusserung Bessel's, [2] dass es erwünscht wäre, die Länge von Bögen auf der Erdoberfläche unmittelbar d. i. ohne Triangulation messen zu können, veranlasst, wie Herr v. Steinheil in seinen ersten Mittheilungen über das fragliche Rad an Herrn Prof. Peters, den Herausgeber der astronomischen Nachrichten (s. daselbst Nr. 1728, Bd. 72, S. 369) selbst angibt. Seit diesen aus dem Jahre 1869 stammenden Mittheilungen, welche sich auf ein noch unvollendetes Messrad beziehen, ist für dessen Vollendung und die Bestimmung seiner Constanten nichts mehr geschehen, da Herr v. Steinheil im September 1870 starb und die Allgemeine Conferenz der europäischen Gradmessung im Jahre 1871 zwar den Wunsch aussprach, dass der Verfasser dieses Buchs die Sache in die Hand nehmen möge, für die Erfüllung der hierzu nöthigen Voraussetzungen aber keine bestimmte Anordnung traf.

Das zur Zeit im Conservatorium der mathematisch-physicalischen Sammlung des Staats in München aufbewahrte Steinheil'sche Messrad bedarf zu seiner Anwendung eines Schienenstrangs zwischen den Endpunkten der zu messenden Linie, da sich seine Einrichtung auf die durch Reibung bedingte Abwicklung des Radumfangs gründet. Diesen Schienenstrang setzen wir hier als gegeben voraus. Auf demselben bewegt sich das Rad, welches aus einem von einer gusseisernen Scheibe getragenen Gussstahlringe von 1 Meter Durchmesser, 1 Decimeter Breite und 1 Centimeter Dicke besteht.

[1] M. Vitruvii Pollionis architectura, lib. X, cap. 14.
[2] Gradmessung in Ostpreussen, §. 9, S. 36.

Damit sich dieser genau cylindrisch abgedrehte Stahlring zwischen zwei dem Schienenstrange parallelen verticalen Ebenen bewege, wird das schubkarrenförmige Gestell desselben von zwei vor und hinter ihm angebrachten, mit Spurkränzen versehenen Laufrädern geleitet, wovon das eine in horizontaler, das andere in verticaler Richtung berichtigt werden kann. Ein an der Axe des Stahlcylinders angebrachtes Zählrad gibt dessen ganze Umdrehungen an, während Bruchtheile einer Umdrehung auf einer am Seitenrande des Stahlreifs anzubringenden Scala mit Mikroskopen abzulesen sind. Leider fehlt bis jetzt nicht nur diese Theilung, sondern auch ein System von Thermometern, womit die ohne Zweifel ungleich vertheilten Temperaturen des Messrads gemessen werden können. Für die Herstellung eines Comparators hat der Verfasser bereits Einleitungen getroffen, und er wird ihn vollenden, sobald das Centralbureau der Europäischen Gradmessung das noch unfertige Rad erworben und mit den erforderlichen Hilfsapparaten versehen haben wird.

Das Messrad von Wittmann.

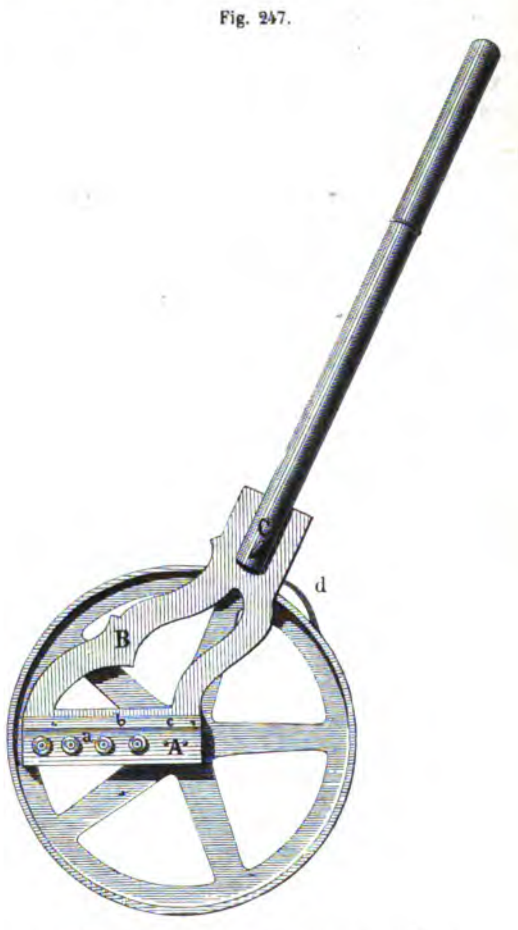
§. 195. Dieser cylindrische Massstab dient zur Bestimmung von Längen an Strassen, Eisenbahnen, Flüssen, Canälen, Grundstücken, Ortschaften u. s. w. und ersetzt nicht nur die Messketten und Messbänder, sondern übertrifft sie an Bequemlichkeit und Genauigkeit, sowie darin, dass man mit ihm die Länge von krummen Linien, welche oft auf Strassen und an Flüssen zu messen sind, unmittelbar bestimmen kann. R. Wittmann verfertigt Räder für Strassen und Wege, welche am Umfange platt sind, und für Eisenbahnen, welche am Umfange Spurkränze haben. Die Radumfänge werden auf Wunsch verschieden gross gemacht, in der Regel $1/2$ oder 1 Meter. Hiernach richtet sich auch der Preis für ein Messrad, welcher zwischen 8 und 16 Thaler wechselt.

Das in Figur 247 dargestellte Messrad der geodätischen Sammlung an der polytechnischen Schule zu München hat einen platten Umfang von 1 Meter Länge. An der Axe des Rads ist ein Zählwerk (A) und ein Bügel (B) mit einem Stabe (C) zur Führung des Instruments befestigt. Das Zählwerk, das man in der Figur nur von der Seite sieht, ist ein prismatisches Kästchen von 16^{cm} Länge, 4^{cm} Breite und 3^{cm} Dicke, das vier Drücker (a, a) enthält, denen eben so viele fensterartige Oeffnungen (b, b) auf der oberen Seite des Kästchens entsprechen, wodurch man jene Ziffern ablesen kann, welche von links nach rechts die Tausender, Hunderter, Zehner und Einer der ganzen Radumwälzungen vorstellen, während ein bei c angebrachtes Zifferblatt mit Zeiger die Zehntel einer Umdrehung angibt.

Vor Beginn einer Messung stellt man das Zählwerk in allen Theilen auf Null, was bei dem Zeiger c durch Drehen des Rads und bei den durch die Oeffnungen b, b erscheinenden Ziffern durch Pressen und Drehen der Drücker

a, a geschieht. Bei dieser letzteren Einstellung hat man zu beachten, dass die Ziffern in den für Null bestimmten Zahn einschnappen müssen, was dann der Fall ist, wenn die auf der Rückseite des Kästchens A befindliche Stahlfeder genau an dessen Wand anliegt. Auch muss stets, bevor eine zweite Null eingestellt wird, die vorhergehende in ihren Zahn eingeschnappt sein. Ist dieses geschehen, so stellt man das Rad auf den Anfangspunkt der Messung ein, indem man den Triebstock senkrecht darüber hält, und beginnt die Bewegung. Während der Fahrt wird der Stock, wie die Figur zeigt, schief gehalten, um das Rad anzutreiben, und am Schlusse der Messung erhält er wieder eine Richtung, welche lothrecht über dem Endpunkte steht. Den vom Rade zurückgelegten und vom Zählwerke in Metern ausgedrückten Weg kann man ohne alle Mühe auf der Oberfläche des Kästchens ablesen.

Fig. 247.



Da auf Strassen leicht Koth am Radumfange hängen bleibt, welcher die Genauigkeit der Messung beeinträchtigt, so ist an dem Bügel B eine federnde Krücke d angebracht, welche dieses Anhängsel beseitigt. Messräder für Eisenbahnen bedürfen dieser Vorrichtung nicht.

Nach den Versuchen, welche der Verfasser mit zwei Wittmann'schen Messrädern auf Eisenbahnschienen, sowie auf Pflaster- und Bretterböden ausgeführt hat, nähert sich die Genauigkeit dieser Art der Längenmessung jener mit Messlatten, jedenfalls ist sie weit grösser als die, welche durch Ketten, Bänder und Distanzmesser erreicht werden kann. Zu demselben Ergebnisse gelangte Professor Tinter in Wien, der mit zwei grösseren Wittmann'schen Messrädern ausführliche Versuche auf gepflasterten Strassen, festgetretenen Fusswegen und Eisenbahngleisen ange-

stellt und im XXVII. Jahrgange, 1875, Seite 45 bis 48 der Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins beschrieben hat.

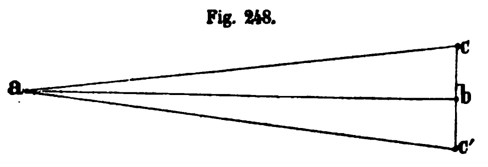
5. Distanzmesser.

§. 196. Distanzmesser heissen diejenigen Messinstrumente, welche die Entfernung zweier Punkte unmittelbar angeben, nachdem man mit ihnen von dem einen Punkte aus einen auf dem anderen befindlichen Gegenstand in bestimmter Weise beobachtet hat. Dieser Gegenstand ist entweder ein natürlicher, welcher dem entfernten Punkte ein für allemal angehört und also nicht erst aufgestellt zu werden braucht; oder er ist ein künstlicher, welcher eigens zu dem Zwecke der Längenmessung angefertigt, durch einen Messgehilfen auf dem zweiten Endpunkte aufgestellt und die Distanzlatte genannt wird. Je nachdem nun ein Distanzmesser die Aufstellung einer solchen Latte fordert oder nicht, heisst er ein Distanzmesser mit oder ohne Latte. Für viele und namentlich militärische Zwecke sind Distanzmesser ohne Latten sehr erwünscht: es ist aber noch kein ganz entsprechendes Instrument dieser Art vorhanden, so viele Vorschläge auch hierzu seit einigen Jahrhunderten gemacht und ausgeführt wurden. Unmöglich, wie manche Schriftsteller über practische Geometrie glauben, ist die Herstellung brauchbarer Distanzmesser ohne Latte nicht, aber schwierig bleibt sie wegen der ausserordentlichen Genauigkeit, womit alle Theile derselben gearbeitet sein müssten, wenn man grosse Entfernungen, wie es die militärischen Zwecke verlangen, mit entsprechender Genauigkeit bestimmen will. Der Verfasser hat sich hievon überzeugt, indem er nach seiner Angabe einen auf das Princip des Spiegelsextanten gegründeten Distanzmesser ohne Latte anfertigen liess; dieses Instrument ist aber höchstens für Entfernungen von 300 Meter noch brauchbar und wird desshalb hier nicht beschrieben, so wie auch die Beschreibung der übrigen bekannt gewordenen Distanzmesser ohne Latte aus dem gleichen Grunde unterbleibt. Um so ausführlicher werden dagegen die bereits im Gebrauche stehenden Distanzmesser mit Latte behandelt werden. Nochmals hervorhebend, dass nur dasjenige Instrument ein Distanzmesser ist, welches die gesuchte Entfernung durch Beobachtung von einem einzigen Standpunkte aus gibt, verweisen wir bezüglich des sogenannten „Franz'schen Distanzmessers“ und eines Ersatzmittels für Militärdistanzmesser auf unsere Bemerkungen über die Messung langer gerader Linien im II. Bande dieses Werks, Seite 90, Nr. 7.

Eine Linie, deren Länge wir nicht mit Massstäben oder Messketten unmittelbar bestimmen können, erhalten wir mittelbar dadurch, dass wir sie mit zwei anderen Linien zu einem Dreiecke verbinden und in diesem drei Stücke, darunter eine Seite, messen. Das Dreieck ist für den vorliegenden Zweck am brauchbarsten, wenn es entweder rechtwinklig oder gleichschenklig ist und die gesuchte Linie in dem ersteren Falle die grössere

Kathete, in dem letzteren aber die Höhe des gleichschenkligen Dreiecks bildet, während die bekannte oder zu messende Seite beziehlich die kleinere Kathete oder die Grundlinie des gleichschenkligen Dreiecks vorstellt. Ist nun (nach Figur 248) in dem rechtwinkligen Dreiecke a b c die Kathete a b aus der Linie b c und dem Winkel bei a zu finden, so können folgende vier Fälle stattfinden.

Fig. 248.



1) Der Standpunkt des Instruments befindet sich in b und es ist

   α) der Winkel bei a constant, dagegen die Linie b c mit a b veränderlich; oder es ist

   β) die Länge b c constant, der Winkel bei a aber mit der Grösse von a b veränderlich.

2) Der Standpunkt des Instruments befindet sich in a und es ist wieder

   α) der Winkel bei a constant und die Linie b c mit der Entfernung a b veränderlich; oder es ist

   β) die Länge b c constant und der Winkel bei a mit der Grösse von a b veränderlich.

Dieselben vier Fälle ergeben sich, wenn man statt des rechtwinkligen Dreiecks a b c das gleichschenklige a c c' und für b c die doppelte Länge c c' setzt, und es entsprechen die beiden ersteren Fälle den Distanzmessern ohne Latte, die beiden letzteren aber den Distanzmessern mit Latte, wobei b c oder c c' die Latte vorstellt. Es kommt also bei der Einrichtung eines Distanzmessers immer darauf an, entweder zu den unveränderlichen Grundlinien (b c, c c') die veränderlichen Winkel bei a, oder zu den constanten Winkeln bei a die veränderlichen Grundlinien (b c, c c') zu finden. Unter den Distanzmessern mit Latte sind die nach Reichenbach und Stampfer eingerichteten die bekanntesten und besten, und da sie die beiden Fälle 2, α und 2, β darstellen, so genügt es, diese allein zu betrachten.

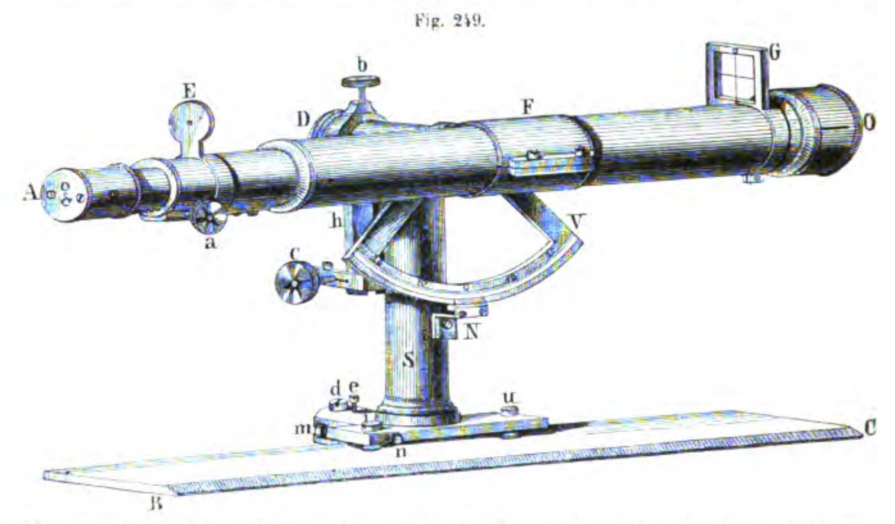
Der Reichenbach'sche Distanzmesser.

§. 197. **Einrichtung.** Dieser Distanzmesser, welcher dem Falle 2, α entspricht und in Fig. 249 abgebildet ist, hat, wie jedes Instrument dieser Art, zwei Hauptbestandtheile: ein Fernrohr und eine Distanzlatte.

Das Fernrohr (F) befindet sich hier an einem massiven Ständer (S), welcher auf einem Messinglineale (B C) senkrecht steht und eine Drehung des Rohrs um eine zur Ebene des Lineals parallele Axe (D F) gestattet. Aus dieser Zusammenstellung des Fernrohrs mit einem Lineale erkennt man sofort, dass der Reichenbach'sche Distanzmesser zugleich eine Kippregel ist und also vorzugsweise zu Messtischaufnahmen angewendet wird. Wir brauchen demnach die Befestigung des Ständers auf dem Lineale, die Verbindung des Fernrohrs mit dem Gradbogen (V) und dessen Theilung,

die Einrichtungen zur groben und feinen Drehung des Rohrs und die verschiedenen Vorrichtungen zur Richtigstellung des Instruments, so weit es

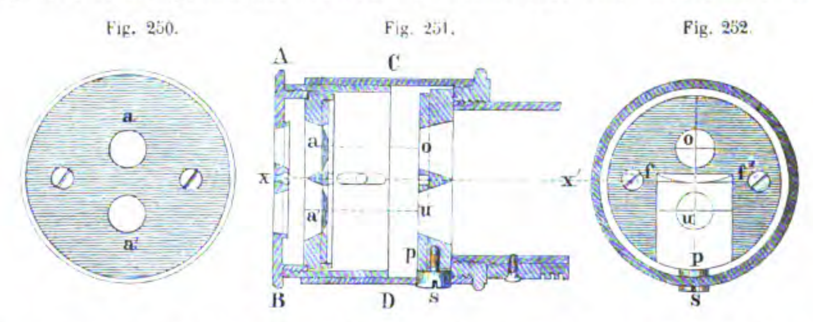
Fig. 249.



Kippregel ist, hier nicht mehr zu beschreiben, da es bereits in §. 126 geschehen ist.

Das Objectiv des Fernrohrs besteht aus einer achromatischen Doppellinse von 15 Linien Oeffnung und 18 Zoll Brennweite, und ist in der Objectivröhre nach Fig. 63, S. 96, centrisch befestigt. Statt eines einfachen Fadenkreuzes sind in der Ocularröhre zwei in einer Ebene liegende Fadenkreuze angebracht. Diese Fadenkreuze machen den eigentlich messenden Bestandtheil des Fernrohrs aus und bilden zusammen ein Fadenmikrometer. Die Fig 251 stellt davon einen Längenschnitt nach der optischen Axe und Fig. 252 einen Querschnitt senkrecht zu dieser Axe vor. Das eine Faden-

Fig. 250. Fig. 251. Fig. 252.



kreuz (o) ist auf einen Metallring und das andere (u) auf ein in diesem Ringe verschiebbares und durchlöchertes Messingplättchen (p) aufgeklebt. Die Verschiebung dieses Plättchens in der Richtung o u wird durch die Schraube S und die Stahlfeder, welche in der Höhlung f f' des vorhin

genannten Rings liegt, bewirkt; ihr Zweck ist, dem Abstande der Kreuzpunkte o, u die ihm zukommende Grösse zu geben. Jedes der zwei Fadenkreuze hat ein eigenes Ocular: dem oberen Kreuzpunkte o entspricht das Ocular a und dem unteren Fadenkreuze u das Ocular a'. Die Axen (a o, a' u) dieser Oculare sind der Fernrohraxe parallel. Die Fassung (A B) der Oculare lässt sich, wie Fig. 251 zeigt, in der Richtung dieser Axen so weit verschieben als nöthig ist, um das deutliche Sehen der Kreuzfäden zu bewirken.

Die Distanzlatte (Fig. 253) wird aus sehr trockenem Tannenholze in einer Dicke von etwa 3^{cm}, einer Breite von 9 bis 12^{cm} und einer Länge von 3 bis $4{,}5^{m}$ angefertigt. Das untere Ende ist mit einem eisernen Schuh beschlagen, in einer Höhe von 1,2 bis $1{,}5^{m}$ befinden sich zwei Handgriffe (C) zum Halten, und etwas oberhalb dieser Griffe ist an der schmalen Seite der Latte ein Diopter (Δ) so angebracht, dass es beim Gebrauche senkrecht zur Lattenaxe, ausserdem aber parallel zu ihr gestellt werden kann. Der Zweck dieses Diopters ist, die Latte nahezu senkrecht gegen die optische Axe des Fernrohrs zu stellen. Indem nämlich der Arbeiter, welcher die Latte hält, diese in ihrer Richtung gegen das Loth so lange verändert, bis die Absehlinie des Diopters auf das Objectiv des Fernrohrs trifft, wird die bezeichnete Stellung in einem für die Praxis genügenden Grade der Genauigkeit erlangt.

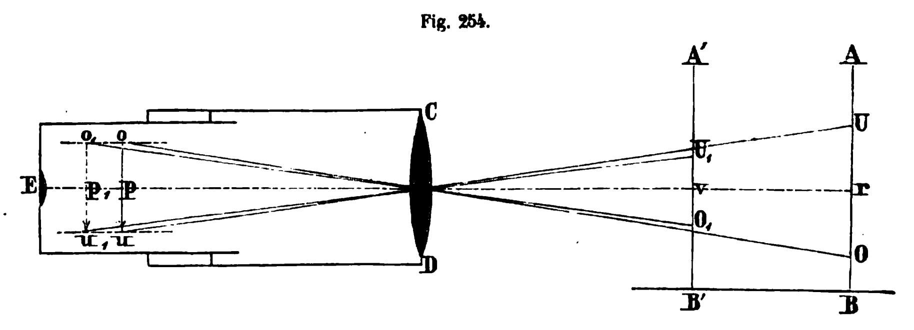
Für eine bequeme Messung ist es sehr wichtig, die Theilung der Latte möglichst übersichtlich und so einzurichten, dass man sofort die auf einen bestimmten Punkt des Instruments bezogenen und für die Richtung der optischen Axe des Fernrohrs giltigen Entfernungen der Latte unmittelbar ablesen kann. Die Bezeichnungsweise der Distanzlatten ist nach den Ansichten der Verfertiger und der Besteller verschieden; wir geben in Fig. 253 diejenige, welche in dem Ertel'schen Institute in München gebräuchlich ist und in der Praxis sich als gut bewährt hat. Die Entfernungen sind hier auf die Drehaxe des Fernrohrs bezogen und es ist die Bezifferung auf die Voraussetzung gegründet, dass das untere Fadenkreuz (u) des Fernrohrs jederzeit auf den am oberen Ende der Latte befindlichen Nullpunkt (A) eingestellt wird. Wenn alsdann das obere Fadenkreuz (o) einen der Striche deckt, welche den gross geschriebenen Ziffern 1, 2, 3, 4....

Fig. 253.

gegenüberstehen und durch einen Punkt und Pfeil ausgezeichnet sind, so stellt der zwischen den Fadenkreuzen gesehene Lattenabschnitt die Entfernungen 100, 200, 300, 400... Fuss vor. Trifft das obere Fadenkreuz auf einen derjenigen Striche, an welche in etwas kleinerer Schrift gerade Zahlen wie z. B. 14, 16, 18, 22... gesetzt sind, so entsprechen die von den Fadenkreuzen gedeckten Lattenabschnitte beziehlich den Entfernungen 140, 160, 180, 220... Fuss. Die Abschnitte, welche den Entfernungen 50, 150, 250, 350... Fuss angehören, sind durch Striche kenntlich gemacht, welche die ganze Lattenbreite zur Länge haben und in zwei Punkte endigen. Hiernach wird man sich die übrigen Zeichen leicht selber deuten können; nur die Bemerkung sei noch erlaubt, dass die Theilstriche nach unten an Dicke zunehmen, weil ihr Sehwinkel mit den Entfernungen kleiner wird, und dass man bei Entfernungen von mehr als 400 Fuss die Zwischenräume, welche je 5 Fuss vorstellen, durch Schätzung in einzelne Fuss abtheilen muss, was übrigens bei einiger Uebung mit hinreichender Genauigkeit geschehen kann. Die verkehrte Aufschrift der Ziffern bedarf wohl keiner besonderen Erklärung mehr.

Da für Feldmessungen das Fussmass noch auf längere Zeit gestattet ist, und da selbst nach seiner Aufhebung die Geometer ihre für dieses Mass eingerichteten Distanzlatten und Reductionstabellen nicht sofort abschaffen werden, da Aufnahmen in einem bestimmten Verjüngungsverhältnisse (z. B. 1 : 5000, 1 : 1250 u. s. w.) unter sonst gleichen Umständen mit jeder Längeneinheit richtig gemacht werden können: so wird es hoffentlich nicht als passiver Widerstand gegen die Einführung des metrischen Systems in Deutschland angesehen werden, wenn hier noch eine Distanzlatte für Fussmass abgebildet ist und im Anhange hierauf bezügliche Reductionstabellen mitgetheilt werden. Uebrigens werden wir in Fig. 258 auch eine neue Meterlatte zum Reichenbach'schen Distanzmesser mittheilen und deren Verwendung in lothrechter Stellung besprechen.

Fig. 254.



§. 198. **Wirkungsweise.** Wir denken uns jetzt das Fernrohr wagrecht und auf die Richtung seiner Axe die Latte lothrecht gestellt, wie dieses die Fig. 254 andeutet, in der A B die Latte, C D das Objectiv, o u das Fadenmikrometer und E das Ocular vorstellt.

Ist die Entfernung (m r) der Latte sehr gross, so wird sich ihr Bild in der Brennebene (p) des Objectivs erzeugen und es müssen folglich die beiden Fadenkreuze (o, u) in diese Ebene gebracht werden, was durch Verschiebung der Ocularröhre geschieht. Der Winkel, unter dem man die Latte von m aus sieht, ist in diesem Falle durch die drei Punkte o, m, u bestimmt; die Absehlinien o m, u m gehen auf die Punkte O, U der Latte, und die Fadenkreuzpunkte decken die Bildpunkte o, u. Wird die Latte näher an das Instrument (nach v) gerückt, so erzeugt sich ihr Bild entfernter vom Objectiv als vorhin; wir nehmen an in der Ebene p_1. Soll dieses Bild durch das Ocular deutlich gesehen und von den Fadenkreuzen ohne Parallaxe gedeckt werden, so müssen diese zurückgezogen werden, bis sie in die Bildebene p_1 kommen. Dann ist aber der Winkel, welcher den der Entfernung m v zugehörigen Lattenabschnitt $U_1 O_1$ bestimmt, kleiner als bei der ersten Lattenstellung, nämlich gleich $o_1 m u_1$. Rückt die Latte dem Instrumente noch näher, so findet abermals eine Zunahme der Bildweite und eine Abnahme des vom optischen Mittelpunkte (m) ausgehenden Sehwinkels statt. Bezeichnet

a die Entfernung der Latte vom optischen Mittelpunkte des Objectivs,
a_1 die Entfernung des Lattenbilds von demselben Punkte,
f die Brennweite des Objectivs,
h die Grösse des durch die Absehlinien gedeckten Lattenabschnitts,
b den Abstand der Fadenkreuzpunkte von einander,

so finden wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke, welche bei m ihre Scheitelwinkel haben, und in Folge der dioptrischen Hauptformel folgende zwei Gleichungen statt:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{h}{b} \text{ und } \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}.$$

Setzt man den Werth von a_1 aus der zweiten in die erste Gleichung, so wird aus dieser

$$a = \frac{f}{b} h + f \text{ und } a - f = \frac{f}{b} h. \tag{127}$$

Aus der letzten Gleichung ist zu entnehmen, dass nicht die vom Objectiv aus gezählten Entfernungen der Latte, sondern jene, welche von dem vorderen Brennpunkte des Objectivs an gezählt werden, den Lattenabschnitten genau proportional sind.

Da die Brennweite f des Objectivs und der Fadenabstand b an einem und demselben Fernrohre constante Grössen sind, so kann man das Verhältniss von $f : b = c$ setzen; und da ferner die Drehaxe des Fernrohrs sehr nahe um die halbe Brennweite des Objectivs von diesem absteht, so wird, wenn man auf beiden Seiten der Gleichungen (127) $\frac{1}{2}$ f addirt und die Lattenentfernung $a + \frac{1}{2} f = e$ setzt:

$$e = c h + 1{,}5 f. \tag{128}$$

Sind die constanten Grössen c und f genau bekannt, so kann man nach dieser Gleichung die den Entfernungen e entsprechenden Latten-

abschnitte h berechnen; kennt man aber c und f nicht mit hinreichender Genauigkeit, so können sie dadurch bestimmt werden, dass man mit Sorgfalt die zu zwei genau abgemessenen Entfernungen e' und e'' gehörigen Lattenabschnitte h' und h'' beobachtet und aus den beiden Gleichungen

$$e' = c\,h' + 1{,}5\,f$$
$$e'' = c\,h'' + 1{,}5\,f$$

die Werthe von c und f sucht. Es bedarf wohl kaum der Erinnerung, dass es gut ist, ziemlich viele Werthe von e und h zu messen, aus je zwei Gleichungen c und f zu bestimmen und aus den so erhaltenen Werthen von c so wie aus denen von f das Mittel zu nehmen, oder die besten Werthe von c und f durch die Methode der kleinsten Quadrate zu suchen, wozu in §. 17, Bd. II ein Beispiel gegeben ist. Wir werden von nun an die Constanten c und $1{,}5\,f = d$ als gegebene Grössen ansehen und sofort mit Hilfe der Gleichung

$$e = c\,h + d \qquad (129)$$

die Theilung der Latte näher bestimmen.

Heissen $h_1, h_2, h_3, h_4 \ldots$ die zu $e_1, e_2, e_3, e_4 \ldots$ gehörigen Lattenabschnitte, so finden die Gleichungen statt:

$$e_1 = c\,h_1 + d,\; e_2 = c\,h_2 + d,\; e_3 = c\,h_3 + d,\; e_4 = c\,h_4 + d \text{ u. s. f.}$$

Zieht man immer die vorhergehende Gleichung von der folgenden ab, so erhält man die nachstehenden Gleichungen:

$$e_2 - e_1 = c\,(h_2 - h_1),\; e_3 - e_2 = c\,(h_3 - h_2),\; e_4 - e_3 = c\,(h_4 - h_3) \text{ u. s. f.}$$

Sind die Längenunterschiede $e_2 - e_1$, $e_3 - e_2$, $e_4 - e_3$ u. s. w. einander gleich, so müssen auch die Abschnittsdifferenzen $h_2 - h_1$, $h_3 - h_2$, $h_4 - h_3$ u. s. w. unter sich gleich sein. Hieraus geht hervor, dass die Distanzlatte, auch wenn die Entfernungen auf die Drehaxe des Fernrohrs bezogen werden, von einer beliebig zu wählenden Stelle (h_1) an gleichmässig getheilt werden muss. Die Stelle h_1 entspricht der Entfernung e_1 und diese Entfernung kann so klein als man will angenommen werden. Setzen wir sie, da man mit dem Distanzmesser kleinere Längen nicht zu messen pflegt, gleich 50 Fuss, so ist die Latte von dem Punkte an, welcher von 0 um die aus der Gleichung $50' = c\,h_1 + d$ sich ergebende Grösse h_1 absteht, gleichförmig zu theilen.

Wir wollen diese Betrachtungen an einem besonderen Falle näher erläutern. Die Latten, welche zu den aus dem Ertel'schen Institute hervorgehenden Reichenbach'schen Distanzmessern gehören, haben für die Entfernung von 100 und 1000 Fuss Lattenabschnitte von 1,376 und 14,082 Fuss bayerisch. Mit diesen Daten findet man aus den beiden Gleichungen:

$$100 = 1{,}376\,c + d \text{ und } 1000 = 14{,}082\,c + d$$

die Constanten $c = 70{,}833$ und $d = 2{,}55$ Fuss. Da aber $d = 1{,}5\,f$ und $c = f : b$, so findet man weiter die Brennweite des Objectivs $f = 1',70 = 0^m,496$ und den Fadenabstand $b = 0',024$ bayer. $= 0^m,007 = 7^{mm}$. Für das in Rede stehende Instrument gilt also die Gleichung

$$e = 70{,}833\,h + 2{,}55$$

aus der sich, wenn man die Werthe von e bei 50 Fuss beginnen und immer um diese Länge wachsen lässt, folgende Lattenabschnitte h durch Rechnung ergeben: [1]

Für $e_1 = 50'$ wird $h_1 = 0',670$;
„ $e_2 = 100'$ „ $h_2 = 1',376$;
„ $e_3 = 150'$ „ $h_3 = 2',082$;
„ $e_4 = 200'$ „ $h_4 = 2',788$; u. s. w.

Während demnach
für die ersten 50 Fuss der Lattenabschnitt $h_1 = 0',670$ ist, wird
„ „ zweiten 50 „ „ „ $h_2 - h_1 = 0',706$,
„ „ dritten 50 „ „ „ $h_3 - h_2 = 0',706$,
„ „ vierten 50 „ „ „ $h_4 - h_3 = 0',706$ u. s. w.

Nachdem man also auf die Latte eine Länge von 0',67 vom Nullpunkte aufgetragen hat, entspricht von dort an jedes Intervall von 0,706 Fuss einer Entfernung von 50 Fuss. Trägt man diese Länge 19 Mal ab, so erhält die Latte für 1000 Fuss Entfernung eine Länge von $0,67 + 19 \times 0,706 = 14,084$ Fuss. Theilt man die Strecke von 0',706 in zehn gleiche Theile, so entspricht ein Latteninterval von 7,06 Decimallinien einem Längenunterschiede von 5 Fuss und ein Intervall von 1,412 Linien einem Längenunterschiede von 1 Fuss. Die hier berechneten Werthe von f, b, h_1, h_2, $h_3 \ldots$ bis h_{20} gehen mit den wirklichen Abmessungen am Fernrohre und an der Latte überall bis auf weniger als ein Tausendel, also so genau zusammen, als man nur wünschen kann.

Die Theilung einer Distanzlatte ist demnach sehr einfach und setzt weder jene weitläufigen Berechnungen noch die mühsamen Versuche voraus, welche man hie und da in Lehrbüchern und Zeitschriften (z. B. Dingler's polytechnischem Journal, Bd. 116, S. 33) angegeben findet. Wenn man nämlich den Punkt der Latte aufsucht, welcher den zur Entfernung $e = 0$ gehörigen Lattenabschnitt bestimmt, also aus der Gleichung $0 = c\,h_0 + d$ hervorgeht und vom Visir-Nullpunkte um

$$h_0 = -\frac{d}{c} = -\frac{2',55}{70,833} = -0',036 \tag{130}$$

absteht, so kann man sagen: von diesem Punkte aus (den man Theilungs-Nullpunkt nennen kann) ist die Distanzlatte durchaus in gleiche Theile zu theilen, oder mit anderen Worten: Die vom Theilungs-Nullpunkte aus gezählten Lattenabschnitte sind den Entfernungen der Latte von der Mitte des Instruments genau proportional.

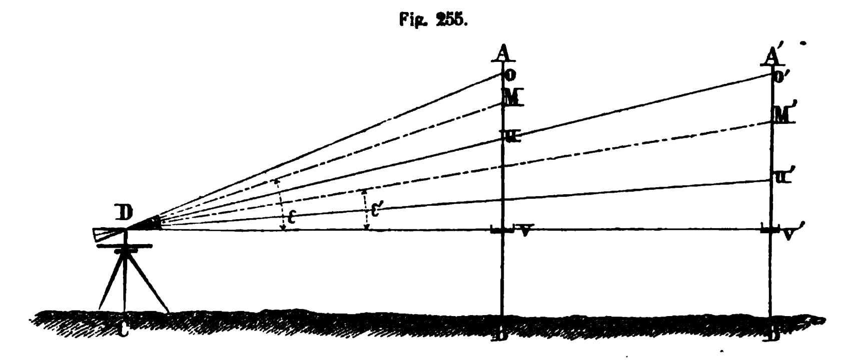
§. 199. **Reduction der schiefen Längen.** Im vorigen Paragraphen wurde vorausgesetzt, dass die Fernrohraxe wagrecht und die Latte lothrecht, also die eine senkrecht zur anderen gerichtet sei. Diese Forderung ist aber nur selten zu erfüllen; denn selbst auf einem wagrechten Terrain

[1] Für Metermass würde sich die vorstehende Gleichung nur darin ändern, dass man für 2,55 Fuss deren Länge in Meter, also $e = 70,833\,h + 0,^{m}744$ zu setzen hätte.

muss das Fernrohr so weit erhoben werden als nöthig ist, um das untere Fadenkreuz auf den Nullpunkt der Latte einzustellen. Da man nun durch den Distanzmesser, wenn er zu Messtischaufnahmen dient, die horizontale Entfernung der Lattenfusspunkte von dem durch die Drehaxe des Fernrohrs gehenden Lothe erfahren will, so ist zu entwickeln, in welcher Weise man bei erhobenem oder gesenktem Fernrohre aus der abgelesenen schiefen Länge die gesuchte Horizontalprojection erhält. Zu dem Ende werden wir zunächst ein wagrechtes und dann ein geneigtes Terrain voraussetzen.

1) Die Bodenfläche ist wagrecht, Fig. 255. Der Standpunkt des Instruments befinde sich in C und es sei die Drehaxe D des Fernrohrs lothrecht über C. Mit dem Diopter v, welches in der Regel 5 Fuss über dem Fusspunkte B der Latte steht, wird nach dem Fernrohre D visirt und hierdurch die Latte A B senkrecht zur Linie v D gestellt: von dieser Linie aber darf man, da D C nahezu gleich B v ist, annehmen, dass sie der B C

Fig. 255.



parallel und folglich ihr auch gleich sei. Wird das untere Fadenkreuz auf den Nullpunkt (o) der Latte gerichtet und ist o u = h der Abschnitt, welchen das obere Fadenkreuz angibt, so kann ohne merklichen Fehler der Schnittpunkt M der optischen Axe D M des Rohrs mit der Latte in der Mitte von o u angenommen werden. Hiernach lässt sich für jede beliebige Ablesung e der Winkel ε berechnen, welchen die Fernrohraxe mit dem Horizont oder der Linie v D bildet. Denn da der Abstand l des Nullpunkts o der Latte von der Absehlinie des Diopters v bekannt und o M $= \frac{1}{2}$ h ist, so wird zunächst

$$(M\,v) = l - \tfrac{1}{2}h = (D\,M) \sin \varepsilon. \qquad (131)$$

Würde die Latte auf M D senkrecht stehen, so wäre die Ablesung bei u gleich der Länge M D; da aber die Latte mit der Senkrechten auf M D den Winkel ε einschliesst, so entspricht der Entfernung M D sehr nahe der Lattenabschnitt (o u) cos ε = h cos ε; es ist somit nach Gleichung (129)

$$(M\,D) = c\,h \cos \varepsilon + d \qquad (132)$$

und wenn man diesen Werth von M D in die vorletzte Gleichung setzt und dieselbe mit 2 multiplicirt:

$$2\,l - h = 2\,c\,h \sin \varepsilon \cos \varepsilon + 2\,d \sin \varepsilon.$$

Da ε selbst bei einer Lattenhöhe von 14 Fuss und einer Entfernung von nur 80 Fuss weniger als 7^0 beträgt, also stets ein kleiner Winkel ist, so kann man annähernd $2 \sin \varepsilon = \sin 2 \varepsilon$ setzen. Thut man dieses und berücksichtigt, dass $2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon = \sin 2 \varepsilon$ ist, so findet man aus der letzten Gleichung

$$\sin 2 \varepsilon = \frac{2 l - h}{c h + d}. \qquad (133)$$

Will man statt des Lattenabschnitts h lieber die Entfernung e einführen, welche ihm entspricht, so kann man dieses, indem man h aus der Gleichung $e = c h + d$ sucht. Setzt man dabei die constanten Werthe

$$\frac{2 l c + d}{c} = m \text{ und } \frac{1}{c} = n,$$

so erhält man schliesslich

$$\sin 2 \varepsilon = \frac{m}{e} - n. \qquad (134)$$

Mit Hilfe dieser Formel ist die nachstehende Tafel berechnet, welche die Werthe des Winkels ε für gegebene Entfernungen e oder diesen entsprechende Lattenabschnitte h liefert. Die Constanten c und d sind dieselben wie im vorigen Paragraphen, und l ist nach einer Messung an der Latte = 9,8 Fuss. Da c = 70,833 und d = 2',55, so wird m = 19,636 und n = 0,01412, folglich

$$\sin 2 \varepsilon = \frac{19,636}{e} - 0,01412.$$

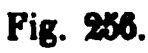
Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε
50'	11^0 7'	225'	2^0 3'	500'	0^0 43'	850'	0^0 15'
75'	7^0 10'	250'	1^0 51'	550'	0^0 37'	900'	0^0 13'
100'	5^0 15'	275'	1^0 39'	600'	0^0 32'	950'	0^0 11'
125'	4^0 6'	300'	1^0 28'	650'	0^0 28'	1000'	0^0 9'
150'	3^0 25'	350'	1^0 12'	700'	0^0 24'	1100'	0^0 6'
175'	2^0 46'	400'	1^0 0'	750'	0^0 20'	1200'	0^0 4'
200'	2^0 25'	450'	0^0 50'	800'	0^0 17'	1390'	0^0 0'

2) **Die Bodenfläche ist geneigt.** In diesem Falle kann das Instrument tiefer oder höher stehen als die Latte; Fig. 256, S. 340 stellt den ersten, Fig. 257 den zweiten Fall vor. In beiden Figuren bezeichnet D B' die zu messende wagrechte Länge e', D d das durch die Drehaxe des Instruments gehende Loth, A B die auf v d senkrecht stehende Latte, d M die optische Axe des Fernrohrs, ω deren Neigungswinkel gegen den Horizont, welchen der Gradbogen angibt, β den Neigungswinkel des Bodens gegen den Horizont, o u den von den Fadenkreuzen gedeckten Lattenabschnitt.

Nach der vorausgehenden Nummer ist sehr nahe die Länge (d v) $= e \cos^2 \varepsilon$, und nach den Figuren kann man die Länge D B = (d v) setzen,

da D B v d nahezu ein Rechteck ist. Somit wird $D B' = (D B) \cos \beta = e \cos^2 \varepsilon \cos \beta$, und da der Winkel β in dem ersten Falle (Fig. 256) gleich $\omega - \varepsilon$ und in dem zweiten Falle (Fig. 257) gleich $\omega + \varepsilon$ ist, so folgt schliesslich die Horizontalentfernung

$$e' = e \cos^2 \varepsilon \cos (\omega \mp \varepsilon). \qquad (135)$$


Fig. 256.

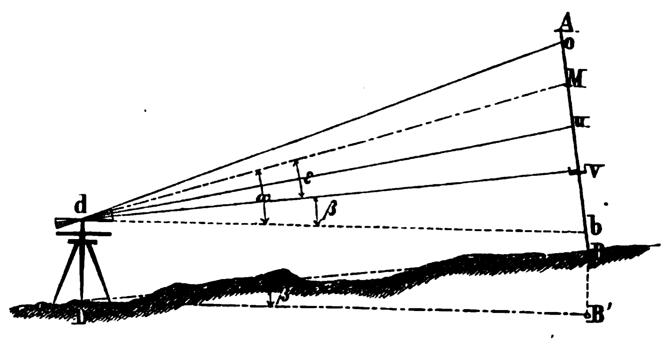
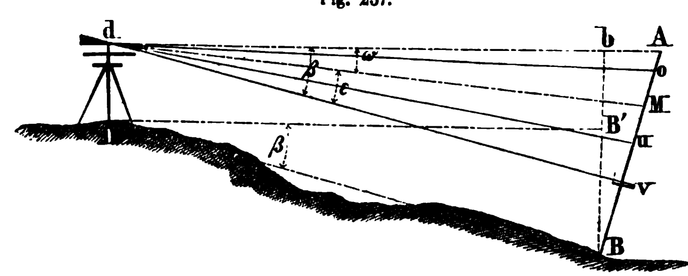


Fig. 257.



Zeigt bei einem erhöhten Standpunkte des Instruments der Gradbogen den Winkel $\omega = 0$ an, so ist offenbar $e' = e \cos^3 \varepsilon$; und wird bei einem schwach abfallenden Terrain der Winkel ω kleiner als ε, so hat man $\cos (\varepsilon - \omega)$ für $\cos (\omega - \varepsilon)$ zu setzen.

Es würde zu mühsam sein, wenn man auf dem Felde, wo man sehr viele schiefe Längen nach einander zu messen und ihre Horizontalprojectionen in die Aufnahme einzutragen hat, die Bestimmung jeder Projection nach der Formel (135) vornehmen müsste. Darum rechnet man für den Distanzmesser und seine Latte eine Tafel, welche sofort für jede abgelesene Entfernung und Neigung die Reductionsgrösse oder diejenige Länge angibt, welche von der Ablesung abzuziehen ist. Im Anhange zu diesem Buche findet man diejenige Reductionstabelle (Nr. II), welche wir für den Reichenbach'schen Distanzmesser, wie er in der Ertel'schen Werkstätte angefertigt wird, neu berechnet und im Eingange des Anhangs erläutert haben.

§. 200. Prüfung und Berichtigung. Der Reichenbach'sche Distanzmesser ist zunächst in seiner Eigenschaft als Kippregel und hierauf als

längenmessendes Instrument zu prüfen. Als Kippregel hat er dieselben sechs Anforderungen zu erfüllen, welche nach §. 127 an diese gestellt werden. Ob jenen Forderungen genügt wird, ist nach dem eben angeführten Paragraphen zu untersuchen; nur die Bestimmung des Collimationsfehlers erheischt ein etwas abgeändertes Verfahren, weil die Visirlinien des Distanzmessers mit der optischen Axe wohl in einer Ebene aber nicht in einer geraden Linie liegen. Wir geben diese Abänderung in der Aufsuchung des Collimationsfehlers weiter unten (Nr. 3) an und bemerken hier nur noch, dass auch die Berichtigungen, welche an den zum Winkelmessen dienenden Theilen des Distanzmessers nöthig werden, ganz und gar nach §. 127 vorzunehmen sind.

Als Längenmesser ist der Reichenbach'sche Apparat auf folgende Eigenschaften zu prüfen:

1) Ob die Distanzlatte richtig getheilt ist,

2) ob die beiden Fadenkreuze in Ordnung sind, und

3) ob der Verticalkreis keinen Indexfehler hat.

Zu 1. Darf man, wie es hier geschieht, eine hinreichend starke aber nicht zu schwere, aus gut getrocknetem Holze angefertigte, mit einem kurzen Diopter und zwei festen Handgriffen versehene Latte voraussetzen, so ist die weitere Untersuchung dieser Latte sehr einfach. Man misst nämlich die Länge der Latte von der Stelle an, welche einer Entfernung von 50 Fuss entspricht, bis zu einem der unteren Endstriche, der etwa 1000 Fuss Entfernung angehört, berechnet sich hieraus durch eine einfache Division dasjenige Stück (i) der Theilung, welches einem Längenunterschiede von 50 Fuss zwischen 50 und 1000 Fuss entspricht, und sieht zu, ob zwischen diesen zwei Stellen die Lattentheilung ganz gleichförmig ist, wie sie sein soll.

Hierauf untersucht man, ob der Lattenabschnitt x von 0 bis 50 die richtige Länge hat, d. h. nach Gleichung (130) um den Werth $h_0 = 0'036$ kürzer ist als $i = 0',706$ und somit $x = 0',670$.

Zu. 2. Die Untersuchung der Fadenkreuze hat sich über folgende Punkte zu erstrecken:

a) ob dieselben deutlich gesehen werden. Dieser Punkt wird nach §. 70, Nr. 4 erledigt. Zeigen sich die Fäden bei dem Blicke gegen die Luft nicht als reine schwarze Linien, so darf man den Abstand derselben vom Ocular hier nur durch Bewegung der letzteren, keinesfalls aber durch Verschiebung der Fadenkreuzplatte verändern. Desshalb kann letztere nach (Fig. 251) auch nicht verschoben werden. Ferner ist zu untersuchen:

b) ob die Fadenkreuzpunkte in einer Vertical-Ebene liegen. (Selbstverständlich, wenn der Distanzmesser auf horizontalem Messtische steht.) Diese Forderung ist nöthig, weil mit diesen Fadenkreuzen die Winkelschenkel auf den Messtisch projicirt werden müssen, und die Distanzlatte in der verticalen Projectionsebene steht. Die Untersuchung geschieht

wie bei der Kippregel mit einer Lothlinie; sollte die Linie o u (Fig. 252) gedreht werden müssen, so hätte dieses mit der Schraube zu geschehen, welche die Fadenplatte an der Ocularröhre festhält. Endlich ist zu untersuchen:

c) ob die Kreuzungspunkte unter sich den richtigen Abstand haben. Dazu ist nöthig, dass man auf festem ebenen Boden eine lange gerade Linie ausstecke und genau abmesse. Von 100 zu 100 Fuss lässt man Pfähle einschlagen, um die Latte in bestimmten Entfernungen vom Instrumente aufstellen zu können. Ueber dem ebenfalls mit einem Pfahle bezeichneten Anfangspunkte der abgemessenen Linie stellt man den Messtisch centrisch und horizontal auf und bezeichnet auf dem Tischblatte durch die Lothgabel die Projection des Anfangspunkts, um den Ständer des Distanzmessers darüber zu bringen. Nun lasse man die Latte auf dem Pfahle Nr. 1, der 100 Fuss entfernt ist, aufstellen und richte selbst das Fernrohr so auf dieselbe, dass man deutlich lesen und keine Parallaxe bemerken kann. Das eine (untere) Fadenkreuz wird auf Null gestellt und am anderen (oberen) abgelesen. Ausser dieser Ablesung macht man noch eine zweite am Verticalkreise und schreibt beide auf. Dasselbe Verfahren wiederholt man vorsichtig für alle abgesteckten Punkte und reducirt alsdann alle abgelesenen Entfernungen mit Hilfe der Reductionstabelle auf den Horizont. Stimmen diese reducirten Entfernungen mit den abgemessenen genau überein oder finden nur ganz geringe bald positive bald negative Abweichungen davon statt, so hat man an dem Fadenmikrometer Nichts zu verbessern; sind aber diese Entfernungen entweder alle kleiner oder alle grösser als die abgemessenen Längen, so muss man in dem ersten Falle den Abstand der Fäden etwas grösser und in dem zweiten Falle etwas kleiner machen, was durch Lüften oder Anziehen der in Fig. 252 mit s bezeichneten Stellschraube geschieht. Nach dieser Berichtigung — welche so gemacht wird, dass die Ablesung für einen bestimmten Standpunkt der Latte (z. B. auf dem Pfahle Nr. 5) deren Entfernung genau entspricht — wiederholt man die früheren Aufstellungen, Ablesungen, Reductionen und Correctionen so lange, bis man mit der Leistung des Instruments zufrieden ist.

Zu 3. Das Verfahren, den Collimationsfehler des Reichenbach'schen Distanzmessers zu bestimmen, ist nur wenig von dem im §. 127 beschriebenen, zur Kippregel gehörigen, verschieden. Da man nämlich nicht längs der optischen Axe des Fernrohrs visiren kann, so müssen die zwei Absehlinien benützt werden, welche die beiden Fadenkreuze gewähren; wir wollen zunächst die obere wählen, d. h. diejenige, welche ausserhalb des Fernrohrs über der optischen Axe liegt. Verfährt man nun mit der Messung gerade so, wie im §. 127 angegeben; behält man ferner dieselben Bezeichnungen wie dort für die Ablesungen (w' und w'') am Gradbogen, den wahren Höhenwinkel (w) und den Collimationsfehler (c) bei, und bezeichnet man weiter noch den Winkel, welchen die hier benützte obere Visirlinie mit der

optischen Axe des Fernrohrs bildet, mit δ, so ist nicht schwer einzusehen, dass folgende zwei Gleichungen richtig sind:

$$\begin{aligned} w' &= w + c - \delta \\ w'' &= w - c + \delta. \end{aligned} \qquad (136)^1$$

Hieraus folgt, wenn man die zweite Gleichung von der ersten abzieht,

$$w' - w'' = 2c - 2\delta \qquad (137)$$

und wenn man δ als bekannt voraussetzt, der Collimationsfehler c; will man aber diese Voraussetzung nicht machen, so lässt sich δ wegschaffen, indem man mit der unteren Visirlinie dasselbe Verfahren durchführt wie mit der oberen. Bezeichnen für diese Absehlinie w_1 und w_2 die abgelesenen Höhen- und Tiefenwinkel, so gelten für dieselbe folgende zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} w_1 &= w + c + \delta \\ w_2 &= w - c - \delta \end{aligned} \qquad (138)^1$$

aus denen auf demselben Wege wie vorhin

$$w_1 - w_2 = 2c + 2\delta \qquad (139)$$

erhalten wird. Verbindet man die Gleichungen (137) und (139) durch Addition, so folgt

$$c = \tfrac{1}{4}(w' - w'' + w_1 - w_2). \qquad (140)$$

Hat man den Collimationsfehler des Reichenbach'schen Distanzmessers auf diesem Wege bestimmt, so schaffe man ihn entweder durch Verschiebung des Nonius oder durch doppelte Beobachtung des Verticalwinkels weg, oder aber man bringe ihn gehörig in Rechnung. In beiden Beziehungen hat man die Gleichungen (136) und (138) zu beachten, welche Folgendes lehren:

1) Misst man die Neigung einer Linie an ihren beiden Endpunkten und jedesmal mit einer und derselben Absehlinie, so gibt das arithmetische Mittel aus den beiden Ablesungen den richtigen Neigungswinkel, der Collimationsfehler mag sein, welcher er will. Denn aus jenen Gleichungen folgt durch Addition:

$$w = \tfrac{1}{2}(w' + w'') \text{ und } w = \tfrac{1}{2}(w_1 + w_2). \qquad (141)$$

2) Misst man die Neigung einer Linie nur an einem Endpunkte, aber nach einander mit beiden Visirlinien, so ist zu dem arithmetischen Mittel der beiden Ablesungen am Gradbogen der Collimationsfehler zu addiren oder von ihm zu subtrahiren, je nach der Lage dieses Fehlers und des gemessenen Winkels. Denn aus der Verbindung der beiden ersten oder der beiden letzten Gleichungen der Formeln (136) und (138) folgt:

$$w = \tfrac{1}{2}(w' + w_1) \mp c \text{ und } w = \tfrac{1}{2}(w'' + w_2) \pm c. \qquad (142)$$

§. 201. **Distanzlatte für Metermass.** Mit Bezug auf die Bemerkung zu §. 197, S. 334 theilen wir hier in Fig. 258 eine für Metermass eingerichtete Latte zum Reichenbach'schen Distanzmesser mit. Dieselbe

[1] Um die Vorstellung nicht zu verwirren, ist hier der Collimationsfehler nicht sofort mit zwei Zeichen $\pm$ und $\mp$ versehen worden; es bedarf aber kaum der Erinnerung, dass in den beiden ersten Gleichungen (136) $-c$ für $+c$ und in den beiden letzten (138) $+c$ für $-c$ stehen könnte.

Fig. 258.

kann wie die Fusslatte (Fig. 253) mit Hilfe eines seitwärts (bei 80) angebrachten Diopters in senkrechter Stellung zur Fernrohraxe, aber auch mit Hilfe einer dem Diopter gegenüberstehenden (hier nicht sichtbaren) Dosenlibelle in lothrechter Stellung zum Distanzmessen verwendet werden. Sie hat ganz und gar die Grösse der Fusslatte, so dass der Lattenabschnitt von 0 bis 100, welcher 100 Meter Entfernung der Latte von der Verticalaxe des Instruments entspricht, gleich ist dem Abschnitte auf der Fusslatte (A — 34), welcher zu 340 Fuss Entfernung gehört. Die Fadenkreuzpunkte behalten also bei dieser Einrichtung für die Meterlatte genau den Abstand, welchen sie für die Fusslatte schon haben. Mit der Bemerkung, dass die hier dargestellte Latte auf der Rückseite als Nivellirlatte getheilt ist, gehen wir zu der Frage über: ob bei der Verwendung dieser Latte in senkrechter Stellung zur Fernrohraxe die in §. 199 begründete und im Anhange unter Nr. II mitgetheilte Tabelle zur Reduction der schiefen Entfernungen gebraucht werden kann.

Eine Anzahl Geometer und Mechaniker scheinen der Ansicht zu sein, dass es in dem vorliegenden Falle ausreiche, die alte Längeneinheit (Fuss) mit der neuen (Meter) zu vertauschen; diese Ansicht ist jedoch falsch. Denn da nach der Reductionsformel (135) auf Seite 340

$$e' = e \cos^2 \varepsilon \cos (\omega \mp \varepsilon)$$

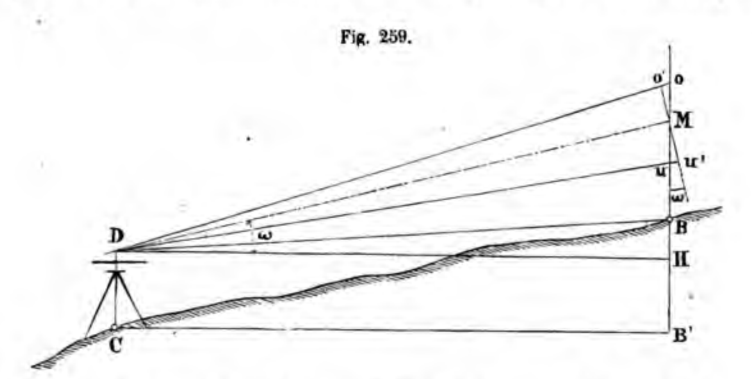
ist und in dem Factor von e der Winkel ε, welcher von einer constanten Grösse (dem Abstande des Diopters v vom Nullpunkte o der Latte) abhängt, sogar zweimal vorkommt, so ist klar, dass die Reductionen e — e', welche sich hieraus ergeben, nicht einfach durch Division mit der Länge eines Meters in Fuss für Metermass umgewandelt werden können. Diese Umwandlung erfordert durchaus, dass man erst den Winkel ε für Entfernungen, die in Meter ausgedrückt sind, sucht und in oben stehende Formel einsetzt, was aber nichts anderes als eine neue Berechnung der Reductionstabelle nach einer alten Formel ist.

Will man die Meterlatte (oder auch die Fusslatte) in lothrechter Stellung verwenden und bei der Beobachtung wie früher das untere Fadenkreuz des distanzmessenden Fernrohrs auf den Nullpunkt (A) der Latte einstellen, so kann die Reduction der schiefen Entfernung wie folgt geschehen.

Es sei der horizontale Abstand der Punkte B und

C = B′ C zu bestimmen. Die Latte stehe in B lothrecht und man habe in u den Lattenabschnitt o u = l, der einer Entfernung e entspricht, abgelesen; M sei die Mitte dieses Abschnitts und D M die Fernrohraxe, ω ihr

Fig. 259.



Neigungswinkel gegen den Horizont D H. Hat man D M aus l abgeleitet, so ist B′ C = D H = (D M) cos ω. Um nun D M zu finden, denke man sich o′ u′ durch M senkrecht zu D M bis an die Visirlinien D o und D u gezogen, so ist o′ M o = u′ M u = ω und genau genug o′ u′ = l cos ω; ferner ist, da die Lattenabschnitte sofort die ihnen entsprechenden Entfernungen bis zur Verticalaxe des Instruments angeben, D M = e cos ω, und endlich die gesuchte Horizontalprojection D H = C B′ gleich

$$e' = (D\ M) \cos \omega = e \cos^2 \omega. \tag{143}$$

Zieht man e′ von e ab, so ergibt sich diejenige Grösse c, um welche die Ablesung e zu vermindern ist, um die Horizontalprojection e′ zu erhalten. Diese Reduction beträgt somit

$$c = e - e' = e \sin^2 \omega \tag{144}$$

und lässt sich leicht berechnen; man kann aber diese Berechnung ersparen und die Projection e′ auf folgende Weise sofort graphisch darstellen. Da nämlich $\cos^2 \omega$ eine blosse Zahl ist, so kann man dieselbe einer anderen Zahl cos φ gleichsetzen und aus dieser Gleichheit den Winkel φ berechnen, welcher der Bedingung genügt:

$$\cos \varphi = \cos^2 \omega \tag{145}$$

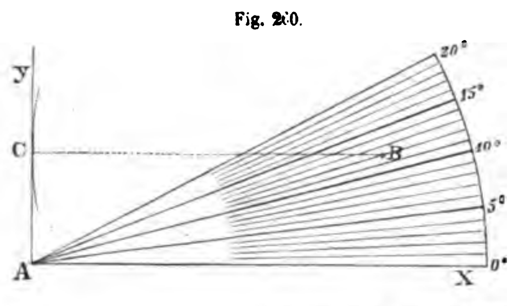
und dann nothwendig auch

$$e' = e \cos^2 \omega = e \cos \varphi \tag{146}$$

macht. Wenn man nun den der Bedingung (145) entsprechenden Winkel φ von einem Scheitel und einer festen Axe aus, wie in Fig. 260, aufträgt, so kann man damit eine unter dem Neigungswinkel ω abgelesene Entfernung e dadurch auf den Horizont reduciren, dass man A B = e auf dem mit der Gradzahl ω bezeichneten Strahle abträgt und von B aus die Parallele zu A X = B C abgreift, welches die gesuchte Projection ist, wie aus der Construction der beigedruckten Figur sofort folgt.

Die Vereinigung der nach Gleichung (145) berechneten Winkel φ zu

Fig. 260.



einem von Prof. Jordan vorgeschlagenen und auf Metall, Holz oder Pappe auszuführenden Diagramm (Fig. 260) erfordert, dass man diese Winkel nicht mit einem Transporteur, sondern mit Hilfe ihrer Tangenten auftrage, welche sich aus der leicht zu construirenden Formel berechnen lassen:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \omega \sqrt{2 + \operatorname{tg}^2 \omega}\,. \tag{147}$$

Für eine grössere Anzahl von Werthen des Winkels ω sind die zugehörigen Werthe φ und $\operatorname{tg} \varphi$ bereits in Jordan's Taschenbuch der practischen Geometrie S. 233 wie folgt angegeben:

ω	φ	tg φ	ω	φ	tg φ
0°	0° 0′	0,0000	10°	14° 6′	0,2512
1	1 27	0,0253	11	15 30	0,2773
2	2 48	0,0489	12	16 55	0,3041
3	4 15	0,0743	13	18 19	0,3310
4	5 39	0,0989	14	19 43	0,3584
5	7 4	0,1240	15	21 5	0,3855
6	8 29	0,1491	16	22 29	0,4139
7	9 53	0,1742	17	23 51	0,4421
8	11 18	0,1998	18	25 14	0,4713
9	12 42	0,2254	19	26 37	0,5011
10	14 6	0,2512	20	27 59	0,5313

Professor J. Wild in Zürich hat schon früher einen Rechenschieber für die in Rede stehende Reduction in Anwendung gebracht, und derselbe ist auch gut zu gebrauchen, doch scheint uns das Jordan'sche Diagramm einfacher und practischer zu sein. (Zu der Beschreibung des Wild'schen Reductionsverfahrens, welche Ingenieur Stambach in seiner Schrift: „Der Distanzmesser und seine Anwendung, Aarau 1872“ gibt, sei uns hier die Bemerkung gestattet, dass der von Professor Wild gebrauchte und von Kern in Aarau verfertigte Distanzmesser dem Reichenbach-Ertel'schen nicht bloss „ähnlich“, sondern in den wesentlichen Theilen gleich ist.)

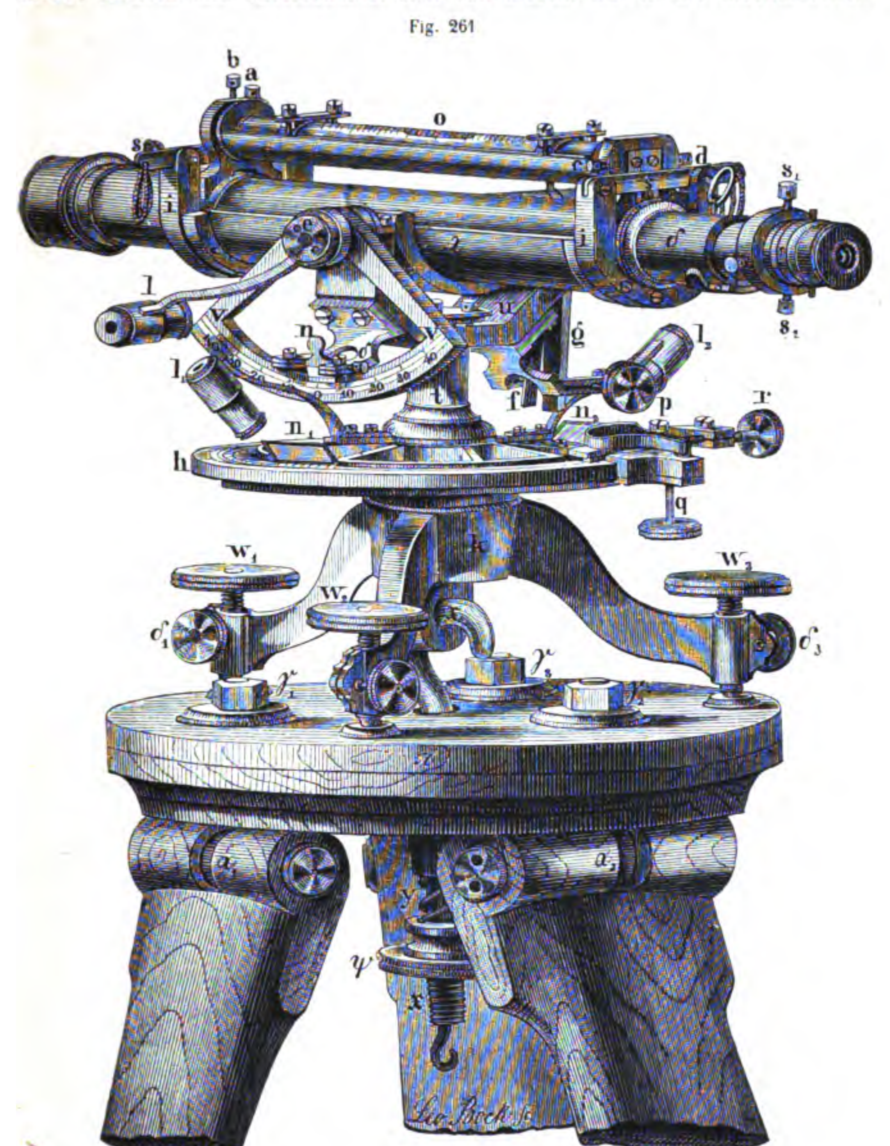
Der Reichenbach-Ertel'sche Distanzmesser.[1]

§. 202. Dieser Distanzmesser ist an dem Ertel'schen Universalinstrumente angebracht, welches drei Zwecke zugleich erfüllt, indem es zum Messen

[1] In dem Preisverzeichnisse von Ertel und Sohn ist dieses Instrument unter dem Namen »grosses Nivellirinstrument« aufgeführt, weil es als solches vorzugsweise verwendet wird.

horizontaler und verticaler Winkel, zum Nivelliren und Distanzmessen dient. Als Distanzmesser stimmt es im Princip mit dem Reichenbach'schen Instrumente überein und unterscheidet sich von diesem nur in der mechanischen

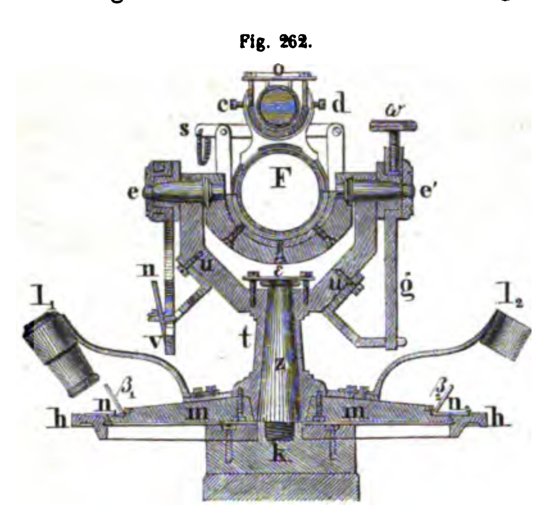
Fig. 261



Einrichtung des Fadenmikrometers, das in Folge der Verbindung von Theodolith, Nivellirinstrument und Distanzmesser einer Abänderung bedurfte. Gerade diese Verbindung, welche in vortrefflicher Weise ausgeführt ist,

macht das in Rede stehende Instrument zu einem der brauchbarsten geodätischen Apparate. In Fig. 261, S. 347 ist dasselbe perspectivisch abgebildet, in Fig. 262 lothrecht durchschnitten, und es soll hier lediglich in Beziehung auf Distanz- und Winkelmessung näher betrachtet werden.

Fig. 262.



Auf dem Gestelle (π), das nach Reichenbach wie das in §. 123 S. 177 beschriebene Messtischgestell gebaut ist, steht ein messingner Dreifuss (k) mittels dreier Stellschrauben (w), deren aufgeschlitzte Muttern durch drei kleinere Schräubchen (δ) nach Erforderniss etwas gelüftet oder verengt werden können. Ein Haken (x) verbindet diesen Dreifuss so mit dem Gestelle, dass er nicht herabfallen, sich aber doch so viel bewegen kann, als die Horizontalstellung des Kreises durch die Fussschrauben erfordert. Zu dem Ende ist der Haken unten mit einer federnden Spirale (y) umwunden, welche einerseits an die Gestellplatte (π) und andererseits an die am unteren Ende des Hakens befindliche Schraubenmutter (ψ) drückt. An dem Dreifusse ist der Horizontalkreis (h) durch Speichen und der Zapfen (z, Fig. 262) für den Alhidadenkreis durch eine Schraube befestigt. Dieser nach oben sich verjüngende stählerne Zapfen steckt in der Mitte des Dreifusses (k) und steht zur gemeinsamen Ebene des Horizontal- und Alhidadenkreises senkrecht. Mit Hilfe einer genau gebohrten Büchse (t), an der sich die Speichen (m) des Alhidadenkreises vereinigen, dreht sich dieser um den Verticalzapfen und in dem Horizontalkreise; durch die Klemmschraube q kann der Alhidadenkreis angehalten und durch die Mikrometerschraube r alsdann noch etwas vor- oder rückwärts bewegt werden. Der silberne Limbus des Horizontalkreises ist in 2160 gleiche Theile, ein Grad also in 6 Theile getheilt. Die unmittelbare Ablesung geht somit bis zu 10 Minuten. Die beiden auf dem Alhidadenkreise befindlichen Nonien (n_1, n_2) stehen sich diametral gegenüber und haben eine Angabe von 10 Secunden, da 60 Noniustheile 59 Nimbustheilen gleich sind. Der Zweck der Lupen l_1 und l_2 ist bekannt. Die Büchse (t), welche den Alhidadenkreis trägt und deren Bewegung um den Hauptzapfen z durch die zwischen v und u sichtbaren Federn und Schrauben (ε) geregelt wird, erweitert sich nach oben in zwei Arme (u, u), denen sich ein halbcylindrisches Lager (λ) um eine zur Hauptaxe senkrechte und zu den Kreisebenen parallele Axe (e e') drehen und feststellen lässt.

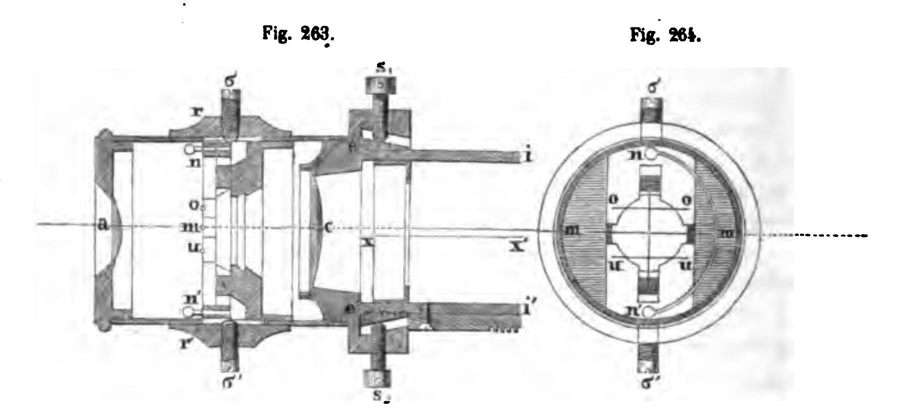
Dieses Lager ist für das Fernrohr bestimmt, dessen Objectivröhre mit zwei genau abgedrehten Metallringen von gleichem Durchmesser auf den ebenfalls genau cylindrisch ausgedrehten Endstücken (i, i) des Lagers ruht und in denselben um seine optische Axe gedreht werden kann, während es sich mit dem Lager um die Axe e e', welche die Drehaxe des Fernrohrs heisst und dessen optische Axe senkrecht schneidet, bewegt. Auf den Metallringen der Objectivröhre des Fernrohrs stehen die cylindrischen Füsse einer nach Fig. 24 und §. 42 eingerichteten Röhrenlibelle, welche sich auf dem Fernrohre umsetzen und durch Schliessen (s, s) festhalten lässt. An der Drehaxe (e e') des Fernrohrs ist ein Gradbogen (v) angebracht, welcher zum Messen verticaler Winkel dient. Derselbe umfasst nur einen Viertelkreis und dient somit bloss zur Messung von Höhen- und Tiefenwinkeln, welche 45^0 nicht überschreiten. Um mehr als diesen Betrag lässt sich auch das Fernrohr nicht kippen. Indem man diese Beschränkung der Verticalbewegung eintreten liess, hatte man nur den Zweck der Distanzmessung, welche keine grösseren Höhen- oder Tiefenwinkel fordert, und bloss gewöhnliche trigonometrische Höhenmessungen vor Augen. Wollte man in der Messung der Verticalwinkel weiter gehen, so müsste der Träger des Fernrohrs erhöht und dieses selbst zum Durchschlagen eingerichtet werden. Dadurch ginge aber an der Einfachheit des in Rede stehenden Universalinstruments Viel verloren und sein Preis stiege bedeutend. Diese Rücksichten waren für die angedeutete Einrichtung des Verticalkreises entscheidend. Derselbe hat einen silbernen Limbus, welcher unmittelbar in Viertelgrade getheilt ist, und einen Nonius (n), der einzelne Minuten angibt. Der Nullpunkt (0) liegt in der Mitte des Gradbogens und diese in der Ebene, welche durch die Drehaxe e e' des Fernrohrs geht und auf dessen optischer Axe senkrecht steht. Der Nonius n läuft in zwei Körnern (δ, δ), welche eine geringe Verschiebung desselben am Gradbogen zu dem Zwecke verstatten, den Collimationsfehler zu beseitigen. Die grobe Drehung des Verticalkreises ist möglich, wenn die bei e' auf die Axe e e' drückende Schraube (ω) gelüftet wird; ist dagegen diese Schraube angezogen, so kann der Verticalkreis und das Fernrohr sammt der Libelle nur noch mit der Mikrometerschraube p, welche auf den Hebel g und die Stahlfeder f wirkt, fein gedreht werden.

Was das Fernrohr betrifft, so ist dasselbe ein astronomisches mit achromatischem Objectiv von 17 Linien Oeffnung und 18 Zoll Brennweite und einem Huyghens'schen Doppelocular, welches eine 25malige Vergrösserung gewährt. Fig. 263 stellt einen Längenschnitt und Fig. 264 einen Querschnitt dieses Oculars und des in ihm angebrachten Fadenmikrometers vor.

Die beiden Ocularlinsen sind mit a und c, die zum Distanzmessen dienenden Horizontalfäden mit o und u, und die Fäden des zum Winkelmessen und Nivelliren bestimmten Fadenkreuzes mit m und n bezeichnet. Der in der Richtung n n' ausgespannte Verticalfaden und die drei Horizontalfäden (o, m, u) liegen in zwei einander berührenden, auf der optischen

Axe des Fernrohrs senkrecht stehenden Ebenen dergestalt, dass sich die Fäden o o und u u unabhängig von den Fäden m m und n n' bewegen lassen. Die Bewegung der Fäden o o und u u geschieht durch die Schräubchen

Fig. 263. Fig. 264.



σ und σ', welche auf die Plättchen n, n' mit den Fäden o, u drücken, und durch die Stahlfeder n m n', welche in n und n' mit den eben genannten Plättchen fest verbunden ist und sie auseinander zu ziehen strebt. Man begreift, dass es durch diese Einrichtung möglich ist, nicht nur den Abstand o u zu berichtigen, sondern auch die Abstände o m und u m einander gleich zu machen. Damit das mittlere Fadenkreuz in die optische Axe des Fernrohrs gebracht werden kann, ist die Ocularröhre in zwei Theile getrennt, von denen der eine gegen den anderen in zwei zu einander und zur optischen Axe senkrechten Richtungen verstellt werden kann. Diese Verstellung geschieht durch die vier Schräubchen s_1 bis s_4, wovon je zwei einander diametral gegenüber stehen. Sollte z. B. die Axe xx' mit a c vereinigt werden, so müsste man das Schräubchen s_1 lüften und s_2 anziehen; denn durch dieses Verfahren bewegt sich offenbar der Theil e i i' e' der Ocularröhre an der Fläche e e' aufwärts gegen den vorderen Theil a e e' a. Das Augenglas a ist hier etwas grösser als an den gewöhnlichen astronomischen Fernrohren, und zwar desswegen, weil es zu gleicher Zeit für die drei Kreuzungspunkte o, m, u bestimmt ist, während bei der in §. 197 beschriebenen Einrichtung jedes Fadenkreuz sein eigenes Augenglas hat. Wollte man hier auch jeden Kreuzpunkt durch ein besonderes Glas anschauen, so wären deren drei erforderlich, die sich nicht wohl anbringen liessen. Sie sind aber auch nicht nöthig, denn die Erfahrung lehrt, dass man sich in dem vorliegenden Falle recht gut mit einem Augenglase begnügen kann.

Die Distanzlatte, welche zu dem Ertel'schen Universalinstrumente gehört, ist eben so eingerichtet wie die in §. 197 beschriebene, nur ist sie kürzer und mit einer Nivellirlatte vereinigt; es enthält nämlich eine Seite die Theilung für Entfernungen bis zu 600 Fuss und die andere die Theilung für das

Nivelliren. Wäre diese Latte genau so lang wie die frühere, so würde man auch dieselben Reductionsgrössen, welche für jene erste Latte gelten, anwenden können; so aber müssen für eine kürzere Latte neue berechnet werden, weil nach Gleichung 134 der Winkel ε, welcher in den Reductionsformeln vorkommt, von dem gegenseitigen Abstande l des Nullpunkts der Latte und der Absehlinie des Diopters abhängt. Die Grösse l beträgt an der Latte des Ertel'schen Distanzmessers nur 4 Fuss, während sie an der Reichenbach'schen 9,8 Fuss gleich ist.

Aus §. 201 ist klar, dass wenn man die hier beschriebene oder in Metermass abgeänderte Latte beim Aufnehmen in lothrechter Stellung (statt normal zur Fernrohraxe) verwenden würde, besondere Reductionstabellen nicht erforderlich wären, sondern alle Reductionen mit dem daselbst beschriebenen Diagramm ausgeführt werden könnten.

§. 203. **Wirkung des Collectivglases.** Das Fernrohr des in §. 197 beschriebenen Reichenbach'schen Distanzmessers entbehrt das Collectivglas des Ertel'schen. Man kann desshalb die Gleichung (129), welche die mathematischen Beziehungen zwischen Entfernung, Lattenabschnitt, Brennweite des Objectivs und Fadenabstand für das erstere Distanzfernrohr ausdrückt, nicht auch für das letztere annehmen, ohne durch eine besondere Untersuchung dazu berechtigt zu sein.

Aus der Fig. 263 geht indessen sofort hervor, dass die Collectivlinse c mit dem Augenglase a und dem in der Mitte von beiden stehenden Fadenkreuze o m u ein Huyghens'sches Ocular bildet, von dem wir aus §. 68, S. 97 wissen, dass es ein umgekehrtes Bild y' des Gegenstands liefert, welches jedoch nur $^2/_3$mal so gross ist als dasjenige Bild y, welches ohne die Collectivlinse entstehen würde; es ist somit, wenn a die Entfernung der Latte vom Objectiv, f dessen Brennweite und h den beobachteten Lattenabschnitt bezeichnet, die Bildgrösse

$$y' = \tfrac{2}{3}\, y = \tfrac{2}{3} \cdot \frac{f\,h}{a - f} \qquad (148)$$

und demnach auch die Vergrösserung, wie schon auf S. 97 hervorgehoben wurde,

$$v' = \tfrac{2}{3}\, v. \qquad (149)$$

Nennt man b' den Abstand der Horizontalfäden o und u des Fadenmikrometers, so ist $b' = 2\,y'$ zu setzen, wenn h der halbe von den Absehlinien gedeckte Lattenabschnitt ist. Nimmt man ferner, weil es sich bloss um die absolute Grösse des Bilds y' handelt, von dem Vorzeichen des Ausdrucks für dasselbe Umgang, so erhält man aus der Gleichung $b' = 2\,y'$ die Entfernung

$$a = \frac{2\,f}{3\,b'}\,h + f \qquad (150)$$

und wenn man den Coefficienten von h gleich c' und die Entfernung der Latte von der Drehaxe des Fernrohrs $a + {}^1/_2\, f = e$ setzt, so wird

$$e = c'\,h + 1{,}5\,f = c'\,h + d \qquad (151)$$

ein Ausdruck, welcher sich von dem in Nr. 129 nur dadurch unterscheidet, dass hier

$$c' = \frac{2\,f}{3\,b'} \text{ und dort } c = \frac{f}{b} \qquad (152)$$

ist. Erwägt man aber, dass für den Ertel'schen Distanzmesser dieselbe Latte wie für den Reichenbach'schen gilt, also zu einem bestimmten Werthe von e für beide Instrumente derselbe Lattenabschnitt h stattfindet, so wird offenbar $c' = c$, dagegen

$$b' = \frac{2\,f}{3\,c'} = \frac{2\,f}{3\,c} = \frac{2}{3}\,b. \qquad (153)$$

Und in der That beträgt der Abstand der Horizontalfäden o und u an dem Ertel'schen Universalinstrumente nur zwei Drittel des Abstands der Kreuzpunkte in dem Reichenbach'schen Distanzmesser, nämlich $4{,}67^{mm}$, während die Brennweite f des Objectivs hier wie dort $= 0{,}496^{m}$ ist. Die Wirkung des Collectivglases auf das Fadenmikrometer besteht somit darin, dass es den Abstand der Fäden kleiner zu machen gestattet als ein Fernrohr von gleicher Brennweite ohne Collectivglas.

Die Gleichung (148) findet nur in der Voraussetzung statt, dass die Mikrometerfäden von der Collectivlinse um die Brennweite f_1 des Augenglases abstehen; es darf somit auch, wenn jene Gleichung richtig bleiben soll, keine Verschiebung des Fadenkreuzes stattfinden. Denn würde man die Fäden dem Augenglase nähern, d. h. die Bildweite des Collectivs grösser als f_1 machen, so würde auch das Bild y' selbst kleiner werden; umgekehrt müsste das Bild wachsen, wenn man die Fäden von dem Augenglase weiter weg und näher an das Collectivglas rückte. Hieraus geht zur Genüge hervor, dass das deutliche Sehen der Fadenkreuze nur durch Verschiebung des Augenglases längs der optischen Axe bewirkt werden darf, weil sonst verschiedene Augen von einander abweichende Ablesungen an der Distanzlatte erhalten würden.

In den von Ertel construirten Reichenbach'schen Distanzmessern sind stets nur Oculare nach Huyghens, welche eben mit Bezug auf diesen besonderen Zweck betrachtet wurden, angewendet; es ist aber keine Frage, dass Ramsden'sche Oculare (§. 68, Nr. 2, Fig. 65) dem vorliegenden Zwecke besser entsprechen würden, und zwar nicht etwa desshalb, weil sie mehr vergrössern, sondern hauptsächlich aus dem Grunde, weil die vom Objectiv und dem Fadenkreuze kommenden Lichtstrahlen durch eine und dieselbe Linsencombination ins Auge gelangen, was bei dem Huyghens'schen Ocular nicht der Fall ist, das überdiess die Horizontalfäden stets etwas undeutlich und gekrümmt zeigt.

§. 204. **Reduction der schiefen Längen.** Für die Herstellung der Horizontalprojection der geneigten Linien, deren Länge mit dem Ertel'schen Distanzmesser bestimmt worden ist, gelten ganz und gar die Betrachtungen des §. 199 und es ist denselben nur die Bemerkung beizufügen, dass die Werthe von ε in dem vorliegenden Falle, wo die Distanzlatte bloss für

600 Fuss Entfernung eingerichtet ist, aus der Gleichung (133) erhalten werden, wenn man $l = 4$ Fuss setzt. Unter dieser Annahme wird

$$m = \frac{2\,l\,c + d}{c} = 8{,}036, \quad n = \frac{1}{c} = 0{,}01412 \qquad (154)$$

und die Gleichung zur Berechnung des Winkels ε:

$$\sin 2\,\varepsilon = \frac{8{,}036}{e} - 0{,}01412. \qquad (155)$$

Danach ist folgende Tabelle gerechnet.

Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε
50′	4° 13′	175′	0° 55′	300′	0° 22′	425′	0° 8′
75′	2° 40′	200′	0° 45′	325′	0° 18′	450′	0° 6′
100′	1° 54′	225′	0° 37′	350′	0° 15′	500′	0° 3′
125′	1° 26′	250′	0° 31′	375′	0° 13′	550′	0° 1′
150′	1° 8′	275′	0° 26′	400′	0° 10′	600′	0° 0′

Auf diese Tabelle und die Formel Nr. 135 stützt sich die zweite mit Nr. III bezeichnete Reductionstabelle, welche für die kleineren Ertel'schen Distanzlatten gilt und dem Anhange beigefügt ist. Es bedarf wohl keines besonderen Nachweises, dass die kleine Latte mit der zugehörigen Reductionstabelle eben so gut für den Reichenbach'schen als die grosse Latte mit ihrer Tabelle für den Ertel'schen Distanzmesser gebraucht werden kann; und eben so ist für sich klar, dass die in §. 201 beschriebene Distanzlatte für Metermass in lothrechter Stellung und unter Benützung des Jordan'schen Diagramms mit dem hier besprochenen Distanzmesser verbunden werden kann.

§. 205. **Prüfung und Berichtigung.** Die Aufstellung und der Gebrauch des Ertel'schen Universalinstruments als Theodolith stimmen mit jenen des früher beschriebenen einfachen Theodolithen überein; die Verwendung als Distanzmesser ergibt sich aus den Erklärungen des Reichenbach'schen Instruments von selbst, und von dem Gebrauche desselben als Nivellirinstrument ist in dem nächsten Abschnitte die Rede. Es ist daher hier nur noch Einiges über die Prüfung und Berichtigung des Instruments beizufügen. Dabei übergehen wir die Untersuchungen über die Theilung der Latten, Kreise und Nonien, die Excentricität der Alhidade und des Fernrohrs, die senkrechte Lage der Kreise gegen ihre Axen u. s. w., und beschäftigen uns bloss mit denjenigen Prüfungen, welche von Zeit zu Zeit vorzunehmen und darauf zu richten sind:

1) ob die Libellenaxe mit der Fernrohraxe parallel läuft;
2) ob die Fadenkreuze deutlich gesehen werden;
3) ob das mittlere Fadenkreuz in der optischen Axe liegt;
4) ob die Drehaxe zur Visirlinie des Fernrohrs senkrecht steht;
5) ob der Verticalkreis keinen Collimationsfehler hat, und
6) ob die Horizontalfäden des Fadenkreuzes richtig gestellt sind.

Die erste Prüfung und Berichtigung wird nach der in §. 43 gegebenen Anleitung vorgenommen. Bei der zweiten richtet man das Fernrohr gegen die freie Luft und dreht das in die Ocularröhre geschraubte Augenglas so lange vor- oder rückwärts, bis man die Fäden als reine schwarze Linien deutlich sieht. Die dritte Untersuchung geschieht nach §. 70, während die Berichtigung auf die bei der Beschreibung des Fernrohrs angegebene Weise durch die Stellschräubchen s_1, s_2 und s_3, s_4 bewirkt wird. Die vierte Forderung ist erfüllt, wenn die in der optischen Axe liegende mittlere Visirlinie bei horizontal stehendem Kreise eine lothrechte Linie beim Auf- und Niederkippen fortwährend deckt; findet diese Deckung nicht statt, so lässt sich eine Verbesserung der gegenseitigen Lage der genannten Axen dadurch vornehmen, dass man das Ocular sammt dem Fadenkreuze durch die horizontalen Stellschräubchen s_3, s_4 (Fig. 261) gegen die mechanische Axe des Fernrohrs etwas verschiebt. Bei dieser Untersuchung bleibt es allerdings ungewiss, ob der Fehler von der schiefen Lage der zwei Axen des Fernrohrs allein, oder bloss von der Dreh- und Alhidadenaxe, oder endlich von allen drei Axen zugleich herrührt. Wollte man hierüber auf einfachem Wege Gewissheit erlangen, so müsste entweder auf der Drehaxe eine Libelle stehen oder das Fernrohr zum Durchschlagen eingerichtet sein. (Dieser letzteren Forderung kann übrigens nothdürftig genügt werden, wenn man das Fernrohr aus seinen Lagern hebt, umkehrt und so wieder einlegt, als ob es lediglich durchgeschlagen worden wäre). Die Bestimmung und Beseitigung des Collimationsfehlers geschieht unverändert nach §. 150, Nr. 4, S. 246 und die letzte Untersuchung, welche die Horizontalfäden betrifft, nach §. 200, Nr. 2, S. 341. Hierzu ist nur noch zu bemerken, dass man die Abstände m o und m u der Horizontalfäden o und u gern einander und $^1/_2$ b′ gleich macht, weil man manchmal in den Fall kommt, eine grössere Länge, als die Latte bei Benützung der Fäden o und u gestattet, zu messen. In solchen Fällen benützt man die Fäden o und m oder m und u, weil, wenn b′ nur halb so gross ist als gewöhnlich, ein und derselbe Lattenabschnitt h nahezu die doppelte Entfernung anzeigt. Denn setzt man in den Gleichungen (150) und (151) $^1/_2$ b′ für b′, so geht a in a′ und e in e′ über und es wird

$$a' = \frac{4\,f}{3\,b'}\,h + f \text{ und } e' = 2\,c'\,h + d. \qquad (156)$$

Da $e = c'h + d$, so verhält sich $e : e'$ wie $(c'h + d) : (2\,c'h + d)$ oder fast wie 1 : 2, da d im Verhältniss zu dem Producte c′ h nur sehr klein ist.

§. 206. **Constantenbestimmung.** Da nach Gleichung 129 zwischen der Entfernung e, dem Lattenabschnitte h und den Constanten c, d die Relation besteht:

$$e = c\,h + d$$

so kann man aus zusammengehörigen Messungen von Entfernungen (e) und Lattenabschnitten (h) nach Bd. II, §. 16, S. 19 entweder die beiden

Constanten c und d mit Hilfe der Gleichungen $e_1 = h_1 c + d$; $e_2 = h_2 c + d$ u. s. w. bestimmen, oder aber man kann sich darauf beschränken, nur die Constante c auf diesem Wege zu finden. Denn da die Constante d gleich ist der Brennweite des Objectivs des Fernrohrs plus dem Abstande dieses Objectivs von der Verticalaxe des Instruments, so lässt sich letztere durch directe Messung am besten ermitteln; nehmen wir aber d als bekannt an, so ist

$$e - d = c\,h$$

der Abstand der Latte vom äusseren Brennpunkte des Objectivs und nur mehr die Constante c zu bestimmen, wie hier geschieht.

Benützen wir hierzu die Beobachtungen, welche Helmert an einem Reichenbach'schen Distanzmesser von Breithaupt gemacht und in seiner „Ausgleichungsrechnung" S. 67 mitgetheilt hat, so sind zur Berechnung von c nach der Methode der kleinsten Quadrate folgende Data vorhanden:

Lattenabstand e — d	Lattenabschnitt h (1. Messung)	Lattenabschnitt h (2. Messung)	Lattenabschnitt h (Mittel)
m	m	m	m
125,679	1,2688	1,2661	1,2674
119,684	1,2100	1,2039	1,2070
107,694	1,0829	1,0830	1,0830
95,704	0,9669	0,9637	0,9653
83,714	0,8468	0,8434	0,8451
71,724	0,7236	0,7195	0,7215
59,734	0,6033	0,6002	0,6018
47,744	0,4805	0,4805	0,4805
35,754	0,3601	0,3593	0,3597
23,764	0,2390	0,2390	0,2390
11,774	0,1187	0,1183	0,1185

Da als vorläufiger Werth von c die Zahl 99,2 ermittelt war, so kann man die daran anzubringende Verbesserung x heissen und

$$c = 99{,}2 + x$$

setzen. Schreibt man ferner die wirklich beobachteten Lattenabstände $e - d = l$, so hat man allgemein die Fehler v zwischen Berechnung und Beobachtung:

$$v = (99{,}2 + x)\,h - l = (99{,}2\,h - l) + h\,x = k + h\,x. \qquad (157)$$

Hiernach ergeben sich sofort folgende 11 Fehlergleichungen:

$$\begin{aligned} v_1 &= +0{,}047 + 1{,}2674\,x & v_6 &= -0{,}151 + 0{,}7215\,x \\ v_2 &= +0{,}050 + 1{,}2070\,x & v_7 &= -0{,}035 + 0{,}6018\,x \\ v_3 &= -0{,}260 + 1{,}0830\,x & v_8 &= -0{,}078 + 0{,}4805\,x \\ v_4 &= +0{,}054 + 0{,}9653\,x & v_9 &= -0{,}072 + 0{,}3597\,x \\ v_5 &= +0{,}120 + 0{,}8451\,x & v_{10} &= -0{,}055 + 0{,}2390\,x \end{aligned} \qquad (158)$$

$$v_{11} = -0{,}019 + 0{,}1185\,x.$$

Macht man die Summe [v v] zu einem Minimum, so wird

$$x = -\frac{[k\,h]}{[h\,h]} = +\frac{0{,}2169}{7{,}1960} = 0{,}0301$$

$$c = 99{,}2 + x = 99{,}2301.$$

Mit dem gefundenen Werthe von x berechnen sich die einzelnen Fehler wie folgt:

$$\begin{array}{lll} v_1 = +\,0{,}085 & v_5 = +\,0{,}145 & v_9 = -\,0{,}061 \\ v_2 = +\,0{,}086 & v_6 = -\,0{,}129 & v_{10} = -\,0{,}048 \\ v_3 = -\,0{,}228 & v_7 = -\,0{,}017 & v_{11} = -\,0{,}015 \\ v_4 = +\,0{,}083 & v_8 = -\,0{,}063 & [v\,v] = 0{,}1217. \end{array}$$

Der mittlere Fehler m der beobachteten Werthe l ist in dem vorliegenden Falle entweder nach Formel (5) oder (30) der „Methode der kleinsten Quadrate" im ersten Abschnitte des II. Bands (S. 11 oder 20) zu berechnen, welche beide

$$m = \sqrt{\frac{[v\,v]}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{,}1217}{10}} = \mp\,0{,}110$$

liefern. (Dass man die eine oder die andere Formel anwenden kann, rührt davon her, dass sich der hier vorliegende Fall $l = c\,h$ eben so als Ausgleichung gleich genauer directer Beobachtungen, welche Vielfache einer Unbekannten sind, wie als Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen von gleicher Genauigkeit mit einer einzigen Unbekannten betrachten lässt. Vergl. Bd. II, S. 21 oben.)

Das Ergebniss der vorliegenden Ausgleichung ist somit die Constante

$$c = 99{,}23 \mp 0{,}11$$

und die zur Berechnung der Lattenabstände von der Verticalaxe des Instruments dienende Formel

$$e = 99{,}23\,h + 0{,}335 \qquad (159)$$

worin $0^m{,}335$ den Abstand des äusseren Objectiv-Brennpunkts von der genannten Axe bezeichnet.

Wollte man die Voraussetzung, auf welcher vorstehende Rechnung beruht: dass die Fehler $v_1, v_2 \ldots$ gleiche Genauigkeit haben, nicht gelten lassen, sondern die mittleren Fehler den Lattenabständen proportional annehmen, so würden, da in diesem Falle die Fehler auch nahezu mit den Ablesungs-Differenzen wachsen, die Fehlergleichungen (158) durchweg mit diesen Differenzen zu dividiren sein und auf diese Weise die nunmehrigen (accentuirten) Fehler werden:

$$\begin{array}{ll} v_1' = +\,0{,}037 + x & v_6' = -\,0{,}209 + x \\ v_2' = +\,0{,}042 + x & v_7' = -\,0{,}059 + x \\ v_3' = -\,0{,}240 + x & v_8' = -\,0{,}163 + x \\ v_4' = +\,0{,}056 + x & v_9' = -\,0{,}200 + x \\ v_5' = +\,0{,}142 + x & v_{10}' = -\,0{,}231 + x \end{array}$$

$$v_{11}' = -\,0{,}159 + x.$$

Hieraus folgt:

$$x = \frac{0{,}984}{11} = 0{,}0895.$$

Mit dem Werthe von x ergeben sich die Fehler wie folgt:

$$v_1' = +\,0{,}127 \qquad v_6' = -\,0{,}119$$
$$v_2' = +\,0{,}132 \qquad v_7' = +\,0{,}031$$
$$v_3' = -\,0{,}150 \qquad v_8' = -\,0{,}073$$
$$v_4' = +\,0{,}146 \qquad v_9' = -\,0{,}110$$
$$v_5' = +\,0{,}232 \qquad v_{10}' = -\,0{,}141$$
$$v_{11}' = -\,0{,}069,$$

und hiermit findet man den mittleren Fehler

$$m' = \sqrt{\frac{[v'\,v']}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{,}1884}{10}} = \mp\,0{,}137.$$

$$c = 99{,}2 + x = 99{,}2895 \mp 0{,}137$$

$$e = 99{,}29\,h + 0{,}335. \qquad (160)$$

Die Werthe von c in den beiden Gleichungen (159) und (160) sind somit um 99,29 — 99,23 = 0,06 oder um $^1/_{1700}$ des Werths von c verschieden. Nimmt man an, dass die Wahrheit zwischen den beiden Voraussetzungen liegt, welche hier bezüglich der Genauigkeit der Fehler gemacht wurden, so kann man c = 99,26 und e = 99,26 h + 0,335 setzen, wie es Helmert für seinen Distanzmesser auch gethan hat.

§. 207. **Genauigkeit der Distanzmessung.** Kann man nach der Anleitung des §. 206 in jedem besonderen Falle auf Grund von Beobachtungen den mittleren Fehler m einer Lattenablesung berechnen, so ist es doch nicht Jedermanns Sache dergleichen Beobachtungen und Rechnungen vorzunehmen: der Practiker begnügt sich vielmehr meist mit Angaben über die Genauigkeit seiner Instrumente, welche von zuverlässigen Beobachtern herrühren, und sucht durch sorgfältige Arbeit ein diesen Angaben entsprechendes Messungsresultat zu erhalten.

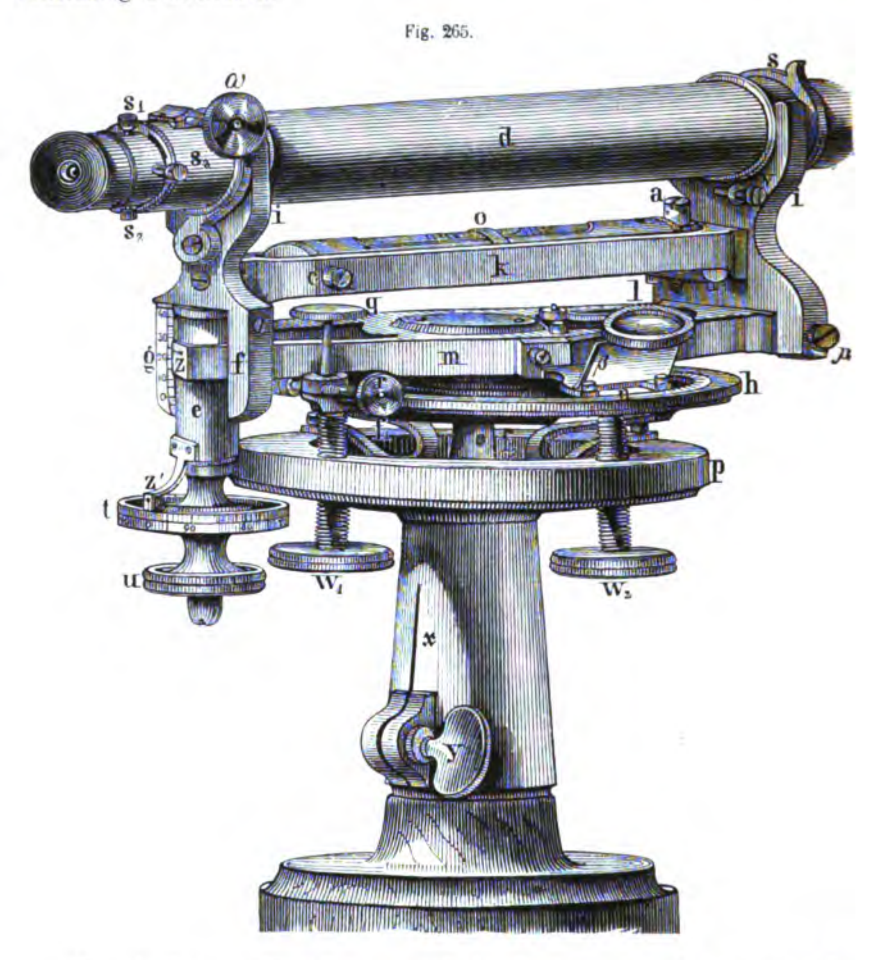
Der Verfasser hat früher häufig Versuche über die Genauigkeit des Reichenbach'schen Distanzmessers angestellt und in neuester Zeit durch einen seiner Assistenten anstellen lassen: Das Ergebniss war immer, dass diese Genauigkeit durchschnittlich $\frac{1}{400}$ bis $\frac{1}{300}$ der gemessenen Entfernung beträgt, während sie von anderen Beobachtern (z. B. Jordan, S. 234) nur auf $\frac{1}{250}$ geschätzt wird. Erreicht man aber in der Praxis auch nur dieses letztere Resultat, so erscheint der Reichenbach'sche Distanzmesser doch als ein vorzügliches Hilfsmittel für Terrainaufnahmen, dem daher eine immer weitere Verbreitung zu wünschen ist.

Der Stampfer'sche Distanzmesser.

§. 208. Dieser Distanzmesser besteht nicht für sich allein, sondern ist mit einem Nivellirinstrumente und einem Horizontalkreise verbunden, erfüllt also, mit Ausnahme der Messung von Verticalwinkeln, welche die Grösse

von acht Grad überschreiten, dieselben Zwecke wie das eben betrachtete Ertel'sche Universalinstrument. Hier wird das Stampfer'sche Instrument nur als Distanz- und Winkelmesser und erst später als Nivellirinstrument betrachtet, jedoch sofort auf Grund der perspectivischen Abbildung in Fig. 265 und des lothrechten Durchschnitts des Horizontalkreises in Fig. 266 vollständig beschrieben.

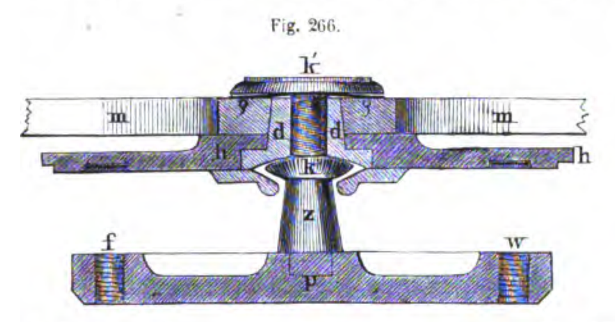
Fig. 265.



Das dreibeinige Gestelle, worauf das Instrument ruht, ist von dem Reichenbach'schen oder s. g. Münchener Stative wesentlich verschieden, indem hier die Füsse an den Wänden eines dreiseitigen hölzernen Prisma's gedreht und durch Schrauben mit Flügelmuttern festgestellt werden können. Der hölzerne Kopf des Stativs läuft in einen abgestumpften Kegel aus, dessen Axe mit der des Prisma's zusammenfällt und der dazu bestimmt ist, mit der Hülse x, die durch eine Schraube y angepresst werden kann, das

Instrument aufzunehmen. Diese Hülse trägt eine durch Schrauben senkrecht mit ihr verbundene starke Grundplatte p, welche innen ausgedreht ist, um zwei Stahlfedern f_1 und f_2 grösseren Spielraum zu gewähren, während sie am Rande zwei um 90° von einander abstehende Stellschrauben w_1 und w_2 enthält, die in Verbindung mit den ihnen gegenüberstehenden Stahlfedern f_1 und f_2 zur Horizontalstellung des Kreises h dienen, der auf die aus Fig. 266 näher ersichtliche Weise durch eine Nuss (k) mit der Grundplatte p vereinigt ist. Der Zapfen z und die Nuss k sind von Stahl und unbeweglich; der Kreis dagegen kann sich, durch die Stellschrauben und Federn veranlasst, nach zwei auf einander senkrechten Richtungen so weit vertical bewegen, als es zu seiner Horizontalstellung erforderlich ist. Damit die Federn und Schrauben den Kreis h nicht zu stark angreifen, bestehen ihre oberen Theile aus Stückgut, während in die untere Fläche des Kreises ein stählerner Ring eingelassen ist, auf den jene drücken. In der oberen Fläche des Kreises befindet sich ein silberner Limbus, welcher mit Hilfe eines Nonius (n), zu dem die Blende β und die Lupe l gehören,

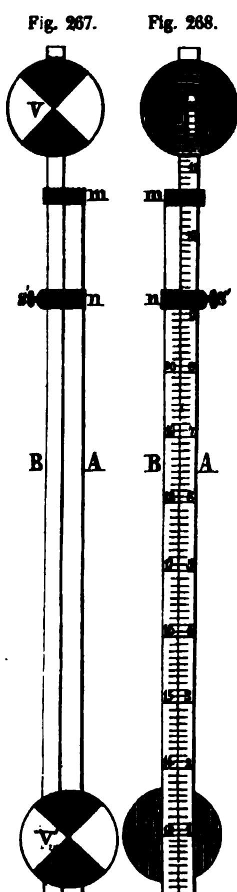
Fig. 266.



Horizontalwinkel bis zu einer Minute Genauigkeit angibt. Die Alhidade (m) dreht sich um den mit dem Horizontalkreise fest verschraubten hohlen Zapfen d und wird durch die Kopfschraube k' vor dem Abheben bewahrt, während der federnde Ring die Gleichmässigkeit ihrer Bewegung fördert. Die Klemmschraube q hemmt die grobe Drehung der Alhidade und durch die Mikrometerschraube r wird die feine Drehung bewerkstelligt. Mit der Alhidade steht der Träger (i, i) des Fernrohrs und der Libelle in Verbindung. Derselbe kann sich um eine mit dem Horizontalkreise parallele und zur Alhidadenaxe senkrechte Axe l μ und ungefähr 8 Grade auf und ab bewegen, und es geschieht diese Bewegung durch die Mikrometerschraube e t, welche bereits in §. 79 beschrieben worden ist, so dass wir jetzt nur noch anzuführen brauchen, dass die dort mit d bezeichnete feste Platte hier die Alhidade m und das in Fig. 81 und 82 p genannte Plättchen hier der vordere Theil f i des Fernrohr- und Libellenträgers ist. Gerade diese Schraube, welche mit höchster Sorgfalt gearbeitet ist, macht den wesentlichsten Theil des Distanzmessers aus, so wie sie auch zu einer besonderen Art des Nivellirens dient. Sie ist bekanntlich so eingerichtet, dass bei

einer ganzen Umdrehung die Scala g um einen Theilstrich gegen den an der Alhidade angebrachten festen Zeiger z fortrückt. Dieser Zeiger misst somit die ganzen Umdrehungen der Schraube, während die Trommel t unmittelbar Hundertel und eine gute Schätzung sogar noch Tausendel einer Umdrehung angibt. Die Röhrenlibelle o befindet sich in einem Messingkasten k, welcher an den Träger i, i so angeschraubt ist, dass die Libellenaxe nahezu schon mit der Fernrohraxe parallel läuft und der Rest von Abweichung durch die Stellschräubchen a und c leicht beseitigt werden kann. Die beiden Schräubchen c, c dienen zur horizontalen, a aber zur verticalen Berichtigung. Das Fernrohr (d) ist in unserer Zeichnung wegen des beschränkten Raums einer Druckseite etwas verkürzt dargestellt; in Wirklichkeit hat es eine Länge von 13 Pariser Zoll und eine Objectivöffnung von 13 Pariser Linien. Sein Objectiv ist selbstverständlich achromatisch, während das Ocular, abweichend von den meisten Messfernrohren, in der Regel kein astronomisches aus zwei, sondern ein terrestrisches aus vier Linsen ist, zwischen denen sich das einfache Fadenkreuz befindet. Es wird übrigens das Fernrohr, wenn es gewünscht wird, von der mechanischen Werkstätte des polytechnischen Instituts in Wien, welche allein die Anfertigung des Stampfer-Starke'schen Nivellirinstruments besorgt, mit einem astronomischen Ocular von 20maliger Vergrösserung versehen. Das terrestrische Ocular vergrössert nur 15mal. Das zum Umlegen eingerichtete Fernrohr ruht mit zwei genau abgedrehten Metallringen in den ebenfalls cylindrisch ausgehöhlten Trägern i, i und wird darin durch zwei drehbare Haken s, s festgehalten. Die Bewegung der Ocularröhre geschieht durch das Getrieb ω und die Berichtigung des Fadenkreuzes durch die vier Stellschräubchen s_1 bis s_4, welche in bekannter Weise auf den Ring wirken, der das Fadenkreuz trägt. An dem hinteren Theile des Trägers i ist ein Kloben mit einem Stellchräubchen v, das auf einen Ansatz der Objectivröhre drückt, sichtbar. Diese Vorrichtung hat den Zweck, das Fernrohr in dem Lager so zu richten, dass von den beiden Fäden des Fadenkreuzes der eine genau horizontal und der andere vertical steht.

Fig. 267. Fig. 268.

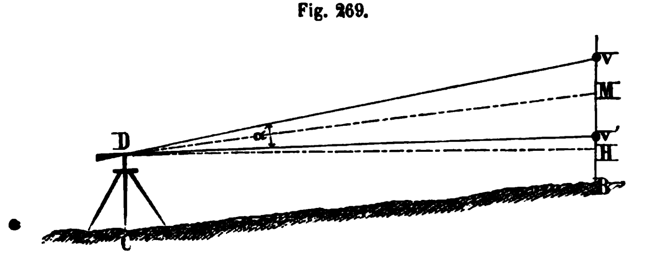


Die Distanzlatte, welche zu dem Stampfer'schen Instrumente gehört, ist in Fig. 267 von der Vorder- und in Fig. 268 von der Rückseite abgebildet. Dieselbe besteht aus zwei Theilen A und B, welche in zwei Metallhülsen m und n an einander auf- und nieder-

geschoben und deren Zieltafeln v, v' in einem beliebigen, auf dem Massstabe an der Rückseite abzulesenden Abstande durch eine Klemmschraube s festgestellt werden können. Beim Distanzmessen beträgt der Abstand der Mittelpunkte v und v' der Zieltafeln gewöhnlich zwei Meter oder eine Klafter (6 Fuss). Da diese Latten gleichzeitig auch zum Nivelliren dienen, so wird von ihrer Einrichtung für diesen Zweck im nächsten Abschnitte noch weiter die Rede sein. Es versteht sich von selbst, dass wenn eine Latte bloss für das Distanzmessen allein anzufertigen wäre, diese auch bloss aus einer einzigen Stange mit zwei feststehenden Zielscheiben bestehen könnte.

§. 209. Aufstellung und Gebrauch. Wir setzen ein vollständig berichtigtes Instrument voraus und zeigen, wie damit Horizontalwinkel und Entfernungen gemessen werden können. Bei der Berichtigung des Instruments hat man an der Scala g und der Trommel t den Stand der Mikrometerschraube bemerkt, bei welchem die Fernrohr- und Libellenaxe senkrecht zur Alhidadenaxe stehen. Ist dieser Stand z. B. = 24,96, so dreht man die Schraube e am Kopfe u so lange, bis der Zeiger nahe an 25 und der Zeiger z' auf 96 steht. Hierauf bringt man, nach Oeffnung der Klemme der Alhidade durch die Schraube q, das Fernrohr in die Richtung einer Stellschraube (w_1) und der ihr entgegenwirkenden Feder (f_2) und bewirkt durch die Stellschraube das Einspielen der Libelle; findet dieses statt, so dreht man die Alhidade über die zweite Stellschraube (w_2) und ihre Feder (f_1) und verfährt wie vorhin. Spielt auch hier die Libelle ein, so kann man die Alhidade nochmals in die erste und abermals in die zweite Stellung bringen und durch die Schrauben w_1 und w_2 verbessern, was an dem Stande der Libelle allenfalls noch zu verbessern sein sollte. Spielt die Libelle nach den zwei Richtungen w_1 f_2, w_2 f_1 ein, so steht der Kreis horizontal und es kann ein Horizontalwinkel, dessen Schenkel keine starke Neigung gegen den Horizont haben (das Fernrohr lässt sich nur um etwa 8 Grad vertical bewegen) gemessen werden, wenn man erst auf den linken Schenkel einstellt, den Nonius abliest, dasselbe Verfahren am rechten Schenkel wiederholt und den Unterschied beider Ablesungen bestimmt. Soll die Entfernung eines Punkts C von B gemessen werden, so stelle man das

Fig. 269.



Instrument (nach Fig. 269) centrisch über C und die Latte lothrecht über B auf, bringe das Fernrohr in die Richtung C B, verstelle das Ocular so, dass

man die Zieltafeln bestmöglichst sehen kann, visire hierauf die obere Tafel (v) an, lese den Stand (o) der Schraube ab, drehe dann das Fernrohr mit der Mikrometerschraube so weit herab, dass das Fadenkreuz die untere Zieltafel (v′) in der Mitte trifft, lese wieder den Stand (u) der Schraube ab, stelle endlich auch das Fernrohr horizontal und bemerke für diese Richtung den Stand (h) der Mikrometerschraube. Stellt man die Differenz o — u der beiden ersten Ablesungen her und sucht die zu derselben gehörige Länge in der Tafel Nr. V, so gibt diese die Entfernung der Drehaxe des Fernrohrs von der Mitte der Latte an, während die Reductionstabelle Nr. VII mit Hilfe von o — u und h — u die Grösse liefert, welche wegen der schiefen Lage der gemessenen Länge von dieser abzuziehen ist. Die Einrichtung und der Gebrauch dieser Tafeln ist in dem folgenden Paragraph begründet und im Anhange näher erklärt.

§. 210. **Theorie.** Nach §. 80 ist der Winkel α, welchen die optische Axe des Fernrohrs zwischen den auf die obere und untere Zielscheibe gerichteten Absehlinien D v und D v′ durchlaufen hat, der Anzahl o — u der Schraubengänge proportional, und da der Winkel α unter allen Verhältnissen klein ist, so kann man ohne merklichen Fehler

$$\operatorname{tang} \alpha = c\,(o - u)$$

setzen, wenn man unter c eine Constante versteht, welche der Einrichtung des Instruments und der Höhe der Schraubengänge zukommt. Bedeutet ferner d den constanten Abstand v v′ der beiden Zieltafeln und e die Entfernung D M, so ist bei der geringen Neigung der Latte gegen die Linie D M und bei der Kleinheit des Winkels α genau genug

$$e = \frac{d}{\operatorname{tang} \alpha} = \frac{d}{c\,(o - u)}.$$

Mit Hilfe dieser Gleichung kann die Constante c bestimmt werden, wenn man auf wagrechtem Boden eine Länge e genau abmisst, in dem einen Endpunkte das Instrument, in dem anderen die Latte aufstellt, die Beobachtung auf den Zieltafeln wie im vorigen Paragraph macht und die Differenz o — u und den Lattenabschnitt d sehr genau bestimmt. Aus mehreren Beobachtungen erhält man den Werth von

$$\frac{1}{c} = \frac{e}{d}\,(o - u) = k$$

und wenn man diesen in die vorletzte Gleichung einführt, so wird

$$e = \frac{k\,d}{o - u}.$$

Für alle zum Distanzmessen eingerichteten Nivellirinstrumente von Stampfer und Starke ist die Constante k = 324 und daher

$$e = \frac{324}{o - u}.$$

Der Coefficient von d ist es, welcher, von Hundertel zu Hundertel Schraubengang fortschreitend, in der Tabelle Nr. V enthalten ist. Man findet also dort für jeden Stand der Schraube, d. h. für jede Differenz o — u, die Ent-

fernung e unter der Voraussetzung, dass $d = 1$ sei; also in Klaftern, wenn d eine Klafter, in Ruthen, wenn d eine Ruthe, und in Metern, wenn d ein Meter ist. Würde z. B. $d = 2$ Meter sein, so hätte man den Coefficienten von d, welchen die Tabelle für einen bestimmten Werth von $o - u$ liefert, mit 2 zu multipliciren, um sofort e in Meter zu erhalten.

Will man die Voraussetzung, dass der Winkel α der Anzahl der Schraubengänge proportional sei, da sie ungenaû ist, nicht gelten lassen, so kann man mit Hilfe der Gleichung Nr. 82 für die Entfernung e eine Formel aufstellen, welche genauer ist als die vorhergehende. Setzt man nämlich in Fig. 270 den Abstand v′ H der unteren Zieltafel von der Hori-

Fig. 270.

zontalen D H, welche durch die Drehaxe des Fernrohrs geht, gleich z, die Horizontalprojection von $C B = D H = e'$, den Winkel $v D H = \beta$, und behalten α und d ihre frühere Bedeutung: so ist offenbar

$$z = e' \operatorname{tg} \beta \text{ und } z - d = e' \operatorname{tg} (\beta - \alpha).$$

Hieraus folgt

$$z = d \frac{\sin \beta \cos (\beta - \alpha)}{\sin \alpha} \text{ und } e' = d \frac{\cos \beta \cos (\beta - \alpha)}{\sin \alpha}.$$

Hätte man dieser Entwicklung die Fig. 269 zu Grunde gelegt und berücksichtigt, dass die Linie v′ H und folglich auch der Winkel β eine der vorigen entgegengesetzte Lage hat, also negativ zu nehmen ist, so würde

$$z = - d \frac{\sin \beta \cos (\beta + \alpha)}{\sin \alpha} \text{ und } e' = d \frac{\cos \beta \cos (\beta + \alpha)}{\sin \alpha} \quad (161)$$

erhalten worden sein, zwei Ausdrücke, die sich sofort aus den zwei letzten ergeben, wenn man $-\beta$ für $+\beta$ setzt und berücksichtigt, dass allgemein $\cos(-x) = \cos x$ und $\sin(-x) = -\sin x$ ist.

Um die Horizontalprojection e′ der Linie e nicht aus dem eben dafür aufgestellten Ausdrucke, der völlig genau ist, berechnen zu müssen, entwickelt Prof. Stampfer für e′ und z Näherungsausdrücke, indem er statt der Winkel α und β ihre Bögen einführt, die Sinus und Cosinusreihen bis zu den dritten Potenzen dieser Bögen benützt und schliesslich die Werthe von α und β nach den in §. 80 aufgestellten Gleichungen bestimmt. Hierdurch und mit Rücksicht auf die Constanten, welche für die in der Werkstätte des Wiener polytechnischen Instituts angefertigten Instrumente gelten, gelangt er am Ende zu den Ausdrücken:

$$z = d\left[\frac{h-u}{o-u} - 0,00011\,\frac{(h-u)^2}{o-u} - 0,00000635\,\frac{(h-u)^3}{o-u}\right] \quad (162)$$

$$e' = d\left[\frac{324}{o-u} + 0,0356\left(\frac{o+u-2m}{o-u}\right) - 0,0031\,\frac{(h-u)^2}{o-u}\right] \quad (163)$$

in welchen alle Grössen bekannte Bedeutungen haben, bis auf die Zahl m, welche für jedes Instrument aus der Gleichung

$$m = \frac{a-637}{2b} \quad (164)$$

zu bestimmen ist. Die Buchstaben a und b sind die constanten Werthe, welche nach §. 80 bestimmt werden, und m ist nichts Anderes als die Ablesung der Scala g und der Trommel t, bei welcher ein ganzer Schraubengang gerade einem Winkel von 637 Secunden entspricht.

Die Horizontalprojection e' wird aus drei von Prof. Stampfer berechneten und im Anhange unter Nr. V bis VII mitgetheilten Tabellen erhalten, von denen

die erste das Glied $\frac{324}{o-u}$, die zweite $0,0356\,\frac{(o+u-2m)}{o-u}$

und die dritte $0,0031\,\frac{(h-u)^2}{o-u}$

liefert. Will man die Verbesserungen wegen der Schraubengänge nicht vornehmen, so bleibt das zweite Glied, und braucht die gemessene Länge nicht auf den Horizont reducirt zu werden, das dritte Glied weg.

§. 211. **Genauigkeit.** Nimmt man mit Stampfer an, dass ein Fehler in der Längenmessung mit seinem Instrumente nur dadurch entstehen kann, dass die Anzahl der Schraubengänge $o - u = v$ um eine kleine Grösse $\varDelta v$ fehlerhaft bestimmt ist, und man legt der Berechnung des Fehlers in der Länge e nur den einfachen Ausdruck zu Grunde, nach welchem

$$o - u = 324\,\frac{d}{e}$$

ist, so wird die Aenderung in e, welche wir $\varDelta e$ nennen wollen, nach den Regeln der Differentialrechnung erhalten, wenn man x dem Differentiale von (324 d) e' gleich setzt und aus dieser Gleichung das Differentiale von $e = \varDelta e$ sucht. Hierdurch findet man, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen,

$$\varDelta e = \frac{e^2\,\varDelta v}{324\,d} = k\,e^2. \quad (165)$$

Demnach wächst der Fehler mit dem Quadrat der Entfernung und umgekehrt mit der Grösse des Lattenabschnitts.

Unter der Voraussetzung, dass der Fehler $\varDelta v = 0,003$ Schraubengang angenommen werden könne, berechnet Stampfer eine Tabelle über die Genauigkeit seines Distanzmessers bei verschiedenen Entfernungen und bei zwei Lattenabschnitten von 1 und $2^1/_2$ Klafter Höhe, und vergleicht diese Genauigkeit mit jener der Kettenmessung, welche er gleich 1 : 1000 annimmt. Wir theilen diese Tabelle nachstehend mit, indem wir alle Grössen in Fuss ausdrücken und die Bemerkung beifügen, dass die Genauigkeits-

versuche, welche wir mit einem vorzüglich gearbeiteten Wiener Instrumente anstellten, meist etwas hinter der Rechnung zurückblieben, so lange $\Delta v = 0{,}003$ angenommen wurde. Unseren Messungen würde $\Delta v = 0{,}005$ oder für $d = 1$ Klafter $k = 0{,}000015$ besser entsprechen. Versuche, welche in neuester Zeit (1873) ein sehr geübter Assistent der polytechnischen Schule zu München mit demselben Stampfer'schen Instrumente, das Verfasser schon vor 18 Jahren benützt hat, anstellte, haben $k = 0{,}000022$ und mithin $\Delta v = 0{,}007$ ergeben.

Entfernung (e) in Fuss.	Fehler in der Entfernung e.		Fehler einer gewöhnlichen Kettenmessung.
	Lattenhöhe 6 Fuss.	Lattenhöhe 15 Fuss.	
120	0',025	0',006	0',12
180	0,048	0,024	0,18
240	0,08	0,04	0,24
360	0,20	0,08	0,36
480	0,36	0,15	0,48
600	0,54	0,22	0,60
900	1,26	0,48	0,90
1200	2,22	0,90	1,20
1500	3,48	1,38	1,50
1800	5,04	2,04	1,80
2400	8,94	3,60	2,40

§. 212. **Prüfung und Berichtigung.** Um das Stampfer'sche Instrument mit Zuverlässigkeit als Distanz-, Winkel- und Höhenmesser gebrauchen zu können, muss man vorher folgende Untersuchungen desselben vorgenommen haben:

1) ob das Fadenkreuz die richtige Lage hat;
2) ob die Libellenaxe mit der Absehlinie parallel läuft;
3) ob die Ringdurchmesser des Fernrohrs genau gleich gross sind;
4) bei welchem Stande der beiden Zeiger an der Mikrometerschraube die Libellenaxe senkrecht steht zur Alhidadenaxe;
5) ob der Kreis und sein Nonius richtig getheilt sind; und
6) ob die Mikrometerschraube allen Anforderungen entspricht.

Zu 1. Die richtige Lage des Fadenkreuzes erfordert, dass es deutlich gesehen werde, dass sein Schnittpunkt in der vereinigten optischen und mechanischen Axe des Fernrohrs liege, und dass von den beiden Fäden der eine wagrecht und der andere lothrecht gerichtet sei. Die beiden ersten Theile dieser Untersuchung sind aus §. 70 bekannt, und was den dritten betrifft, so erfährt man auf folgende Weise, ob der Horizontalfaden wagrecht liegt. Man stelle das Instrument nach §. 209 horizontal, richte das Fernrohr auf einen scharf begrenzten und gut beleuchteten fernen Punkt

und stelle mit der Mikrometerschraube den Horizontalfaden genau darauf ein. Ohne an dem Fernrohre etwas zu ändern, drehe man hierauf die Alhidade so viel nach rechts und links, dass der anvisirte Punkt an beide Grenzen des Gesichtsfelds kommt, und sehe zu, ob der Faden diesen Punkt fortwährend deckt oder nicht. Findet Deckung statt, so ist der Faden horizontal, ausserdem hat man aber die Schraube v, welche auf einen mit dem Fernrohre verbundenen stählernen Zapfen drückt, in ihrer Mutter so weit heraus oder hinein zu drehen, bis die verlangte Deckung eintritt. Da der zweite Faden auf dem ersten senkrecht steht, so ist jener vertical, wenn dieser horizontal ist. Durch Anvisiren eines in der Ferne aufgehängten und zur Ruhe gekommenen Senkels kann man sich übrigens auch noch von der richtigen Lage des Verticalfadens überzeugen, obschon eine Verbesserung desselben nach Richtigstellung des Horizontalfadens nicht mehr möglich ist, es sei denn, dass man ihn neu aufspannt. Dass diese letztere Untersuchung die zweite, dritte und vierte als geschehen voraussetzt, bedarf kaum der Erwähnung.

Zu 2. Wie man prüft, ob die Fernrohr- und Libellenaxe in dem Falle zu einander parallel sind, wo die Libelle an den Trägern des Fernrohrs feststeht, dieses selbst aber umgesetzt werden kann, ist aus Folgendem zu entnehmen. Man stelle etwa in einer Entfernung von 50 oder 60 Meter eine gleichtheilige Latte lothrecht auf, richte das Fernrohr nach ihr, verschiebe die Ocularröhre so lange, bis man die Theilung deutlich ablesen kann und keine Parallaxe des Fadenkreuzes mehr stattfindet, stelle hierauf die Libelle durch die Mikrometerschraube e horizontal und lese schliesslich den Theilstrich ab, welchen das Fadenkreuz deckt. Nun setze man das Fernrohr in seinem Lager um, drehe hierauf die Alhidade um 180°, so dass das Fernrohr wieder auf die Latte gerichtet ist, stelle abermals die Libelle horizontal und lese zum zweitenmale ab. Zeigt sich, dass die beiden Ablesungen, welche man mit umgesetztem Fernrohre und bei horizontalem Stande der Libelle auf einer gleichgetheilten und lothrecht stehenden Latte gemacht hat, von einander abweichen, so verbessert man die Hälfte der Abweichung an der Mikrometerschraube e und die andere Hälfte an der Stellschraube a. Diese Verbesserungen werden so oft wiederholt, bis zwei gleiche Ablesungen stattfinden.

Zu 3. Die vorhergehende Untersuchung setzt voraus, dass die beiden Ringdurchmesser des Fernrohrs genau gleich gross sind; denn wären sie es nicht, so hätte man keineswegs, wie es die Absicht war, die Visirlinie des Fernrohrs, sondern nur die unterste Seite des Kegels, welcher durch die ungleichen Ringe bestimmt ist und womit das Fernrohr in seinem Lager ruht, mit der Libellenaxe parallel gemacht. Um sich nun zu überzeugen, ob die Ringdurchmesser gleich oder ungleich sind, führe man erst das zu Nr. 2 gehörige Verfahren genau durch und hierauf wende man die in §. 150 Nr. 1 beschriebene Prüfungsmethode an. Wird hierbei die dort auf S. 243 mit y bezeichnete Grösse null, so sind die Ringdurchmesser gleich, ausser-

dem aber sind sie ungleich. Ein solcher Fehler kann wohl erkannt und unschädlich gemacht, aber an den Ringen selbst nicht verbessert werden. Wie gross sein Einfluss namentlich beim Nivelliren ist und welche Mittel es gibt, diesen Einfluss zu beseitigen, wird im nächsten Abschnitte gelehrt.

Zu 4. Um zu erfahren, ob die Libellenaxe senkrecht steht zur Alhidadenaxe, braucht man nur durch Drehung der Alhidade die Libelle in die Richtung einer der Stellschrauben (w_1) und der ihr zugehörigen Feder (f_2) zu stellen, durch die Mikrometerschraube e die Libelle zum Einspielen zu bringen, hierauf die Alhidade um 180^0 zu drehen und zuzusehen, ob die Libelle wieder einspielt oder nicht. Findet das Einspielen statt, so steht nach §. 150 Nr. 3 offenbar die Alhidadenaxe senkrecht zur Libellenaxe; findet es aber nicht statt, so zeigt der Ausschlag der Luftblase den doppelten Fehler in der Lage dieser Axen an und ist derselbe halb an der Mikrometerschraube e und halb an der Stellschraube w_1 zu verbessern (§. 150, Nr. 3). Hat man es durch diese Verbesserungen dahin gebracht, dass die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen genau einspielt, so kann man an der Scala g und an der Trommel t den Stand der Mikrometerschraube ablesen, bei welchem die Libellen- und Alhidadenaxe senkrecht zu einander sind. Auf diesen Stand wird die Schraube jedesmal gebracht, wenn das Instrument horizontal gestellt werden soll. Hierdurch bewirkt man dasselbe, was an einem Theodolithen mit Verticalkreis geschieht, wenn man nach Beseitigung des Collimationsfehlers und vor der Horizontalstellung die Nullpunkte des Verticalkreises und seines Nonius auf einander stellt.

Zu 5 und 6. Für die Untersuchung der Theilung des Kreises und seines Nonius gelten die in §. 151 enthaltenen Bemerkungen, und was die Prüfung der Schraube betrifft, so genügt es, wenn man mehrere genau bekannte Winkel mit ihr misst und sich überzeugt, dass sie diese Winkel richtig angibt. Solche Winkel erhält man aber dadurch, dass man mit Messlatten eine Länge von etwa 30 bis 50 Meter so genau als möglich abmisst, an dem einen Ende eine fein getheilte Latte lothrecht aufstellt, und von dem anderen Ende aus das Fernrohr mittels der Schraube über die ganze Latte führt, indem man das Fadenkreuz von circa $0,^{m}3$ zu $0,^{m}3$ genau auf die betreffenden Theilstriche einstellt. Aus den bekannten Entfernungen der abgelesenen Striche unter sich und aus der gemessenen Entfernung der Latte von der Drehaxe des Fernrohrs berechnet man die gemessenen Winkel trigonometrisch und aus der Ablesung an der Schraube mit Hilfe der Gleichung (82) algebraisch. Die Beobachtungen mit der Schraube wird man mehrmals wiederholen, um die Fehler im Einstellen des Fadenkreuzes dadurch möglichst auszugleichen, dass man aus allen nach Gl. 82 berechneten Winkeln das arithmetische Mittel nimmt.

Fünfter Abschnitt.

Instrumente zum Höhenmessen.

§. 213. Die Höhe eines Punkts oder seine lothrechte Erhebung über dem wahren Horizont eines anderen Punkts kann mit den bis jezt betrachteten Winkel- und Längen-Messinstrumenten mittelbar dadurch bestimmt werden, dass man die gesuchte Höhe mit zwei anderen Linien zu einem ebenen Dreiecke verbindet, darin eine Seite nebst zwei Winkeln misst und hieraus die Höhe berechnet. Dergleichen Höhenmessungen, so vortheilhaft und nothwendig sie in gewissen Fällen sind, lassen sich aber nicht immer anwenden, weil sie manchmal zu umständlich und schwierig, manchmal zu ungenau werden. Es muss daher Vorrichtungen geben, durch welche die Höhenunterschiede zweier Punkte in den dazu geeigneten Fällen auf einfacherem Wege unmittelbar bestimmt werden können. Solche Vorrichtungen sind die Nivellirinstrumente und die Barometer, deren Betrachtung den Inhalt dieses Abschnitts ausmacht. Man wendet zwar auch die Thermometer zu Höhenmessungen an, indem man aus der beobachteten Temperatur des siedenden Wassers den auf letzteres ausgeübten Luftdruck bestimmt und hiernach die Höhe des Beobachtungsorts nach der Barometerformel berechnet; da jedoch dieses Verfahren weit ungenauer als die Messung mit dem Barometer ist, übergehen wir es hier.

Nivellirinstrumente.

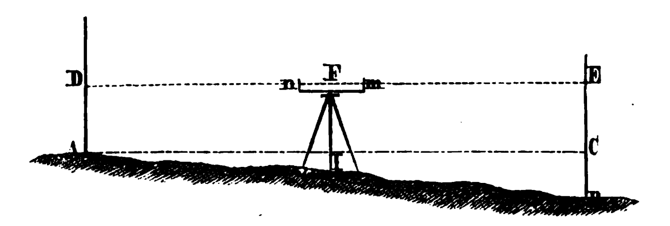
§. 214. Die Nivellirinstrumente dienen zunächst nur zur Ermittelung kleiner Höhenunterschiede. Dabei dürfen die zwei Punkte, deren lothrechten Abstand ihrer Horizonte man wissen will, nicht sehr weit von einander entfernt sein. Indem man aber eine grössere Reihe von Punkten in der Art verbindet, dass man immer den Höhenunterschied zweier auf einander folgenden Punkte sucht, kann man durch Nivelliren mittelbar auch grosse Höhenunterschiede sehr weit entfernter Punkte messen.

Das Nivelliren ist zu keiner Zeit so wichtig gewesen als jetzt, wo man sich überall mit dem Baue von Eisenbahnen, Strassen, Canälen, Wasserleitungen, mit der Verbesserung von Flüssen, Entwässerung von Sümpfen und Mooren, Bewässerung von Feldern und Wiesen etc. beschäftigt und ungeheuere Summen darauf verwendet; es ist aber auch niemals früher in solcher Vollkommenheit ausgeführt worden, wie gegenwärtig, wo es selbst minder Geübten möglich ist, den Höhenunterschied zweier Punkte, welche 1000 Meter von einander entfernt sind, auf 4 bis 5 Millimeter richtig zu bestimmen, während sehr geübte Ingenieure ohne Schwierigkeit ihren

Nivellements eine wenigstens doppelt so grosse Genauigkeit verleihen können. Diese Genauigkeit der Messung verdanken wir den vollkommeneren Nivellirinstrumenten, welche alle besseren mechanischen Werkstätten liefern. Für viele technische und ökonomische Zwecke ist aber begreiflicherweise eine so grosse Genauigkeit wie die angeführte nicht nöthig; es werden daher neben den feinsten Nivellirinstrumenten auch andere von geringerer Leistungsfähigkeit, und ausser den genauesten Nivellirmethoden (für Präcisionsnivellements) auch weniger strenge Methoden des Nivellirens angewendet.

Die allgemeinste Anforderung, welche ein Nivellirinstrument zu befriedigen hat, besteht in der Gewährung einer wagrechten Absehlinie, welche auf einen lothrecht gestellten Massstab gerichtet werden kann. Denkt man sich nämlich in einem Punkte A einen solchen Massstab, der hier eine Nivellirlatte heisst, lothrecht aufgestellt und von der horizontalen Visirlinie m n des Instruments (I) in dem Punkte D getroffen, so bezeichnet diese Absehlinie die Höhe A D des Punkts D über A (die Visir- oder Lattenhöhe von A); und denkt man sich weiter in derselben Horizontalebene, worin D, n, m liegen, die Visirlinie n m auf die in B stehende Latte ge-

Fig. 271.



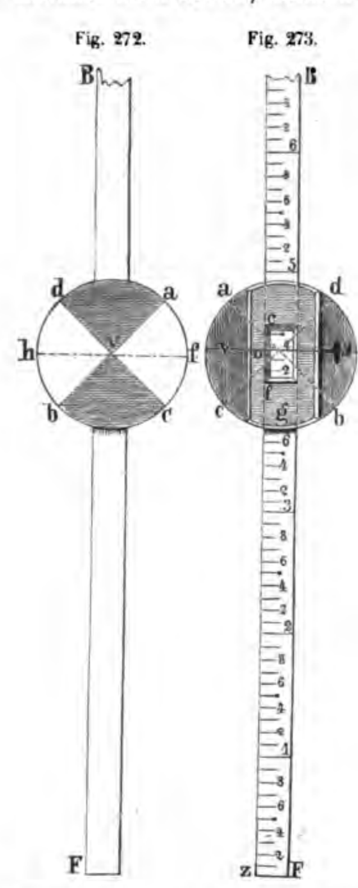
richtet und diese in E getroffen, so erhält man auch die Höhe B E des Punkts E über B (die Visirhöhe von B). Nun ist aber, wenn A C der Horizont von A ist, A C || D E und daher der Höhenunterschied zwischen A und B gleich B C = B E — A D. Man findet folglich durch das hier im Allgemeinen angedeutete Verfahren des Nivellirens den Höhenunterschied zweier Punkte mit Hilfe einer horizontalen Absehlinie und einer Nivellirlatte.

Zur Herstellung wagrechter Absehlinien bietet uns die Natur drei Wege dar: erstens das Loth in Verbindung mit einer zu ihm senkrechten Geraden, zweitens den Stand der tropfbaren Flüssigkeiten in communicirenden Röhren und drittens die Vereinigung einer tropfbaren und elastischen Flüssigkeit in einer Röhre oder die Libellen. Hiernach kann man die Nivellirwerkzeuge in Pendel-, Röhren- und Libelleninstrumente eintheilen. Jede dieser drei Instrumenten-Gattungen hat verschiedene Arten, von denen wir die gebräuchlichsten beschreiben werden, nachdem zuvor die Nivellirlatten betrachtet worden sind.

Nivellirlatten.

§. 215. Es sind zwei Arten von Nivellirlatten gebräuchlich: bei der einen lässt sich eine runde oder viereckige Tafel von 8 bis 10 Zoll Durchmesser an einer eingetheilten Stange so verschieben, dass ihr Mittelpunkt in die Ziellinie kommt, während die andere Art von Nivellirlatten eine Zieltafel nicht besitzt, sondern die Visirhöhe durch das Fernrohr unmittelbar abzulesen gestattet. Die Nivellirlatten mit Zieltafeln nennt man Schiebelatten und jene ohne Zieltafeln Scalenlatten. Die letzteren heissen auch Münchener Latten, weil sie zuerst von Reichenbach in München angewendet wurden. Die Schiebelatten sind jetzt fast nur mehr bei den Nivellirinstrumenten mit Dioptern in Gebrauch, da die Scalenlatten bei feineren mit Fernrohr versehenen Nivellirinstrumenten den grossen Vortheil gewähren, dass der Geometer das Ablesen der Visirhöhe nicht dem Gehilfen, welcher die Latte hält und die Tafel verschiebt, zu überlassen braucht, sondern selbst vornehmen kann, wodurch er nicht bloss von dessen Geschicklichkeit unabhängig wird, sondern auch Zeit gewinnt, indem das Einrichten der Zielscheibe wegfällt.

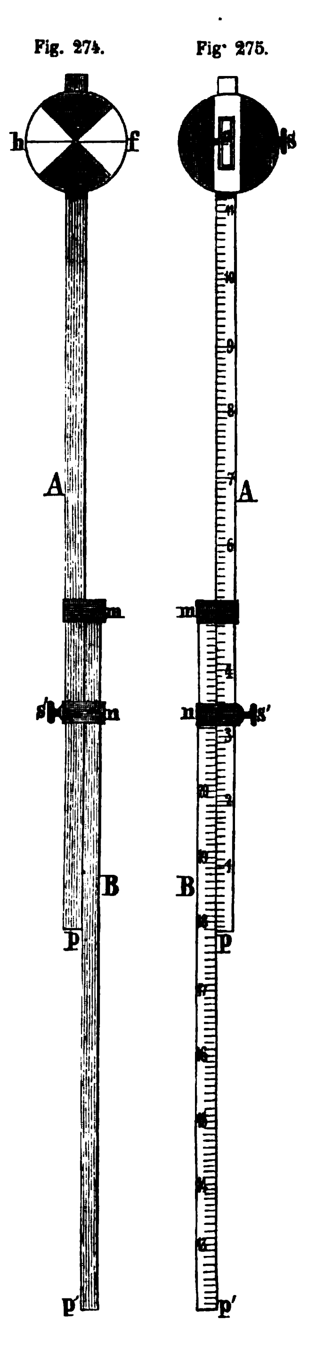
Fig. 272. Fig. 273.



§. 216. **Schiebelatten.** Die Figuren 272 und 273 stellen die Stampfer'sche Nivellirlatte von der Vorder- und Rückseite dar: BF ist eine vierseitig prismatische 0',2 breite, 0',1 dicke und 12 Fuss hohe Stange aus gut getrocknetem Tannenholze, welche zum Schutz gegen das Schwinden mit Oel getränkt und angestrichen ist. Längs dieser Stange lässt sich die Zieltafel v mittels der Hülse g verschieben und durch die Druckschraube s feststellen, sobald sie die richtige Höhe erlangt hat. Die Stange B ist auf der Rückseite von ihrer Grundfläche an in Fusse und Zolle getheilt, und die Hülse g der Zieltafel ist auf derselben Seite durchbrochen, um auf einer Messingplatte einen Zeiger (Index) o und eine Theilung in Linien (c f) zu tragen. Der Zeiger o entspricht dem Mittelpunkte der Zieltafel und gibt mit Hilfe der Theilung c f die Visirhöhe bis auf so kleine Theile einer Linie an, als man noch sicher schätzen kann. Es genügt jedoch für alle Fälle, wenn man die Ablesung nur bis

auf halbe Linien macht. Bei dem Stande, welchen die Zieltafel in Fig. 273 hat, würde die abgelesene Visirhöhe 4 Fuss 3 Zoll 8,5 Linien betragen.

Kommt der Fall vor, dass eine Stange nicht mehr hinreicht, die Zieltafel in die Höhe der Visirlinie zu bringen, so verbindet man auf die in den Fig. 274 und 275 angedeutete Weise mittels der Metallhülsen m, n eine zweite Stange B mit der ersten A und schiebt diese mit der auf einen bestimmten Theilstrich gestellten Zieltafel so weit an B auf oder ab, bis die Visirlinie auf die Mitte dieser Tafel trifft. Alsdann stellt man durch die Druckschraube s' die beiden Stangen an einander fest. Die Ablesung wird von dem Gehilfen an dem Fusse p der Stange A gemacht, welche desshalb unten mit Messing beschlagen und daselbst auf einen Zoll Länge in Linien getheilt ist. Damit diese Ablesung die richtige Höhe der Zieltafel über dem Boden gibt, muss nothwendig auf der Stange B die Theilung von A fortgesetzt und die Zieltafel der Stange A auf den Theilstrich gestellt sein, welcher dem Fusspunkte der Stange B entspricht. In Fig. 275 steht der Zeiger an A auf 12 Fuss, und von dieser Zahl an geht die Bezeichnung von B. Die Ablesung würde in dem vorliegenden Falle 17 Fuss 8 Zoll 7,5 Linien betragen.



An den Stampfer'schen Nivellirlatten ist nach unserer Erfahrung ihr geringes Gewicht sowie der Mangel von Hilfsmitteln zum lothrechten Aufstellen und Festhalten in dieser Stellung zu tadeln, zumal diese Stellung einen nicht unwesentlichen Einfluss sowohl auf das Nivelliren als auf das Distanzmessen hat. Diesem Uebelstande wäre leicht abzuhelfen, und er würde ohne Zweifel sofort beseitigt werden, wenn man die Verfertiger der Stampfer'schen Nivellirinstrumente von verschiedenen Seiten her auf diese Mängel aufmerksam machen wollte.

§. 217. **Scalenlatten.** Diese Latten sind wenig von einander verschieden und darum wird es genügen, wenn wir eine einzige

Fig. 276.

beschreiben: Die beigedruckte Fig. 276 stellt eine von den tausendfach verbreiteten und daher immer noch gebrauchten Nivellirlatten mit einer Scala im Fussmasse aus dem Reichenbach'schen Institute von Ertel und Sohn in München vor. Dieselbe ist 9 Fuss lang, $3^1/_2$ Zoll breit und 1 Zoll dick. Unten ist sie mit einer Eisenplatte von 1 Linie Dicke beschlagen; in einer Höhe von $4^1/_2$ Fuss hat sie zwei Handgriffe (C) zum Halten und weiter oben einen Haken (b), woran sich ein Senkel befestigen lässt, der dem Messgehilfen zur lothrechten Stellung der Latte dient. Diese Latte ist sehr zweckmässig eingetheilt: von zwei zu zwei Zoll sind nämlich die Abstände vom Fusspunkte durch verkehrt gestellte Ziffern aufgeschrieben; ferner ist jeder Zoll durch ein schwarzes und weisses Quadrat in zwei und somit der Zwischenraum von einer Zahl zur anderen in vier gleiche Theile (halbe Zolle) getheilt; und endlich ist jeder halbe Zoll durch abwechselnde schwarze und weisse Striche von einer Linie Dicke in fünf gleiche Theile (Decimallinien) zerlegt. Bei dem Nivelliren richtet man das Fadenkreuz in die Mitte der Latte, so dass der Verticalfaden den Langseiten und der Horizontalfaden den Theilstrichen parallel läuft. Da das astronomische Fernrohr die Gegenstände verkehrt zeigt, so sieht man folglich die verkehrt geschriebenen Zahlen aufrecht und es scheint als ob die Höhen von oben nach unten gezählt würden. Darum muss man bei der Ablesung zunächst die oberhalb des Horizontalfadens sichtbare Zahl nehmen, zu dieser die Zolle und hierzu die Linien fügen, welche zwischen jener Zahl und dem genannten Faden enthalten sind.

Man hat früher eine Zeit lang die Linien auf einem durch die Mitte der Latte laufenden zollbreiten Messingstreifen mit feinen Strichen aufgetragen; diese Einrichtung hat sich aber als unpractisch erwiesen, insofern bei neuen Latten der Glanz des Messings und bei alten dessen Oxydüberzug die Theilstriche nicht erkennen liessen und man daher die Linien innerhalb eines halben Zolls schätzen musste, während man jetzt nur noch Theile einer Linie durch das Augenmass zu bestimmen hat.

Will man aus einer gewöhnlichen Latte von 10 bis 15 Fuss eine grössere von 20 und mehr Fuss machen, so darf man auf dieselbe nur ein entsprechend getheiltes Lattenstück mittels eines langen eisernen Zapfens, der

in die zu vergrössernde Latte passt, stecken. Bei Nivellements in wenig durchschnittenem Terrain lässt man diesen Aufsatz weg, weil eine kürzere Latte ruhiger gehalten werden kann.

Fig. 277.



Die Scalenlatten, welche nach Metermass getheilt sind, unterscheiden sich von der hier beschriebenen Fussmasslatte lediglich durch die Theilung selbst, welche häufig nur bis auf ganze oder halbe Centimeter herabgeht. Wer eine solche Latte zum ersten Male in die Hand bekommt, wird sich deren Theilung sofort selber klar machen können, wie dieses sicherlich bei der hier in Fig. 277 stückweise abgebildeten Nivellirlatte von J. A. Schmidt in Halle a. S. der Fall ist, auf der durch Verschiebung der Centimeterfelder gegen einander ganze Centimeter in halbe getheilt werden.

Pendelinstrumente.

§. 218. Unter diese Gattung von Nivellirinstrumenten gehören die Setzwage, Pendelwage, Bergwage, Hängwage, Wallwage u. dgl. m. Alle diese Werkzeuge können keinen Anspruch auf Genauigkeit machen, da selbst bei ruhiger Luft das Loth kaum genauer als bis auf den tausendsten Theil seiner Länge den wahren Spielpunkt deckt, woraus denn auch eine Unsicherheit in der Höhenbestimmung gleich dem tausendsten Theil der Entfernung des einnivellirten Punkts vom Instrumente folgt. Rechnet man zu dieser Unsicherheit noch jene, welche in der Einstellung des Diopters liegt, so wird man die Genauigkeit dieser Instrumente wohl kaum höher als $^1/_{500}$ anschlagen können. Aus diesem Grunde werden wir uns in keine weitgehenden Erörterungen über dieselben einlassen.

§. 219. **Die Setzwage** ist allgemein bekannt und bedarf gar keiner Beschreibung; jedermann weiss, wie Steinmetzen, Maurer und Zimmerleute dieses einfache Werkzeug handhaben, um Steine und Balken in wagrechte Lagen zu bringen. Soll aber die Setzwage zum eigentlichen Nivelliren benützt werden, so muss sie mit einem Diopter verbunden sein, das sich auf einem Gestelle drehen lässt und dessen Absehlinie mit der Basis der Setzwage parallel, folglich zur Mittellinie senkrecht ist. Spielt das Loth auf diese Linie ein, so hat die Absehlinie eine wagrechte Richtung, und lässt man die Zielscheibe der Nivellirlatte in diese Richtung bringen, so kann der die Latte haltende Gehilfe die Visirhöhe ablesen. Dergleichen Vorrichtungen hat man früher allerdings benützt; sie finden aber jetzt keine Anwendung mehr, da die Libelle ein weit sichereres Mittel ist, die Absehlinie eines Diopters horizontal zu stellen.

§. 220. **Die Pendelwage** besteht aus einem massiven, mehrere Pfund wiegenden Pendel mit eiserner Stange, an welche ein messingnes Diopterlineal mit senkrechten Flügeln angeschraubt ist. Diese Verbindung ruht

auf einem Stative und kann sich mittels eines Universalgelenks in jeder Richtung horizontal und vertical bewegen. Ist der Pendel ruhig geworden, so steht das Diopterlineal und mit ihm die Absehlinie horizontal. Selten aber steht der Pendel so stille, wie es gute Beobachtungen erfordern, oder es dauert sehr lange, bis es dahin kommt; darum ist auch dieses Instrument nicht mehr im Gebrauche, oder wenigstens nicht zu empfehlen.

§. 221. **Die Bergwage** ist im Grunde nichts Anderes als eine mit einem Gradbogen versehene Setzwage. Dadurch wird es möglich, die Neigungswinkel schiefer Flächen, namentlich von Böschungen, zu messen. Sie wird in Verbindung mit einem etwa 10 Fuss langen Richtscheite gebraucht, auf dessen Mitte sie gestellt ist und zu dessen schmalen Langseiten ihre Mittellinie senkrecht steht. In dieser Mittellinie liegt auch der Nullpunkt der Theilung des Gradbogens, welcher auf dem Dreiecke, das den Körper der Bergwage bildet, festgemacht ist. Da man mit diesem Werkzeuge die Böschungswinkel kaum genauer als bis auf $^1/_4$ Grad messen kann, so hat es für das Nivelliren selbstverständlich nur eine geringe Bedeutung.

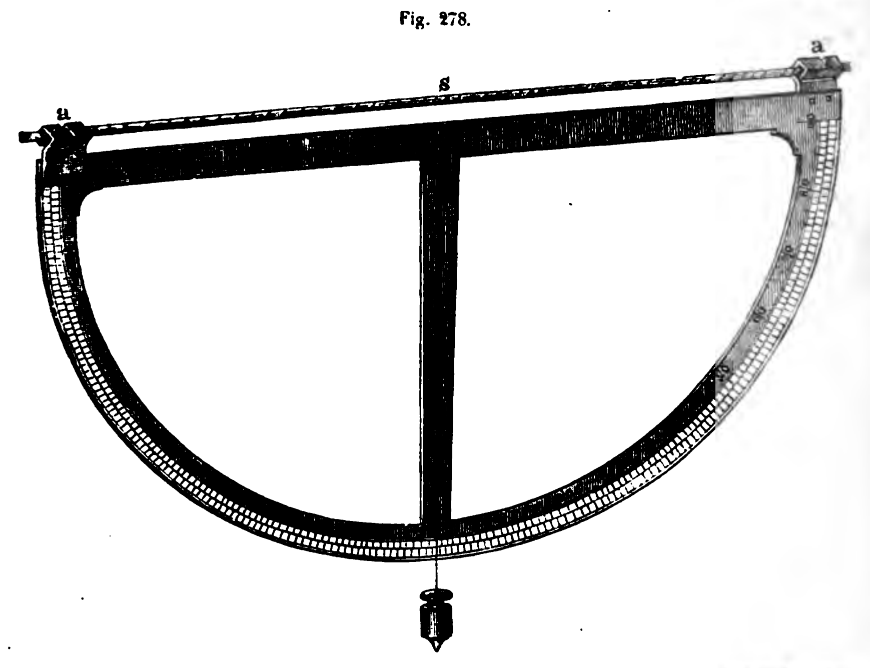
§. 222. **Die Wallwage** ist insofern eine Hängewage, als ein hölzernes, mit Dioptern versehenes gleichschenkliges Dreieck von etwa anderthalb Fuss Grundlinie und Höhe in der Mitte seiner Basis auf einem scharfen Stahlkeile, der sich an einem als Stativ dienenden Stocke befindet, aufgehängt wird. An seiner Spitze ist das Holzdreieck durchbohrt, um eine Schraubenspindel mit einer grösseren Metallkugel aufzunehmen, durch deren Verschiebung die Absehlinie berichtigt werden kann.

§. 223. **Die Hängewage** oder der Gradbogen der Markscheider (Fig. 278) ist dazu bestimmt, an einer ausgespannten Schnur aufgehängt zu werden, um hierdurch deren Neigung gegen den Horizont zu erfahren. Desshalb besteht sie aus einem mit Haken (a, a) versehenen Halbkreise von geschlagenem Messingbleche, in dessen Mittelpunkte ein Loth p befestigt ist, das an der Theilung des Bogens vorbeispielt. Das Blech, woraus der Bogen und seine massiven Arme gebildet sind, darf nicht zu dünn sein, damit es sich nicht biegt, aber auch nicht zu dick, damit es durch sein Gewicht die Richtung der Schnur durch Herabziehen nicht ändert: 0,2 Linien sind für die Dicke und 4 Linien als Breite genügend, wenn der Durchmesser des Bogens 8 bis 10 Zoll beträgt. Die Birne des Loths ist an einem Menschenhaare und dieses mit etwas Wachs in dem durchlöcherten Mittelpunkte des Bogens befestigt. Um das Haar mit der Birne zu vereinigen, wird es durch ein hohles Schräubchen gesteckt, unten umgebogen und auf dem Grunde der Birne festgeschraubt.

Die Prüfung des Gradbogens besteht darin, dass man zunächst mittels eines Zirkels seine Theilung untersucht, ob sie keine groben Fehler enthält, und, wenn diese richtig ist, eine Schnur so ausspannt, dass der daran aufgehängte Gradbogen genau einspielt. Nun lässt man die Schnur ganz ungeändert, und hängt den Gradbogen um, so dass er gegen seine erste Lage um 180° gedreht erscheint. Spielt hier das Loth wieder auf den Null-

punkt der Theilung ein, und hat man vorhin keine Theilungsfehler entdeckt, so ist die Hängewage richtig; ausserdem müsste einer der Haken etwas erhöht oder vertieft werden. Will man der Schnur keine horizontale Lage

Fig. 278.



geben, so kann man die Prüfung auch bei geneigter Richtung vornehmen, indem man zusieht, ob der Bogen in zwei einander entgegengesetzten Lagen gleiche Ablesungen gibt. Es ist immer gut, beide Prüfungen vorzunehmen, und zwar die letztere bei verschiedenen Neigungen der Schnur, welche begreiflicherweise gleichförmig dick und fest sein muss.

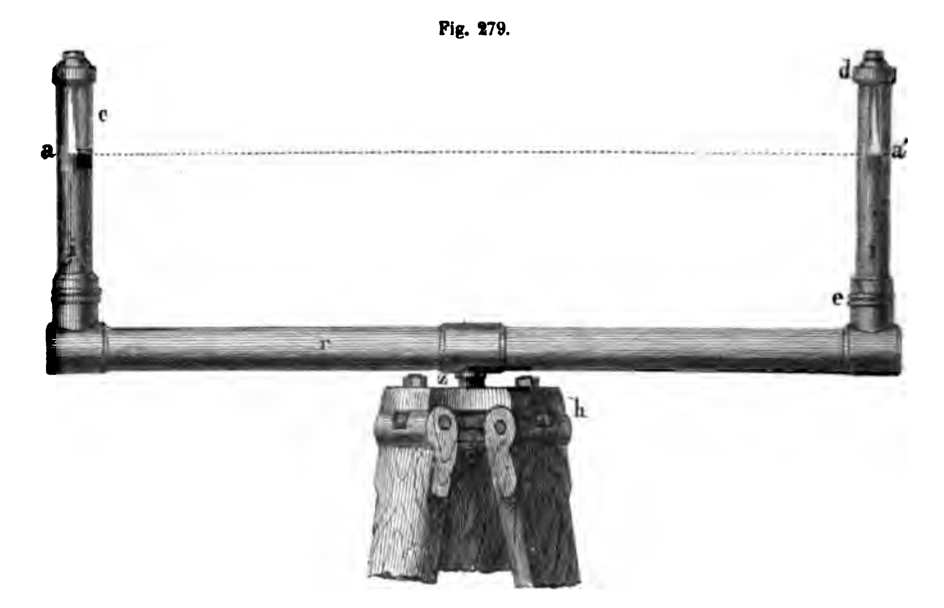
Röhreninstrumente.

§. 224. **Die Canalwage** (Fig. 279, S. 376) besteht aus einer cylindrischen Röhre (r) von Eisen-, Messing- oder Kupferblech, mit rechtwinklig umgebogenen Endstücken (e, e) in denen kurze Glascylinder (c, c) stecken, und mit einer in der Mitte angebrachten hülsen- oder zapfenförmigen Vorrichtung (z), welche auf ein dreibeiniges Gestell (h) passt. Dieses Stativ muss sich so stellen lassen, dass der Zapfen z nahezu lothrecht wird, damit bei einer horizontalen Drehung der Röhre r auch die Cylinder c, c nahehin lothrecht stehen. Die Blechröhre oder der Körper der Canalwage wird etwa 1 Meter lang und 3 bis 5 Centimeter weit gemacht, damit die mindestens 3^{cm} weiten Gläser leicht gefasst werden können. Diese Gläser stecken in Messing und sind durch Schrauben mit den Endstücken e, e

wasserdicht verbunden; oben werden sie mit Stöpseln (d, d) leicht zugedeckt.

Dieses Röhrensystem wird mit reinem oder gefärbtem Wasser gefüllt und in der Art zum Nivelliren benützt, dass man an den in einer Horizontalebene liegenden Rändern (a, a′) der durch die Gläser sichtbaren Flüssigkeitssäulen vorbei nach einer Schiebelatte visirt und deren Zielscheibe in die Absehlinie einwinkt. Damit man die Ränder der Wassercylinder gut sieht, müssen die Gläser möglichst rein sein, und damit sie wirklich in einer Horizontalebene liegen, dürfen die Gläser nicht zu eng und ungleich weit sein. Bei engen Gläsern von verschiedenen Durchmessern würde die Haarröhrchenkraft einen nachtheiligen Einfluss äussern, insofern die eine Flüssigkeitssäule höher stände als die andere. Dieser Einfluss ist aber bei

Fig. 279.



Röhren, die über 2 Centimeter weit sind, auch wenn ihre Durchmesser merklich von einander abweichen, nicht mehr zu beachten; denn gesetzt, die eine Röhre wäre einen Pariser Zoll oder 27 Millimeter und die andere 28 Millimeter weit, so würde (da die Erhebung des Wassers bei 1 Millimeter Durchmesser der Röhre und bei einer Temperatur von $8{,}5^{0}$ C 29,8 Millimeter beträgt und die Erhebungen sich umgekehrt wie die Durchmesser verhalten) die Erhebung in der 27^{mm} weiten Röhre $1^{mm},104$ und in der 28^{mm} weiten Röhre $1^{mm},065$ und somit der Unterschied beider Erhebungen nur $1{,}104 - 1{,}065 = 0{,}039$ Millimeter betragen. Der hieraus entspringende Fehler in der Visirhöhe wäre folglich, wenn die Gläser 1 Meter aus einander stehen, nur dem 25000sten Theile der Entfernung des einnivellirten Punkts vom Instrumente gleich und demnach etwa 25mal kleiner, als die

Genauigkeit, welche sich bei ganz gleichen Gläsern mit einer Beobachtung erreichen lässt.

Aber auch weite Glascylinder, bei denen die Haarröhrchenanziehung lange nicht mehr in Betracht kommt, dürfen nur sehr wenig verschiedene Durchmesser haben, weil sonst bei schiefem Stande des Stativzapfens jede Drehung des Instruments nach einer anderen Richtung den Horizont der Visirlinien hebt oder senkt. Um dieses einzusehen, stelle man sich zunächst unter a b in Fig. 280 die weite, unter c e die enge Glasröhre vor und nehme an, der Punkt b der Blechröhre liege um $(b\,i) = u$ tiefer als der Punkt e. Ist für diesen Stand des Instruments m n die horizontale Absehlinie, bezeichnet R den grösseren und r den kleineren Halbmesser der Wassercylinder m b und n e, nennt man h die Höhe n e der Absehlinie über dem Punkte e und vernachlässigt man den schiefen Schnitt der Wassersäulen: so ist offenbar die Wassermenge beider $R^2 \pi (h + u) + r^2 \pi h$. Dreht man jetzt die Röhre b e um ihre Axe v g, welche senkrecht zu b e, aber nicht lothrecht ist, um 180°, so dass e nach b und der enge Cylinder an die Stelle des weiten kommt, so wird die Absehlinie die höhere Lage a c, welche von m n um die Grösse z entfernt ist, einnehmen und es wird jetzt die Wassermenge in den beiden Flüssigkeitssäulen durch

$$R^2 \pi (h + z) + r^2 \pi (u + h + z)$$

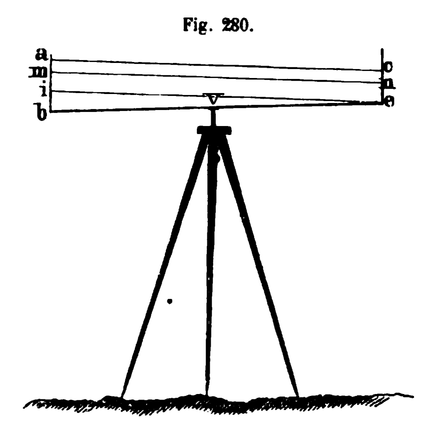


Fig. 280.

ausgedrückt sein. Diese Wassermenge ist aber offenbar der vorigen gleich und es findet somit die Gleichung statt:

$$R^2 (h + u) + r^2 h = R^2 (h + z) + r^2 (u + h + z)$$

aus der man für den vorliegenden Fall die Erhebung des Horizonts der Absehlinie

$$z = u \cdot \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2} \qquad (166)$$

findet. Es ist von selbst klar, dass, wenn anfänglich a b die enge und c e die weite Glasröhre gewesen wäre, statt einer Erhebung des Horizonts eine Senkung desselben von gleichem Betrage sich ergeben hätte. Auch ist nicht schwer einzusehen, dass man der letzten Gleichung eine allgemeinere Bedeutung, als bei ihrer Entwickelung geschehen ist, dadurch geben kann, dass man unter u diejenige Grösse versteht, um welche sich die Länge b i von der ersten zur zweiten Lage der Blechröhre, welche um irgend einen Horizontalwinkel verschieden sein können, ändert.

Will man das Verhältniss bestimmen, welches zwischen den Halbmessern R und r stattfinden darf, wenn für einen bestimmten Werth u' von u der

Fehler z eine gewisse Grösse z' nicht überschreiten soll, so braucht man nur u' und z' für u und z in die letzte Gleichung zu setzen und daraus das Verhältniss von R : r zu suchen. Man findet dieses Verhältniss mit

$$z' = u' \cdot \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2}$$

wenn man erst die Werthe u' + z' und u' — z' bildet und den einen Ausdruck durch den anderen dividirt; denn es wird alsdann

$$\frac{R}{r} = \frac{\sqrt{u' + z'}}{\sqrt{u' - z'}}. \qquad (167)$$

Soll z. B. der Fehler in der Visirhöhe nicht mehr als 0,1 Zoll betragen, wenn das eine Ende der Blechröhre bei der zweiten Visur um 2 Zoll tiefer steht als bei der ersten, so muss

$$\frac{R}{r} = \frac{\sqrt{2 + 0{,}1}}{\sqrt{2 - 0{,}1}} = 1{,}05$$

sein; d. h. wenn r = 1 Zoll ist, so darf unter den oben gemachten Voraussetzungen R höchstens 1,05 Zoll betragen.

Beim Gebrauche der Canalwage ist darauf zu sehen, dass die Deckel der Gläser nicht luftdicht schliessen, damit kein ungleicher Druck auf die Wassersäulen ausgeübt wird. Eine solche Ungleichheit würde die Höhenlage der Oberflächen der Wassersäulen und mithin auch die Horizontalität der Visirlinie beeinträchtigen und folglich die Messung fehlerhaft machen.

Das starke Schwanken des in der Canalwage befindlichen Wassers während des Transports von einer Station zur anderen kann dadurch gemässigt werden, dass man nach Fig. 279 in der Fassung jedes Glascylinders einen hohlen Blechkegel (i) anbringt, dessen kleinere Oeffnung nach oben gerichtet ist, während die grössere sich an die Röhrenwand anschliesst. Die vortheilhafte Wirkung dieses Kegels besteht allerdings zunächst darin, dass durch den verkleinerten Röhrenquerschnitt ein langsamerer Uebergang des Wassers von einem Glas in's andere stattfindet; sie hat aber auch noch einen anderen Grund. Es wird nämlich, wenn man das Wasser langsam an den Seitenwänden der Gläser in die Canalwage giesst, durch den in Rede stehenden Blechkegel der Eintritt von Luft in die Blechröhre (r) verhindert und dadurch der ununterbrochene Zusammenhang der Wassermasse des Instruments erhalten, welcher sehr wesentlich ist.

Da die Genauigkeit der Canalwage nur gering ist, so ist es nicht erlaubt, sie zu grösseren Nivellements zu verwenden, sie darf nur zur Aufnahme von Querprofilen oder anderen ähnlichen Arbeiten benützt werden. Man nimmt dabei die Entfernungen der Latte vom Instrumente nicht gern über 15^m an, da bei diesen Stationslängen die Visirhöhen schon um 1^{cm} unsicher sind.

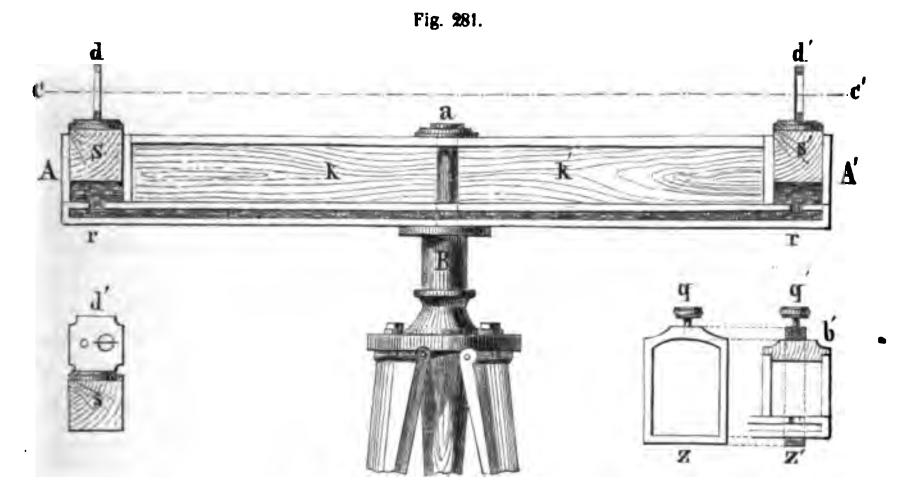
Nach dieser Annahme würde die Genauigkeit der Canalwage $^1/_{1500}$ der Stationslänge betragen. Erwägt man aber, dass zu der schiefen Lage der Absehlinie noch andere kleine Beobachtungsfehler kommen, welche aus dem

Stande der Latte, dem Einstellen der Zieltafel, dem Ablesen etc. entspringen, so ist es gerechtfertigt, die Genauigkeit der Canalwage für die einzelne Visur auf $^1/_{1000}$ und für eine grössere Reihe aufeinander folgender Punkte (weil sich hierbei etwa die Hälfte der Fehler aufhebt), auf $^1/_{2000}$ anzuschlagen.

Die Prüfung der Canalwage besteht nur darin, dass man sich von der guten Beschaffenheit der Gläser und ihrer wasserdichten Verbindung mit dem Instrumentenkörper überzeugt; ihr Gebrauch ergibt sich aus dem Vorhergehenden von selbst.

§. 225. **Die Quecksilberwage.** Diese ganz auf dem Princip der Canalwage beruhende, im Jahre 1790 von dem Engländer Keith angegebene Vorrichtung, ist wenig oder gar nicht mehr im Gebrauche, da man jetzt bei gleicher Güte wohlfeilere und bei gleichem Preise bessere Nivellirwerk-

Fig. 281.



zeuge haben kann. Ihre Einrichtung ist indessen folgende. Zwei vierseitige prismatische Gefässe (A, A' Fig. 281) von 3 cm Weite sind durch eine 50 cm lange Röhre von etwa 1 cm Durchmesser verbunden und mit Quecksilber gefüllt. Auf den in einer horizontalen Ebene liegenden Oberflächen der Quecksilbersäulen schwimmen zwei mit Diopteren (d, d') versehene Würfel (S, S') von Elfenbein, und unterhalb der Mitte der Verbindungsröhre ist eine Hülse (B) angebracht, welche auf ein Stativ gestellt und horizontal gedreht werden kann. Die Gefässe und die Röhre, welche das Quecksilber enthalten, bestehen in der Regel aus Kupfer, manchmal aber auch aus hartem Holze. Die Deckel (b, b'), womit man die Quecksilberbehälter nach dem Gebrauche des Instruments schliesst, müssen sehr gut gearbeitet sein und durch Zwingen (z, z') und Druckschrauben (q, q') fest an die Gefässwände gepresst werden können, um jeden Quecksilberverlust zu verhindern. Während die prismatischen Gefässe A, A' durch die eben

genannten Deckel und Zwingen abgesperrt sind, werden die Diopter in den Räumen k, k' der Hauptröhre des Instruments aufbewahrt.

Die Richtigkeit der Quecksilberwage beruht darauf, dass die Diopter und ihre Unterlagen, die Würfel, gleich hoch und gleich schwer sind, weil dann die Absehlinie dieser Diopter der horizontalen Quecksilberoberfläche, worauf die genannten Würfel schwimmen, parallel und folglich selber horizontal ist. Um sich hievon zu überzeugen, braucht man nur in der ersten Lage der Würfel einen Punkt der Visirlinie zu merken und zuzusehen, ob derselbe Punkt auch dann wieder gedeckt wird, wenn man die beiden Würfel mit ihren Dioptern in die zweite mögliche Lage gebracht, d. h. mit einander vertauscht hat. Dieses Prüfungsverfahren stimmt sohin mit dem für getrennte Diopter angegebenen überein.

Mit einer gut gebauten Quecksilberwage kann man zwar etwas genauer nivelliren als mit einer guten Canalwage, aber es muss dieser grössere Grad von Genauigkeit durch besondere Sorgfalt in der Behandlung des Instruments erkauft werden. Hierher ist zu rechnen: dass die Gefässe für die Diopter fast genau lothrecht stehen müssen, damit sich die Elfenbeinwürfel nicht an ihnen reiben; dass ferner eben desshalb der Ansatz von Quecksilberoxyd, welcher sich leicht bildet, an den Wänden dieser Gefässe vermieden oder immer wieder entfernt werden muss; und dass man sich endlich öfter von dem stetigen Zusammenhange der Quecksilbermasse in der Verbindungsröhre zu überzeugen, ausserdem aber die den Zusammenhang unterbrechenden Luftblasen zu beseitigen hat.

Libelleninstrumente.

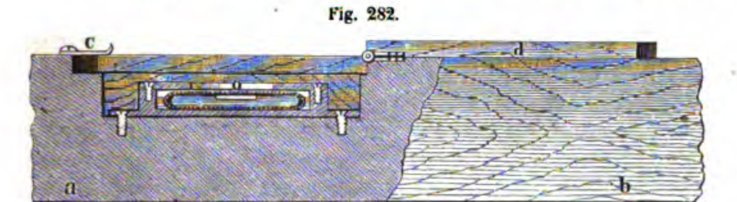
§. 226. Unter allen Nivellirinstrumenten sind diejenigen, bei welchen die Horizontalstellung durch eine Röhrenlibelle bewirkt wird, die genauesten. Sie bestehen in der Regel aus Diopter oder Fernrohr und Libelle und werden von einem Gestelle getragen, das im Allgemeinen wie das eines Theodolithen beschaffen ist. Diese Bestandtheile sind somit schon einzeln bekannt und brauchen daher nur mehr nach ihren verschiedenartigen Verbindungen und nach ihrer Gesammtwirkung betrachtet zu werden. Ehe wir jedoch auf diese Betrachtungen eingehen, müssen wir, der angenommenen Eintheilung der Nivellirinstrumente zufolge, hier auch einiger Libellensetzwagen gedenken, welche in neuester Zeit zur Anwendung kamen. Diese Libellenwagen sind freilich nicht im strengen Sinne Nivellirinstrumente, verdienen aber hier eben so gut eine Stelle als die verschiedenen Pendelwagen unter der ersten Abtheilung der Nivellirinstrumente.

1. Libellensetzwagen.

§. 227. **Libellensetzwage von Dittmar.** Der Zweck dieses in Fig. 282 im Längenschnitte dargestellten, zunächst nur für Bauhandwerker bestimm-

ten Messwerkzeugs ist, zu untersuchen, ob Linien oder Ebenen, an die man die untere Langseite a b des parallelepipedischen, 75^{cm} langen, 9^{cm} breiten, 3^{cm} dicken Holzkörpers anlegt, wagrecht sind. Zu dem Ende ist die Libelle

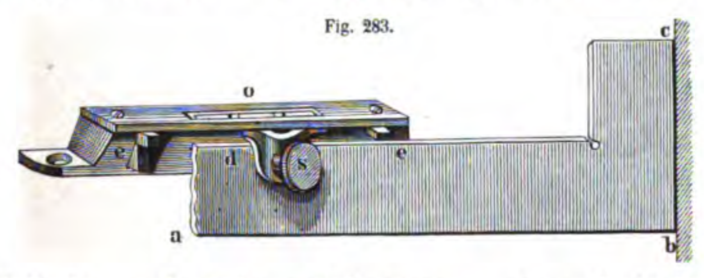
Fig. 282.



o in eine Vertiefung des hölzernen Prisma's so eingesetzt, dass ihre Axe der Seite a b parallel läuft. Spielt die Luftblase ein, so ist a b wagrecht, ausserdem zeigt der Ausschlag der Luftblase Richtung und Grösse der Neigung gegen den Horizont an. Diese Libellensetzwage unterscheidet sich demnach von den in Fig. 22 und 23 dargestellten Setzlibellen dem Zwecke und Gebrauche nach gar nicht, in der Ausführung aber insofern, als die Unterlage hier viel grösser und die Libelle gegen das Zerbrechen durch das Einlassen in den Holzkörper, sowie durch den Verschluss mit einem hölzernen Deckel d gesichert ist. Die Libellenröhre ist in einer eisernen Fassung auf Gyps gebettet und kann, wenn sich ihre ursprünglich richtige Lage verändern sollte, nicht berichtigt werden.

Eine auch zu Untersuchungen verticaler Linien und Ebenen dienende Einrichtung der Dittmar'schen Setzwage zeigt Fig. 283. Das eiserne Gehäus

Fig. 283.

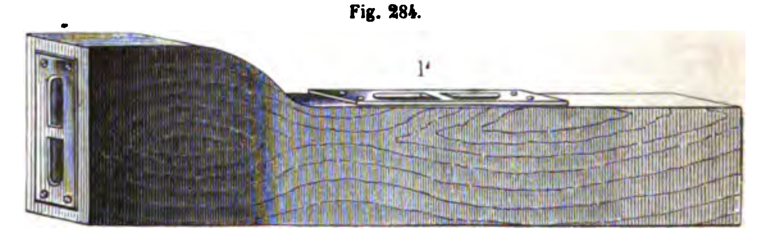


der Libelle hat an der Seite zwei Ansätze e, e, deren Verbindungslinie mit der Libellenaxe parallel ist, und einen Backen d, durch welchen eine Klemmschraube s geht. Mit den Ansätzen e, e kann die Libelle auf die obere Kante eines eisernen Winkelhakens a b c aufgesetzt und mit der Schraube s an der Seite dieses Winkelhakens so befestigt werden, dass die Libellenaxe der Kante a b parallel ist. Will man untersuchen, ob eine Gerade m n lothrecht ist, so legt man die Kante c b des eisernen Winkels an sie und beobachtet, ob die Luftblase der Libelle einspielt. Ist dieses der Fall, so steht m n senkrecht; dreht man hierauf den Haken um die Linie a b nach zwei Seiten so, dass c b fortwährend die Ebene m n berührt, und bleibt hierbei die Luftblase in der Mitte, so ist auch diese Ebene lothrecht.

Der Vortheil einer solchen Libellenwage gegenüber einer gewöhnlichen Setzwage ist, dass sie eine etwas grössere Genauigkeit gewährt und auch bei windigem Wetter gebraucht werden kann.

§. 228. **Libellensetzwage von Falter.** Der Mechaniker Falter in München hat der letztbeschriebenen Libellenwage eine einfachere Gestalt gegeben, insofern er nach Fig. 284 in einem etwa 75cm langen und 3cm

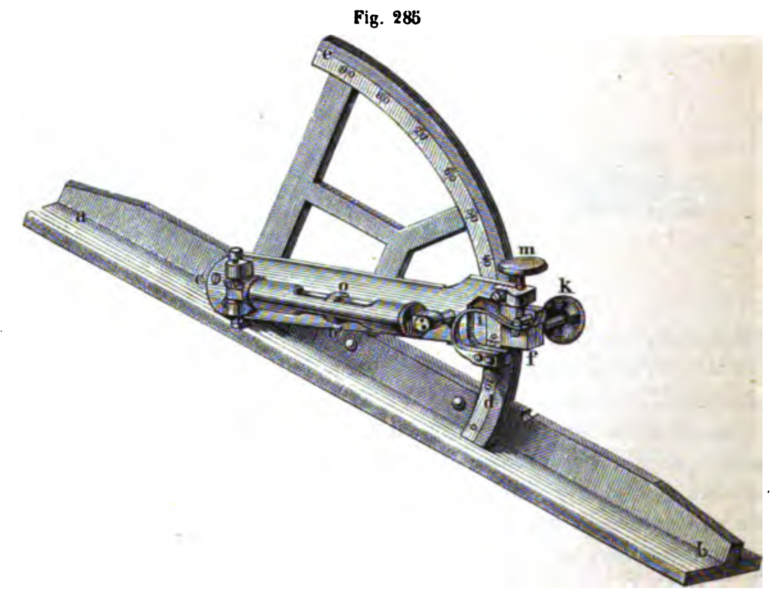
Fig. 284.



dicken Holzkörper zwei kleine Röhrenlibellen so anbringt, dass die eine in das Langholz eingelassene (l') zum Horizontalstellen, die andere in dem Hirnholze befindliche (l'') zum Verticalstellen dient. Die Glasröhren sind mittels eines unveränderlichen Harzkittes unmittelbar in die Höhlungen des Holzes gebettet und durch ausgeschnittene, auf das Holz geschraubte Messingplättchen gegen Beschädigung geschützt.

§. 229. **Setzniveau von Weisbach.** Zur Messung verticaler Neigungswinkel kann man sich in vielen Fällen mit mehr Vortheil des Setzniveau's

Fig. 285



als der in den §§. 221 und 223 beschriebenen Berg- und Hängewage bedienen. Fig. 285 stellt dieses Instrument dar. Es besteht aus einem mes-

singnen Lineale a b, das mit einem zu seiner Grundfläche senkrecht stehenden Quadranten e d fest verbunden ist, und aus einer an einer Alhidade c f befestigten Libelle o o', welche sich miteinander um den Mittelpunkt c des Quadranten bewegen lassen. Der Gradbogen wird unmittelbar in Drittel- oder Viertelgrade getheilt und der Nonius (i) so eingerichtet, dass man bis auf einzelne Minuten ablesen kann. Eine Klemmschraube k dient zur Hemmung der groben Drehung, eine Mikrometerschraube m mit gegenüberstehender Feder zur feinen Einstellung. Der Nullpunkt der Theilung befindet sich in einem durch die Mitte c des Gradbogens mit der Linealgrundfläche parallel gezogenen Halbmesser.

Damit man dieses Setzniveau auch zur Messung von Neigungswinkeln an Decken gebrauchen kann, lassen wir die nach §. 40 ausgeschliffene Glasröhre so fassen, dass auch der untere Theil derselben bei o' sichtbar ist. Wird nun das Setzniveau in umgekehrter Stellung angewendet, so ist der Röhrenmittelpunkt o' oben und man kann an ihm das Einspielen der Libelle beobachten, wie vorher bei dem Punkte o. Weiter gehört zu einem Setzniveau eine Latte, auf welche dieses gestellt oder an die es beim Gebrauche angelegt werden kann. Diese Latte darf sich nicht im mindesten biegen, wesshalb man ihr einen Tförmigen Querschnitt gibt, und ausserdem müssen ihre obere und untere Seitenfläche einander genau parallel sein.

Der Gebrauch dieses einfachen Werkzeugs ist wohl für sich klar, und was seine Prüfung und Berichtigung betrifft, so ist darüber nur Weniges zu bemerken. Eine richtige Theilung des Kreises und seines Nonius, sowie eine centrische Bewegung der Alhidade vorausgesetzt, genügt es, sich zu überzeugen, ob ein Collimationsfehler vorhanden ist, nach welcher Richtung er liegt und wie viel er beträgt.

Zu dem Ende stelle man den Nullpunkt des Nonius genau auf den Nullpunkt des Gradbogens und bringe die Libelle durch Heben oder Senken der dem Augenmasse nach horizontal liegenden Latte zum Einspielen, was am einfachsten durch Unterschieben eines Messkeils geschehen kann. Hierauf setze man das Niveau um und beobachte den Ausschlag der Luftblase. Ist dieser null, so ist kein Collimationsfehler vorhanden; beträgt er aber eine gewisse Grösse 2γ, so messe man dieselbe am Nonius, indem man durch die Mikrometerschraube m die Libelle zum Einspielen bringt. Die Hälfte γ ist die Grösse des gesuchten Fehlers, und ob dieser Fehler positiv oder negativ, d. h. von dem gemessenen Neigungswinkel abzuziehen oder zu ihm zu addiren ist, ersieht man am einfachsten aus der gegenseitigen Lage der Nullpunkte.

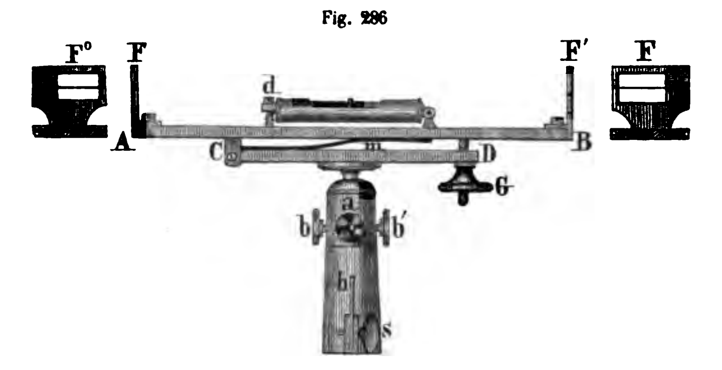
Hat man diese Bestimmung für den oberen Theil o der Libelle gemacht, so wiederhole man sie auch für den unteren o', indem man das Niveau an die untere Seite der Latte legt. Es kann sehr wohl sein, dass der durch dieses zweite Verfahren gefundene Collimationsfehler γ' von dem ersten γ etwas abweicht (was von der unsymmetrischen Gestalt der Röhre herrührt); dieser Unterschied schadet aber nicht, wenn man bei dem normalen

Gebrauche des Setzniveau's stets den Werth γ, und bei dem aussergewöhnlichen Gebrauche den Werth γ' in Rechnung bringt.

2. Nivellirdiopter.

§. 230. **Gewöhnliches Nivellirdiopter.** Nach Fig. 286 besteht dieses Werkzeug aus einem messingnen Lineale (A B) von 30 bis 40cm Länge mit zwei senkrechten Flügeln (F, F'), an denen sich Diopter zum Vor- und Rückwärtsvisiren befinden. Damit die beiden Visirlinien genau in einer Ebene liegen, muss der Horizontalfaden jedes Objectivs genau durch die Mitte jeder Oculaŕöffnung gehen und überdiess mit der Linealebene parallel sein. Auf dem Lineale ist eine Röhrenlibelle, welche durch das Schräubchen d mit den Absehlinien parallel gestellt werden kann, befestigt. Zwei an einer Messingplatte (C D) angebrachte Stahlspitzen (bei C) bilden die Axe, um welche sich das Diopterlineal durch die Schraube G so viel auf- und abbewegen lässt, als zur Horizontalstellung der Libelle nöthig ist. Die

Fig. 286



Feder m verhindert jeden todten Gang der Schraube G. Die Platte C D kann um eine Verticalaxe horizontal gedreht und diese Axe selbst, welche (nach Figur 288) ein massiver Zapfen mit kugelförmigem Ansatze ist und im Kopfe der Hülse h steckt, durch die vier Stellschräubchen a, a' und b, b' vertical gestellt werden. Dadurch wird die Platte C D selbst horizontal. Die Horizontalstellung dieser Platte hat man übrigens nur so weit auszuführen, dass die Fäden der Diopter wagrecht liegen; die Absehlinie wird immer erst durch die Schraube G genau horizontal gestellt. Die Hülse h wird mit der Schraube s auf dem nach Fig. 265 eingerichteten Zapfenstativ befestigt.

Die Prüfung des Nivellirdiopters besteht darin, dass man sich von dem Parallelismus der Libellenaxe mit den beiden Visirlinien überzeugt. Diese Ueberzeugung ist aber gegeben, wenn die nach §. 150, Nr. 1 angeordnete Messung das Ergebniss liefert:

$$2\,y = i + i' - h - h' = 0.$$

Wird der Ausdruck für y nicht null, so hat man die Libelle zu verbessern. Zu dem Ende lässt man die Zieltafel nach Erforderniss um die Grösse y auf- oder abwärts schieben und stellt auf's Neue die Absehlinie mit der Schraube G ein. Hierdurch wird die Luftblase der Libelle veranlasst, einen Ausschlag zu bilden, welcher dem zu verbessernden Fehler gleich ist. Diesen schafft man mit dem Schräubchen d weg und wiederholt hierauf nochmals die vorhergegangene Prüfung. Ist auf diese Weise eine Absehlinie mit der Libellenaxe parallel gestellt, so wird es auch die andere sein, wenn die Diopter wirklich so beschaffen sind, wie oben verlangt wurde. Um sich hiervon zu überzeugen, braucht man nur das Diopterlineal um 180⁰ zu drehen, horizontal zu stellen und zuzusehen, ob die zweite Absehlinie auch genau auf die Mitte der Zieltafel trifft, wenn diese gerade noch so steht wie vorhin. Trifft diese Linie nicht genau in die Mitte, so stelle man sie durch die Schraube G darauf ein und bemerke den hierdurch sich ergebenden Ausschlag der Luftblase. Stellt man später, wenn die zweite Absehlinie gebraucht wird, die Luftblase genau so, wie sie eben stand, so ist die Visur horizontal; will man dieses aber nicht, so muss man den Faden des zweiten Diopters ein wenig verrücken.

§. 231. **Stampfer's Nivellirdiopter.** Will man dem Uebelstande, dass der Objectivfaden eines Diopters und der anvisirte Gegenstand nicht gleichzeitig deutlich zu sehen sind (§. 28), begegnen, so muss das Diopter durch ein Fernrohr ersetzt werden, bei welchem bekanntlich Bild und Fadenkreuz in einer Ebene liegen. Stampfer wandte ein Fernrohr ohne Vergrösserung an und behielt dafür den Namen Diopter bei. Dieses Fernrohr besteht aus zwei ganz gleich beschaffenen Convexlinsen von 2 bis 3 Linien Oeffnung und einem Fadenkreuze, das in der Mitte des Abstands beider Linsen steht. Da die Brennweite dieser Linsen nur 3^{cm} beträgt, so fällt selbst für ziemlich nahestehende Gegenstände deren Bild in die Ebene des Fadenkreuzes; dieses braucht daher nicht verschoben zu werden, wesshalb es unveränderlich in der Röhre befestigt ist. Ein solches Diopter gewährt ausser dem schon besprochenen Vorzug des deutlicheren Sehens noch den Vortheil, dass man mit ihm vor- und rückwärts visiren kann, ohne seine Stellung zu ändern. In Folge dieses Umstands kann man die parallele Lage der Libelle und der Absehlinie eben so leicht und sicher prüfen als bei dem Theodolithen, dessen Fernrohr sich umlegen lässt.

Fig. 287.



Aus Fig. 287, welche die Verbindung des eben beschriebenen Diopters

mit der Libelle und dem Stative zeigt, entnimmt man, dass die Vorrichtung zur Horizontaldrehung und Verticalbewegung ganz dieselbe wie bei dem vorhergehenden und dem folgenden Nivellirwerkzeuge ist. Die Hülse a kann entweder auf einen passend abgedrehten Stock gesteckt oder mit einer Schraube S auf einer hölzernen Unterlage befestigt werden.

Der Gebrauch dieses kleinen Apparats ergibt sich von selbst und seine Prüfung ist sehr einfach, wenn man voraussetzen darf, dass die beiden entgegengesetzten Absehlinien wirklich zusammenfallen. Man braucht nämlich dann nur das Diopter auf eine etwa 30 Meter entfernte Schieblatte zu richten, die Libelle zum Einspielen zu bringen, die Zieltafel einzuwinken und ablesen zu lassen, hierauf aber das Instrument um 180° zu drehen und dasselbe Verfahren bei gleichem Stande der Latte zu wiederholen. Behält die Zieltafel bei einspielender Libelle ihre Höhe bei, so ist die Libellenaxe den Absehlinien parallel, ausserdem aber muss man jene Tafel in die Mitte der beiden Ablesungen stellen und die Libelle mit dem Schräubchen d so weit verbessern, dass die Visirlinie auf die Mitte der Tafel trifft. Will man dieses nicht, so kann man nach der Umdrehung des Instruments die Absehlinie wieder auf den ersten Punkt richten und die Hälfte des Ausschlags der Luftblase an dem Schräubchen d, die andere Hälfte an der Schraube G verbessern. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Verfahrungsweisen ist zu einfach, als dass wir uns hier damit befassen wollen.

Zweifelt man an dem Zusammenfallen der beiden entgegengesetzten Absehlinien in eine einzige, so muss die Prüfung des Stampfer'schen Nivellirdiopters nach §. 150, welcher auch bei dem gewöhnlichen Nivellirdiopter in Anwendung kommt, vorgenommen werden. Eine Berichtigung könnte freilich nur von einem Mechaniker vorgenommen werden.

Die Genauigkeit des Stampfer'schen Diopters darf man erfahrungsgemäss auf $^1/_{15000}$ der Entfernung annehmen, d. h. bei 45 Meter Abstand der Latte wird man die abgelesene Höhe noch auf 3 Millimeter richtig erhalten: mit einem gewöhnlichen Diopter ist nur ungefähr die Hälfte dieser Genauigkeit zu erreichen.

8. Nivellirinstrumente mit Fernrohr.

Das Stampfer'sche Nivellirfernrohr.

§. 232. Ein dem Nivellirdiopter ganz ähnliches Werkzeug ist das Taschen-Nivellirinstrument oder Nivellirfernrohr von Stampfer, welches in Figur 288 von der Seite und in Fig. 289 von vorne gesehen dargestellt ist. Es unterscheidet sich von dem eben betrachteten Nivellirdiopter nur dadurch, dass an ihm statt der nicht vergrössernden Linsenverbindung ein kleines Fernrohr von 12cm Länge und fünffacher Vergrösserung angebracht ist, und dass die Röhrenlibelle (L) über, nicht neben dem Fernrohre steht. Die Horizontal- und Verticalbewegungen sind völlig denen der beiden Nivellirdiopter gleich, wesshalb wir dieselben nicht weiter besprechen, aber doch

darauf hinweisen wollen, dass die vorstehenden Figuren den Verticalzapfen mit seinem Ansatze k durch punktirte Linien andeuten, was in den Fig. 286 und 287 nicht der Fall ist. Das Fernrohr (F) kann nicht um seine optische

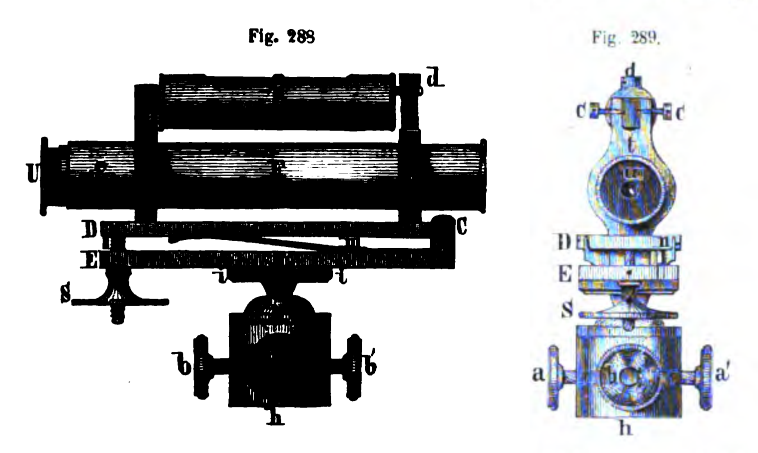


Fig. 288 Fig. 289.

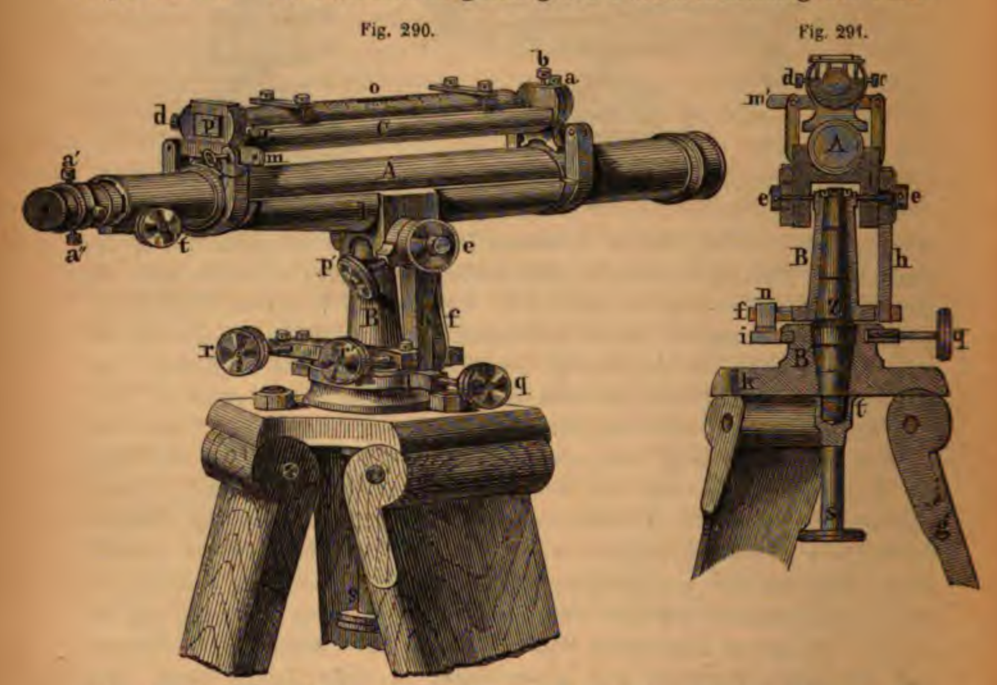
Axe gedreht werden, da es in seinen Lagern (t, t) festgemacht ist; das Fadenkreuz lässt sich ebenfalls nicht drehen. Letzteres ist durch zwei mit der Ocularröhre verbundene Stifte (e), welche sich in einem Schlitze der Objectivröhre bewegen, daran verhindert. Der Schlitz ist mindestens so lang als die mögliche Aenderung der Bildweite (a_1) des Objectivs. Das Augenglas (U) lässt sich, so weit es das deutliche Sehen verlangt, dem Fadenkreuze nähern oder von ihm entfernen. Der mit n bezeichnete Stift an dem Hebel C D zeigt, wenn er die Grundplatte E Z berührt, an, dass die Libellenaxe zur Axe des Verticalzapfens k senkrecht steht. Diese Stellung gibt man der Libellenaxe vor jeder Horizontalstellung, welche durch die vier Stellschräubchen a, a', b, b' in bekannter Weise bewirkt wird. Vier um 90° von einander abstehende Marken an der Scheibe i, i kann man benützen um auf eine Visirrichtung eine zweite senkrecht zu stellen. Das ganze Instrument findet in einem 15^cm^ langen, 12^cm^ breiten und 5^cm^ hohen Kästchen und dieses selbst in einer Tasche Platz. Die Verbindung desselben mit dem Stativ geschieht entweder durch eine Schraube S, wie sie in Fig. 287 gezeichnet ist, oder durch eine Hülse, welche man statt derselben an der Büchse h anbringen lassen kann, wenn es beliebt.

Die Prüfung und Berichtigung der Libellenaxe wird nach §. 150, Nr. 1 vorgenommen und die deutliche Sichtbarkeit des Fadenkreuzes durch Verschiebung des Augenglases hergestellt. Eine Centrirung des Fadenkreuzes ist nicht nöthig, da dasselbe sich nur längs der optischen Axe bewegen kann.

Die Genauigkeit des eben betrachteten Instruments darf bei mässigen Entfernungen der Latte auf 1 : 30000 veranschlagt werden.

Das Ertel'sche kleine Nivellirinstrument.

§. 233. Zu der perspectivischen Abbildung dieses Instruments in Fig. 290 und dem zur optischen Axe des Fernrohrs senkrechten Durchschnitte in Fig. 291 werden nur wenige Erläuterungen nöthig sein. Das Gestell ist das bekannte Reichenbach'sche; seine Kopfplatte (k) erhebt sich in der Mitte zu einer konischen Büchse (B′), in welche der Verticalzapfen (z) gesteckt wird, wenn man das Instrument aufstellen will. Dieser Zapfen wird durch die Schraube S in Folge der Reibung bei t in der Büchse festgehalten. Um ihn dreht sich die zweite Büchse B, an deren Kopf das Fernrohrlager (l) angebracht ist. Die hierdurch mögliche grobe Horizontaldrehung des Fern-


Fig. 290. Fig. 291.

rohrs lässt sich durch die Druckschraube q hemmen; alsdann ist noch eine feine Drehung durch die Mikrometerschraube r hervorzubringen. Das Lager des Fernrohrs dreht sich vertical um eine zu dem Hauptzapfen z senkrecht stehende horizontale Axe (e e′), die aus zwei in die Büchse B geschraubten Körnern (e, e′) besteht. Auch diese Drehung ist entweder eine grobe oder eine feine: die grobe ist möglich, wenn man die Schraube p′ lüftet, die feine, wenn man p′ anzieht und r′ vor- oder rückwärts dreht. Durch die eben beschriebenen Horizontal- und Verticalbewegungen lässt sich die optische Axe des Fernrohrs genau auf die Mittellinie der Nivellirlatte oder einer Zieltafel einstellen und in eine horizontale Lage bringen. Das Fernrohr (A) liegt mittels zweier genau abgedrehten Ringe in seinem ebenfalls

cylindrischen Lager und kann daselbst um seine Axe gedreht werden. Seine innere Einrichtung ist bereits in §. 67 vollständig abgebildet und beschrieben worden, also bekannt. Dasselbe gilt von der Röhrenlibelle (o), welche auf die eben genannten Ringe gesetzt und durch Schliessen (m, m') festgehalten wird. (§. 42.)

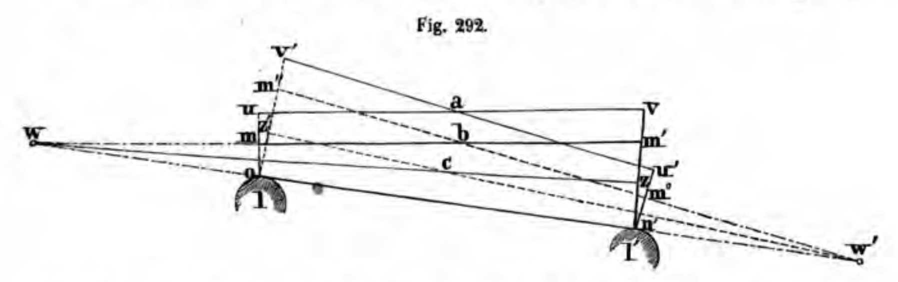
§. 234. **Prüfung, Berichtigung, Gebrauch.** Vor dem Gebrauche dieses Instruments zum Nivelliren muss man sich überzeugt haben:

1) dass das Objectiv genau centrirt ist;
2) dass das Fadenkreuz deutlich gesehen wird und in der mechanischen Axe liegt;
3) dass die Libellenaxe mit der durch die mechanische Axe bestimmten Absehlinie parallel ist;
4) dass die Ringdurchmesser des Fernrohrs einander gleich sind.

Die Prüfungen Nr. 1 bis 3 und die zugehörigen Berichtigungen sind in den §§. 70 und 43 beschrieben, und über die Nothwendigkeit der Prüfung Nr. 4 wird kein Zweifel stattfinden, da man sofort einsieht, dass durch das Verfahren zu Nr. 3 die Libellenaxe unmittelbar nur mit der obersten Seite der durch die Ringe bestimmten Kegel- oder Cylinderfläche parallel gestellt wird und erst dann mit der Absehlinie parallel läuft, wenn die beiden Ringe wirklich in einer Cylinderfläche liegen. Ist letzteres der Fall, so ist klar, dass man das Fernrohr sammt der Libelle, nachdem diese zum Einspielen gebracht ist und die Prüfungen 1 bis 3 vorausgegangen sind, in seinem Lager umsetzen kann, ohne dadurch eine Aenderung in dem Stande der Luftblase zu bewirken. Hat dagegen der eine Ring einen grösseren Durchmesser als der andere und man bringt die Libelle zum Einspielen, so wird diese nach ihrem Umsetzen mit dem Fernrohre einen Ausschlag zeigen, der dem vierfachen Neigungswinkel der Ringaxe gegen die Libellenaxe entspricht.

Denn stellen in Fig. 292 die Linien m o, m' n' die beiden Ringdurch-

Fig. 292.



messer d, d' und u v, w z die Axen der Libelle und des Fernrohrs vor, so ist in Folge der Berichtigungen zu Nr. 1 und 3 u v parallel zu m m', und der Neigungswinkel b w c $= \varphi$ beider Axen ergibt sich aus der Gleichung

$$2\,e \,.\, \mathrm{tg}\,\varphi = d' - d \qquad (168)$$

wenn man die Entfernung der Ringe m m' $=$ e setzt. Wird das Fernrohr sammt der Libelle umgelegt, an dem Lager o n' aber Nichts geändert, so

nimmt die Linie m m' die Lage $m^0 m''$ und u v die Lage u' v' an, wobei $n' m^0 = o\,m = d$, $o\,m'' = n'\,m' = d'$ und $m^0 u' = m\,u = m'' v' = v\,m'$ ist. Man entnimmt nun leicht aus der Figur, dass der Neigungswinkel ($v' a u = \psi$) der Libellenaxe v' a gegen den Horizont $= 4\,\varphi$ ist, und dass somit der Ausschlag der Luftblase den vierfachen Fehler φ anzeigt.

Dieser Fehler φ hat immer einen nachtheiligen Einfluss auf das Nivelliren, der sich aus der Gleichung (168) bestimmen lässt. Da nämlich die Visirlinie, wenn die Libelle einspielt, mit dem Horizont einen Winkel φ bildet, so wird man auf die Entfernung E die Lattenhöhe um eine Grösse

$$f = E \operatorname{tg} \varphi = \frac{E\,(d' - d)}{2\,e} \qquad (169)$$

falsch erhalten, welche oft sehr bedeutend sein kann. Denn nimmt man an, dass der Unterschied in den Durchmessern nur $0{,}1^{mm}$ beträgt, so wird für $e = 100^{mm}$ und $E = 100^{m}$ der Fehler $f = 50^{mm}$. Derselbe Fehler würde bei gleichen Ringdurchmessern offenbar auch dadurch entstehen, dass zwischen den Fuss der berichtigten Libelle und den Ring des Fernrohrs Sandkörnchen eindringen, welche die Libelle um $0{,}1^{mm}$ heben, und man entnimmt hieraus, wie nöthig es ist, die Ringe und die Füsse der Libelle von Staub rein zu halten.

Wenn sich, was aber höchst selten der Fall sein wird, eine Ungleichheit der Ringdurchmesser herrausstellen sollte, so kann dieselbe zwar nicht berichtigt, wohl aber durch mehrere Mittel in ihrer schädlichen Wirkung gemildert werden. Eines dieser Mittel ist die Verbesserung der Visirhöhen durch Berechnung der Fehler nach der letzten Gleichung. Alle diese Fehler sind den Entfernungen E proportional und daher, wenn einer bestimmt ist, leicht zu finden. Ein anderes Mittel besteht darin, dass man den Stand der Luftblase bestimmt, für welchen die Absehlinie horizontal ist, und die Libelle jedesmal auf diese Stelle statt auf den Nullpunkt der Scala einspielen lässt. Ein drittes Mittel endlich ist, sich genau gleichweit von den einzunivellirenden Punkten aufzustellen und gerade so zu verfahren, als ob der in Rede stehende Fehler nicht vorhanden wäre. In diesem Falle werden beide Visirhöhen um gleichviel zu gross oder zu klein erhalten und folglich gibt ihr Unterschied die Höhe des einen Punkts über dem anderen richtig. Es ist aber klar, dass bei diesem Verfahren keine Zwischenpunkte einnivellirt werden dürfen, weil für diese die Visirhöhen nicht um eben so viel fehlerhaft werden als die der äussersten Punkte einer Station, indem ihre Entfernungen vom Instrumente kleiner sind.

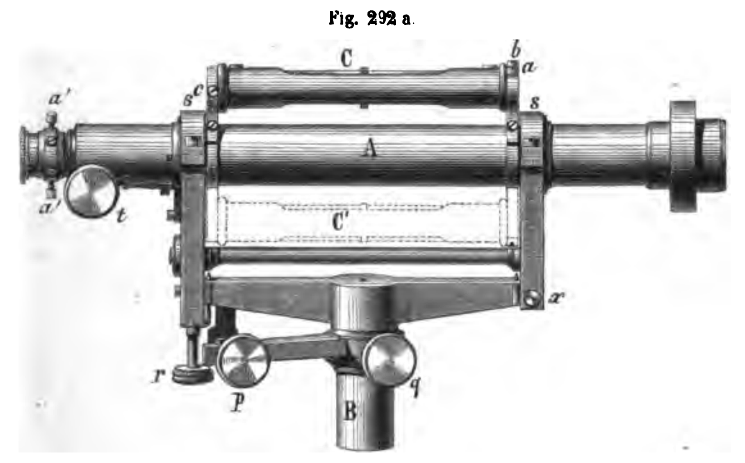
Ist das Ertel'sche kleine Nivellirinstrument berichtigt, so ist sein Gebrauch ein sehr einfacher. Man stellt nämlich das Stativ in ungefähr gleicher Entfernung von den beiden einzunivellirenden Punkten A und B fest, richtet das Fernrohr auf die in dem Punkte A lothrecht stehende Latte, verschiebt das Ocular durch das Getriebe t, bis man auf ihr deutlich lesen kann, bringt dann durch Drehung des Fernrohrs das Fadenkreuz so in die Mitte der Latte, dass der eine Faden vertical, der andere horizontal

ist, stellt hierauf die Libelle mit der Mikrometerschraube r' horizontal, liest ab und schreibt die Ablesung auf. Ohne etwas an dem Stande des Gestells zu ändern, dreht man nun das Fernrohr nach dem zweiten Punkte B, wo jetzt die Latte steht, und wiederholt das vorige Verfahren: die Differenz beider Ablesungen gibt den gesuchten Höhenunterschied zwischen A und B. Es ist durchaus nicht nöthig, wie Manche irrig meinen, dass man in der geraden Linie A B das Instrument aufstellen müsse; es kann beliebig weit ausserhalb dieser Geraden stehen, wenn es nur von A und B nicht zu ungleich entfernt ist. Dass man diese Entfernungen nach dem Augenmasse gleich annimmt, hat darin seinen Grund, dass hierdurch, wie später gezeigt wird, der schädliche Einfluss der Strahlenbrechung und Erdkrümmung auf die Höhenbestimmung wegfällt. Man braucht aber in dem Abschätzen dieser Entfernungen keineswegs ängstlich zu sein, da 4 bis 5 Meter Unterschied der Längenabstände noch keinen merkbaren Fehler dieser Art veranlassen.

Das Amsler'sche kleine Nivellirinstrument.

§. 235. In dem Reichenbach'schen mathematisch-mechanischen Institute von Ertel und Sohn in München wird ausser dem oben beschriebenen noch ein anderes kleines Nivellirinstrument angefertigt, welches das Amsler-sche genannt wird, da ein Mechaniker dieses Namens dessen Einrichtung angegeben hat. Dieses Amsler'sche kleine Nivellirinstrument darf nicht mit dem verwechselt werden, welches früher von Amsler-Laffon in Schaffhausen angefertigt, in neuerer Zeit aber wegen seiner schwierigen Ausführung und Behandlung wieder aufgegeben wurde. Beide besitzen eine Röhrenlibelle mit doppelter Scala, und das Amsler-Laffon'sche Nivellirfernrohr hatte noch überdiess hinter dem Doppelocular einen cylindrischen

Fig. 292 a.



Spiegel, der ein Bild der Luftblase gab und hiedurch erkennen liess, ob diese im Augenblick des Ablesens auf der Nivellirlatte einspielte.

Die beigedruckte Fig. 292a stellt das Amsler-Ertel'sche Nivellirinstrument

ohne Gestelle dar, das sich von dem in Fig. 290 abgebildeten nicht wesentlich unterscheidet und dessen Verbindung mit dem Fernrohr- und Libellenträger von untergeordneter Bedeutung ist. Dieser Träger dreht sich mit einer Hülse (B) um einen stählernen Zapfen, der von dem Dreifusse ausgeht, welcher unmittelbar auf dem Holzgestelle ruht und mit diesem elastisch verbunden ist. Die grobe Horizontal-Drehung des Trägers wird durch die auf den Zapfen wirkende Druckschraube q gehemmt, die feine durch die Stellschraube p hervorgebracht. Vertical lässt sich der ganze Träger und mit ihm Fernrohr und Libelle durch die Schrauben des Dreifusses und in seinem oberen Theile durch die Stellschraube r bewegen. In dem letzteren Falle geht die Drehung ähnlich wie die des Fernrohrs am Stampfer'schen Nivellirinstrumente (Fig. 265, Seite 358) um eine horizontale Axe x vor sich.

Das Fernrohr A ist genau so wie das des Ertel'schen kleinen Nivellirinstruments (Fig. 290) eingerichtet und es lässt sich auch wie jenes in cylindrischen Lagern um seine mechanische Axe drehen. Ein Unterschied in der Befestigung besteht nur darin, dass sich das in Rede stehende Fernrohr nicht umlegen lässt, ohne dass man die beiden die Lager bedeckenden Schliessen s, s abschraubt. Der Constructeur glaubte auf dieses Umlegen um so mehr verzichten zu können, als sich die mit dem Fernrohre fest verbundene Libelle mit dem letzteren um dessen mechanische Axe dreht und durch den Stand der Luftblase gegen die zweite Scala, welche in der punktirten Libellenlage C' oben ist, einen allenfallsigen Collimationsfehler anzeigt, der im anderen Falle durch Umlegen des Rohrs aufgefunden werden kann, vorausgesetzt jedoch, dass die beiden Scalen ganz symmetrisch gegen die Libellenaxe liegen. Diese practisch schwer zu erfüllende Bedingung gab Anregung zur Construction der Libellen von Ott und Coradi in Kempten, welche nur Eine Scala haben, sich aber auch um ihre eigene Axe drehen lassen, so dass, wenn die Libelle C durch Drehung des Fernrohrs in die Lage C' gebracht ist, die unten stehende Scala nach oben kommt, sobald man die Libelle C' um ihre eigene Axe dreht.

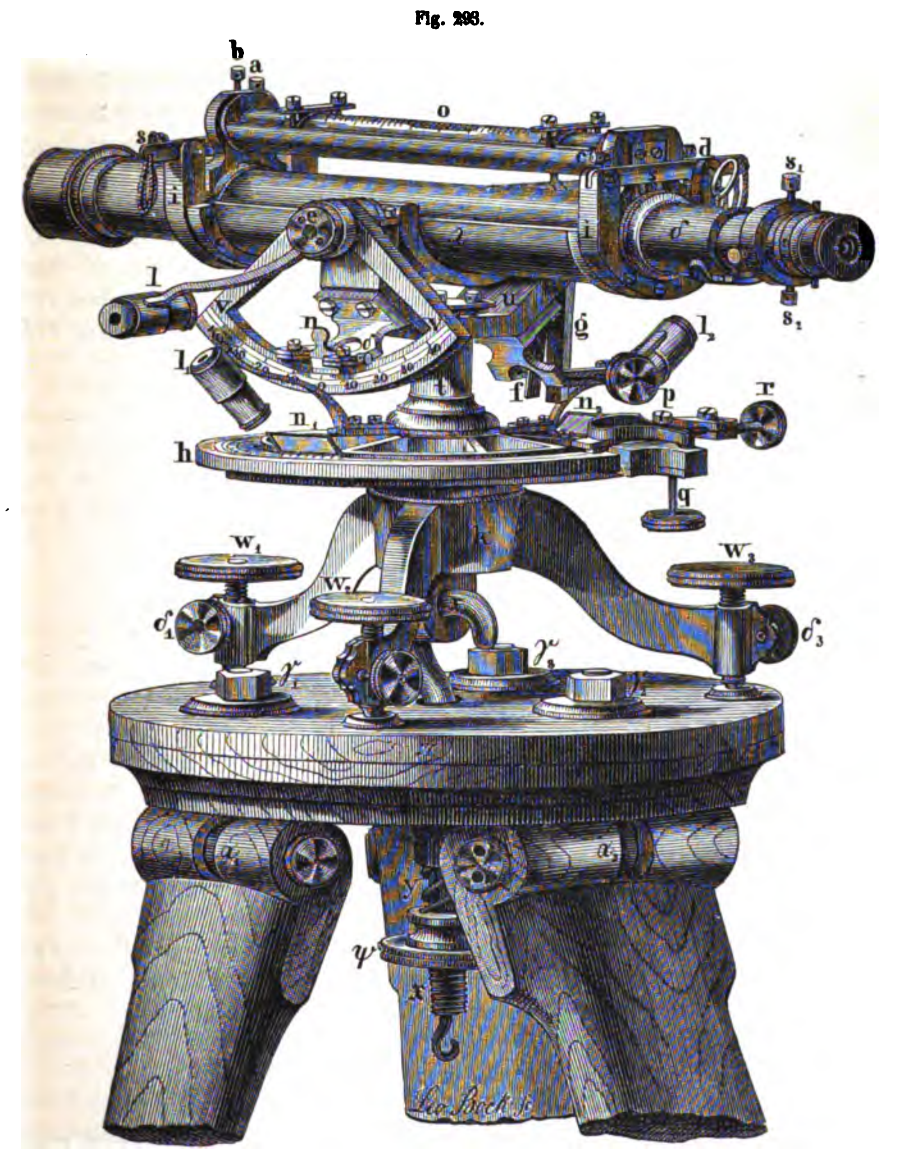
Die Prüfung der gegenseitigen Lage der Fernrohr- und Libellenaxen des Amsler'schen Nivellirinstruments beruht auf der eben erwähnten Voraussetzung und besteht darin, dass man erstens in bekannter Weise untersucht, ob die beiden Axen in einer Ebene liegen und sie nöthigenfalls durch die wagrechten Stellschräubchen c, d dahin bringt, und dass man zweitens zusieht, ob die Luftblase, wenn sie in der oberen Lage C der Libelle eingespielt hat, es auch in der unteren C' thut. Der sich hier ergebende Ausschlag entspricht dem doppelten Fehler in der Axenlage und muss halb an den lothrechten Stellschräubchen a, b und halb durch die Schraube r' verbessert werden. Kann man es dahin bringen, dass die Luftblase in den zwei diametralen Stellungen C und C' der Libelle einspielt oder gleiche Ausschläge nach gleichen Richtungen gibt, so ist die Idee, auf der die Einrichtung dieses Instruments beruht, verwirklicht und es kann dann genau so wie das eben beschriebene kleine Ertel'sche Nivellirinstrument

gebraucht werden, wobei es sich empfiehlt, zweite Ablesungen in der zweiten Lage des Fernrohrs und der Libelle zu machen.

Das Ertel'sche grosse Nivellirinstrument.

§. 236. Wir haben von diesem Instrumente bereits im vorigen Abschnitte (§. 202) eine Abbildung und Beschreibung geliefert, da es nicht

Fig. 293.

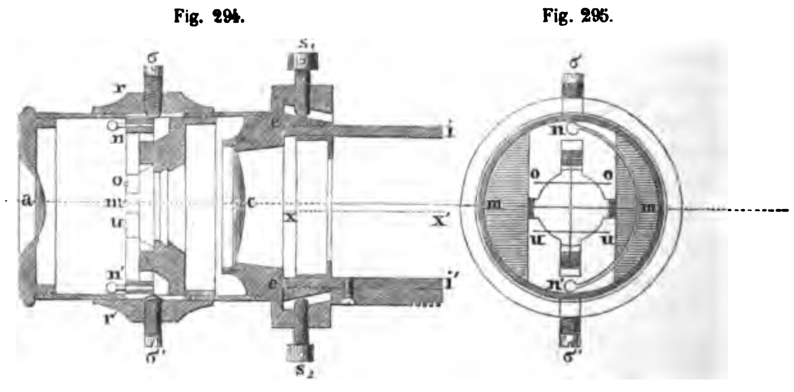


bloss zum Nivelliren, sondern auch zum Distanz- und Winkelmessen bestimmt ist. Wegen dieser dreifachen Bestimmung kann man es auch Universalinstrument heissen; die Benennung „grosses Nivellirinstrument" wird jedoch von den Ingenieuren häufiger gebraucht, und da sie auch in dem Preisverzeichnisse von Ertel und Sohn vorkommt, so wollen wir sie hier ebenfalls anwenden.

Der früheren Beschreibung ist Nichts mehr beizufügen; nur über den Gebrauch des Universalinstruments zum Nivelliren sind einige Bemerkungen zu machen. Dieser Gebrauch setzt die Berichtigung des Instruments voraus. Wenn es sich aber bloss um das Nivelliren (nicht um Winkel- und Distanzmessung) handelt, so genügt es, dieselben vier Prüfungen vorzunehmen, welche im vorigen Paragraphen für das kleine Ertel'sche Nivellirinstrument als nothwendig erkannt und beschrieben wurden.

Hinsichtlich der Ausführung dieser Untersuchungen besteht zwischen dem grossen und kleinen Instrumente gar kein Unterschied; nur die Berichtigung des Fadenkreuzes geschieht auf verschiedene Weise: bei dem kleinen nämlich nach §. 70 und bei dem grossen dadurch, dass man den Theil der Ocularröhre, welcher das Fadenkreuz trägt, mittels der in Fig. 294

Fig. 294. Fig. 295.



mit s_1 und s_2 bezeichneten Stellschräubchen, denen zwei andere s_3 und s_4 senkrecht gegenüberstehen, so weit gegen die Axe der Objectivröhre verrückt, bis der mittlere Kreuzungspunkt m in der Axe dieser Röhre liegt. Was in §. 234 über den Einfluss der ungleichen Ringdurchmesser des kleinen Instruments und dessen Beseitigung oder Vermeidung gesagt wurde, gilt hier ohne alle Ausnahme.

Das Verfahren, den Höhenunterschied zweier oder mehrerer Punkte zu finden, erfordert durchaus nicht, wie viele glauben, eine Horizontalstellung des Kreises, sondern einzig und allein nur die Horizontalstellung des Fernrohrs in der Richtung zur Latte. Selbst wenn mehrere einzunivellirende Punkte um den Standpunkt des Instruments liegen, gewährt es keinen Vortheil, den Kreis horizontal zu stellen; denn die Herstellung dieser Lage kostet mehr Zeit als die wenn auch mehrmals sich wiederholende Horizontal-

stellung des Fernrohrs. Hierzu kommt, dass im ersteren Falle für jede Visur die Libelle doch wieder zum genauen Einspielen gebracht werden muss, da selten ein Instrument so vollkommen ist, dass die Luftblase nicht um einige Theilstriche aus der Mitte ginge, wenn man das Fernrohr mit der Alhidadenaxe dreht.

Mit dem grossen Ertel'schen Nivellirinstrumente kann man zwei Punkte, die 150^m aus einander liegen, von einem Standpunkte aus einnivelliren, wenn dieser von beiden nahezu gleichweit und also von keinem mehr als 75 bis 80^m entfernt ist. Man kann in diesem Falle bis auf 0,7 bis $0{,}8^{mm}$ genau ablesen, also eine Genauigkeit $k = m : z = 1 : 100000$ erreichen. Bei sehr weit ausgedehnten Nivellements setzt sich die Genauigkeit zusammen aus den mittleren Fehlern m der einzelnen Lattenablesungen, wobei nur die an den Endpunkten einer Station (den Anbindepunkten) aufgestellten Latten in Betracht kommen. Ist nun a die Zielweite (75 bis 80^m) und A die Länge des ganzen Nivellements, also A : a die Zahl n der Ablesungen, so ergibt sich der mittlere Fehler des Höhenunterschieds zwischen dem ersten und letzten Punkte des Nivellements nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung gleich

$$m = k\,a\sqrt{n} = k\sqrt{A\,a}. \qquad (170)$$

Wenn nun $k = 1 : 100000$ für $a = 81^m$, so wird für eine Strecke A von 40 Kilometer $m = 0{,}00001 \,.\, 9 \,.\, 20 = 1{,}8^{mm}$, d. h. der Höhenunterschied der beiden Endpunkte ist nur um $\pm\, 1{,}8^{mm}$ unsicher. (Weiteres über die Genauigkeit des Nivellirens findet man im zweiten Bande, Abschnitt III, Abth. C.)

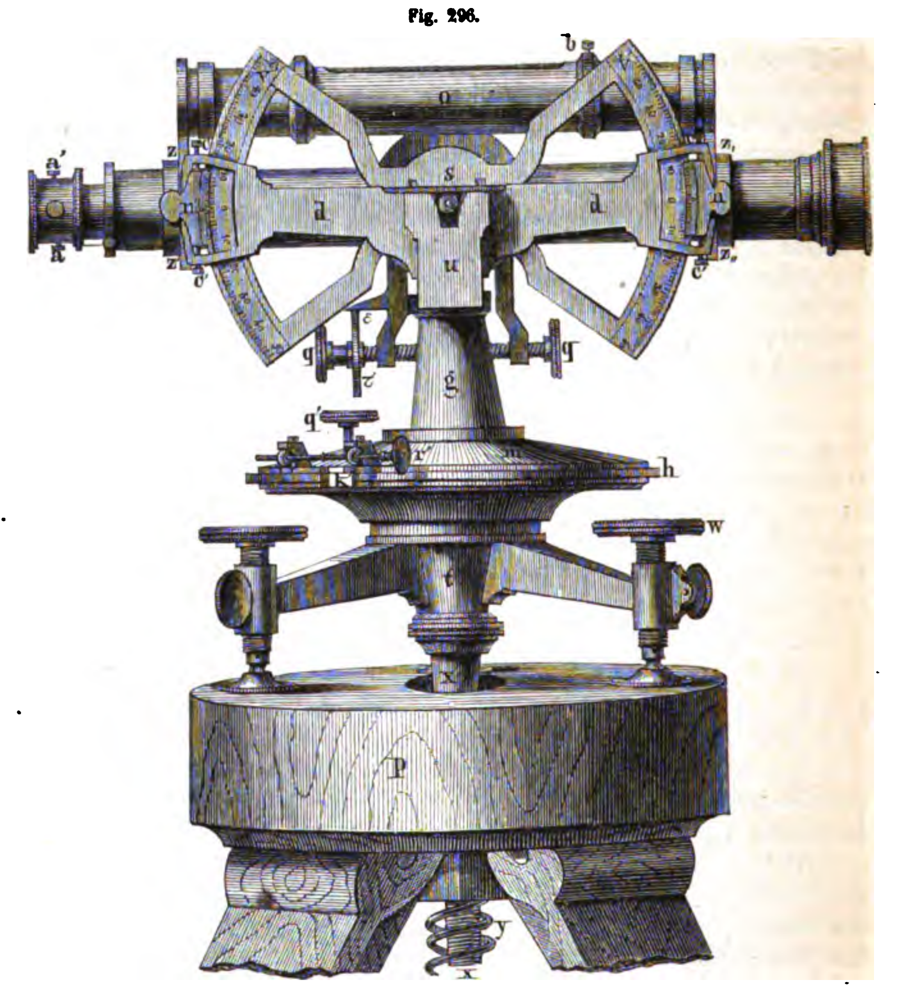
Das Breithaupt'sche grosse Nivellirinstrument.

§. 237. Man macht den Nivellirinstrumenten, deren Fernrohre sich in ihren Lagern umdrehen lassen und bei welchen die Libellen mittels cylindrischer Füsse auf zwei genau abgedrehte Ringe der Objectivröhre des Fernrohrs gesetzt werden, den Vorwurf, dass sich diese Ringe bald abnützen oder Beschädigungen erleiden, welche nicht der Geometer, sondern nur der Mechaniker verbessern kann. Andrerseits erkennt man den grossen Vorzug an, welchen diese Instrumente dadurch besitzen, dass man sie auf so einfache und von jedem anderen Nivellirinstrumente unabhängige Weise prüfen und berichtigen kann. Es lässt sich nun zwar nicht läugnen, dass an dem eben ausgesprochenen Vorwurfe etwas Wahres ist, nämlich dass wirklich eine Abnützung der Lagerringe stattfindet, aber es kann nicht zugegeben werden, dass diese Abnützung bald oder sogar „sehr bald" eintritt, wie hie und da behauptet wird. Bei sorgfältiger Behandlung jener Instrumente kann man sie jahrelang an allen zum Nivelliren geeigneten Tagen gebrauchen, ohne dass man auch nur mehr als eine Spur jener Abnützung wahrnimmt. Tritt dann endlich wirklich eine nachtheilige Ungleichheit der Ringdurchmesser ein, so ist die Ausgabe für die Abgleichung derselben im Verhältniss

zu den Vortheilen, die dergleichen Instrumente in den vorhergegangenen Jahren gewährt haben und in den folgenden wieder gewähren werden, eine so geringe, dass sie nicht in Anschlag kommen kann.

Breithaupt in Cassel hat aus Veranlassung des erwähnten und von ihm vielleicht zu sehr gewürdigten Mangels seinen grösseren Nivellirinstru-

Fig. 296.



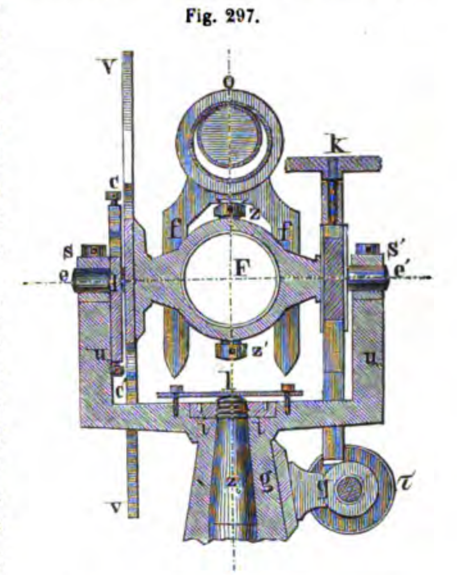
menten eine Einrichtung gegeben, wodurch das Fernrohr allerdings umgelegt, aber nicht um seine optische Axe gedreht werden kann, und wobei die Libelle zwar auf dem Fernrohre aufsitzt, aber nicht unmittelbar auf der Objectivröhre selbst, sondern auf den Köpfen stählerner Stellschrauben, welche in dieser Röhre stecken. Die Einrichtung eines solchen Nivellirinstruments ergibt sich aus der Zeichnung in Fig. 296, welche nach den in

dem Preisverzeichnisse von F. W. Breithaupt und Sohn enthaltenen Abbildungen angefertigt ist. Des Raums wegen ist hier das Fernrohr etwas verkürzt dargestellt.

Dieses Nivellirinstrument ist gleichzeitig zum Messen horizontaler und verticaler Winkel eingerichtet. Sein Stativ (p), der Dreifuss (t) und dessen Verbindung (x, x) mit dem Gestelle, der Horizontalkreis (h) mit der Alhidade (m), die Nonien (n) und die Klemmvorrichtung (q' r') sind gerade so beschaffen, wie die gleichnamigen Theile des in §. 148 beschriebenen einfachen Theodolithen; wir können uns daher sofort zu den übrigen Bestandtheilen wenden, bei deren Besprechung uns ihr Querdurchschnitt (Fig. 297) unterstützen soll.

Mit dem Dreifusse und dem Horizontalkreise steht ein Verticalzapfen (z_0) in fester Verbindung; seine Axe ist zugleich die der Alhidade, welche sich mit einer konischen Metallbüchse (g) um ihn dreht. Das Abheben dieser Büchse von dem Zapfen ist durch die Schraubenmutter i, und das Herabsinken derselben durch die federnde Scheibe l verhindert. Die zwei Arme (u, u), in welche die Büchse g ausläuft, nehmen die Drehaxe (e e') des Fernrohrs auf. Will man diese Axe aus ihren Lagern heben und das Fernrohr umlegen, so muss man die Schliessen (s, s'), welche sie bedecken, durch Lösung der auf sie drückenden Schräubchen öffnen. Die grobe Drehung der in Rede stehenden Axe kann durch die Druckschraube k gehemmt werden; nach dieser Hemmung ist die feine

Fig. 297.



Drehung durch die Mikrometerschraube q möglich. Die eingetheilte Trommel τ derselben und der feststehende Zeiger ε gestatten, die Verticalwinkel an den beiden Höhenbögen v, v' bis auf einzelne Secunden zu messen, nachdem die beiden einander gegenüberstehenden Nonien n, n' dieselben bis auf 10 Secunden angegeben haben. Der Höhenkreis von 8 Zoll Durchmesser ist nämlich auf Silber unmittelbar in Sechstelgrade getheilt und 59 solche Theile geben 60 Noniustheile. Der Horizontalkreis hat nur 7 Zoll Durchmesser, aber dieselbe Theilung wie der Höhenkreis. Die Nonien des letzteren bewegen sich in Stahlspitzen c, c', durch welche jeder Collimationsfehler beseitigt werden kann. Das 20 Zoll lange achromatische Fernrohr besitzt 18 Linien Oeffnung und eine 35malige Vergrösserung; es lässt sich aus seinen Lagern heben und so umlegen, als ob es durchgeschlagen wäre.

In diesen beiden Lagen des Fernrohrs wird die Libelle (o), welche für 5 Secunden Neigung 1 Linie Ausschlag gibt, mit dem einen Ende auf dem abgeschliffenen Kopf des Stellschräubchens z oder z', mit dem anderen Ende auf die Kante eines dreiseitigen Stahlprisma's (bei $z_,$ oder $z_{,,}$) aufgesetzt und durch gabelförmige Füsse (f, f), die sich dicht an die Objectivröhre anschliessen, vor Seitenbewegungen bewahrt.

§. 238. **Prüfung und Berichtigung.** Wenn das grosse Breithauptsche Nivellirinstrument in seinen beiden Eigenschaften als Höhen- und Winkelmesser berichtigt sein soll, so müssen

1) die Libellenaxe und die durch die Auflagepunkte $z, z_,$ oder $z', z_{,,}$ bestimmte Linie parallel sein; ferner müssen
2) die beiden Linien $z\,z_,$ und $z'\,z_{,,}$ unter sich und
3) mit der die Abstände $z\,z'$, $z_,\,z_{,,}$ halbirenden optischen Axe des Fernrohrs parallel laufen; weiter muss sich
4) die optische Axe des Fernrohrs in einer zum Horizontalkreise senkrechten Ebene kippen lassen; und endlich dürfen
5) die beiden Nonien des Höhenkreises keinen Collimationsfehler haben.

Ausserdem sollen die beiden Kreise und ihre Nonien richtig getheilt sein und keine Excentricitäten der Alhidade und des Fernrohrs stattfinden.

Zu 1. Um zu sehen ob die Libellenaxe der Linie $z\,z_,$ parallel läuft, bringe man die Luftblase mit Hilfe der Mikrometerschraube q zum Einspielen, setze hierauf die Libelle um und verbessere die eine Hälfte des Ausschlags durch die Stellschraube (b) der Libelle, die andere aber durch die Mikrometerschraube q oder eine der Fussschrauben (w, w). Hierau Wiederholung des Verfahrens. Es ist klar, dass die Libellenaxe, wenn sie mit $z\,z_,$ parallel ist, auch mit $z'\,z_{,,}$ parallel läuft, sobald sie auf das umgelegte Fernrohr gesetzt wird.

Zu 2. Die Linien $z\,z_,$ und $z'\,z_{,,}$ werden einander parallel sein, wenn in zwei genau entgegengesetzten Lagen des Fernrohrs die Luftblase der vorher berichtigten Libelle genau einspielt. Darum stelle man die Libelle auf $z\,z_,$, bringe die Luftblase in die Mitte und lese die beiden Nonien des Höhenkreises so genau als möglich ab. Nun hebe man, ohne sonst an dem Instrumente Etwas zu ändern, das Fernrohr aus seinem Lager und setze es so wieder ein, dass es als durchgeschlagen erscheint; bringe hierauf die Libelle auf die feste Linie $z'\,z_{,,}$, lasse sie abermals einspielen und lese wieder die beiden Nonien am Verticalkreise ab. Ist das Mittel dieser Ablesungen dem Mittel der vorigen gleich, so sind die Linien $z\,z_,$ und $z'\,z_{,,}$ parallel; weichen aber die beiden mittleren Ablesungen von einander ab, so bewirke man durch die Mikrometerschraube q ihre Gleichheit und verbessere alsdann den Ausschlag der Libelle an einer der Schrauben $z_,$ z' durch Heraus- oder Hineindrehen.

Von der Richtigkeit dieses (wiederholt anzuwendenden Verfahrens) kann man sich leicht überzeugen, wenn man erwägt, dass durch Herstellung der gleichen mittleren Ablesungen (die aber insofern einander entgegengesetzt

sind, als die eine Höhen- und die andere Tiefenwinkel bezeichnet) die Visirlinie und die Linie z z, genau in die ihrer ersten entgegengesetzte Lage kommen. Da nun z z, ursprünglich horizontal war, so ist sie es in der zweiten Lage wieder. Wenn aber in dieser Lage die auf z' z,, stehende Libelle einen Ausschlag zeigt, so kann er einzig nur von der Linie z' z,, herrühren, welche desshalb auch allein zu verbessern ist.

Zu 3. Die Visirlinie geht durch die Mitte der Auflagerabstände z z' und z, z,, und ist der Libellenaxe parallel, wenn sie nach Umlegung des Fernrohrs und einer halben Drehung der Alhidade des Horizontalkreises bei einspielender Libelle ihre erste Lage wieder annimmt. Desshalb richte man, nachdem die Berichtigungen zu Nr. 1 und 2 gemacht sind, das Fernrohr auf eine etwa 50 Meter weit entfernte lothrecht stehende Nivellirlatte, stelle das Ocular so, dass man die Theilung ganz deutlich sehen kann, bringe die Libelle zum Einspielen und lese ab. Hierauf lege man das Fernrohr wie bei Nr. 2 um, drehe die Alhidade des Horizontalkreises um 180°, d. h. so weit um, dass das Fernrohr wieder auf die Latte, welche unverrückt stehen blieb, gerichtet ist, lasse die Luftblase einspielen und sehe zu, ob die neue Ablesung der vorausgegangenen gleich ist oder nicht. Sind beide gleich, so ist das Fadenkreuz richtig centrirt, weichen sie aber ab, so muss die halbe Abweichung durch die auf den Horizontalfaden wirkenden Stellschräubchen a, a' verbessert werden. Die Nothwendigkeit der Wiederholung des Verfahrens versteht sich von selbst.

Zu 4. Die Erfüllung der vierten Bedingung, dass sich die Visirlinie bei horizontal gestelltem Instrumente in einer Verticalebene bewege, setzt voraus: a) dass jene Linie senkrecht stehe zur Drehaxe des Fernrohrs, und b) dass diese Axe mit der Alhidadenaxe einen rechten Winkel bilde. Wie diese beiden Fälle untersucht werden, ist im §. 150 unter den Prüfungsverfahren zu Nr. 2 und Nr. 3 nachzulesen.

Zu 5. Ueber die Bestimmung und Beseitigung des Collimationsfehlers der Nonien am Höhenkreise gilt Alles was darüber in §. 150 Nr. 4 mitgetheilt wurde. Hinsichtlich der Excentricitäts- und Theilungsfehler glauben wir auf den Schluss des eben genannten Paragraphen und auf §. 151 verweisen zu dürfen.

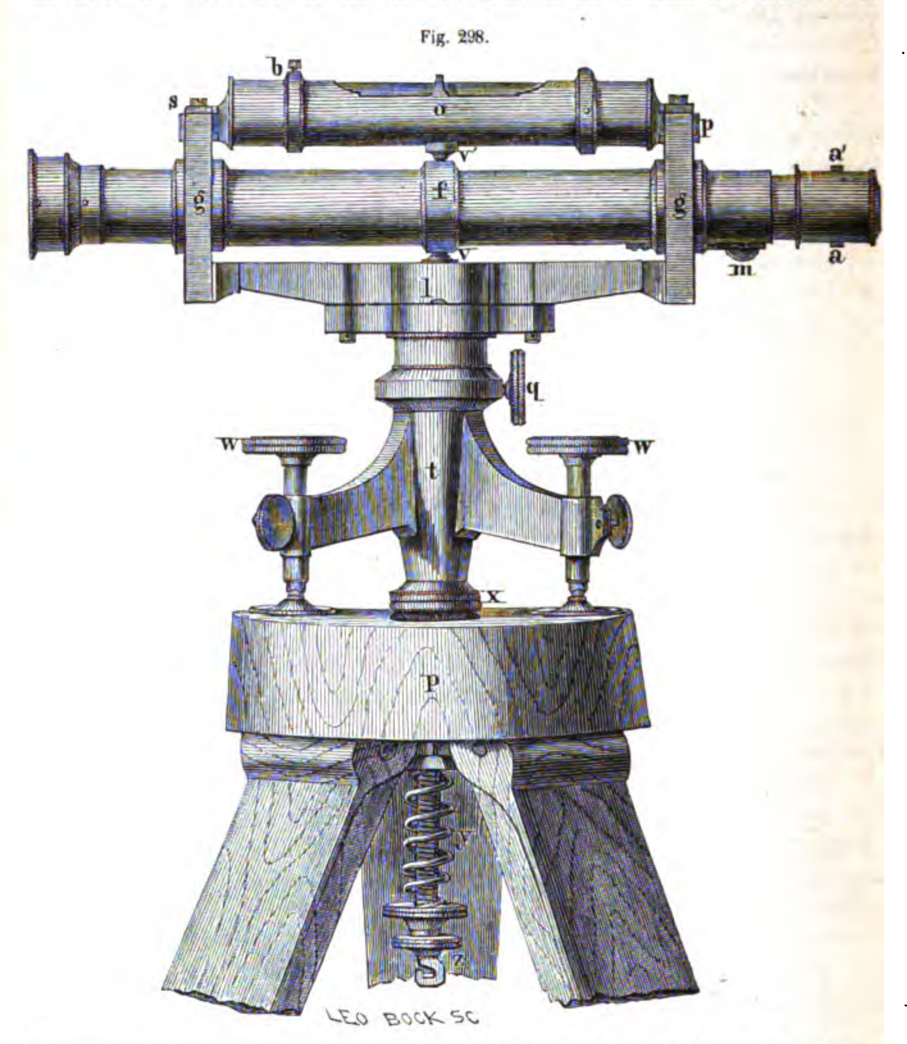
Die Winkelmessung geschieht wie mit dem einfachen Theodolithen (§. 149) und das Nivelliren wie mit den Ertel'schen Nivellirinstrumenten (§. 234 und 236). Die Genauigkeit beider ist gleich.

Das Breithaupt'sche kleine Nivellirinstrument.

§. 239. Das Breithaupt'sche Nivellirinstrument ohne Horizontal- und Höhenkreis hat die in Fig. 298 dargestellte einfachere Form. Die Horizontaldrehung des Fernrohrs geschieht hier um einen mit dem Fernrohrträger (l) fest verbundenen und in den Dreifuss (t) eingeschliffenen Zapfen von ähnlicher Construction wie die des Alhidadenzapfens in Fig. 187. Durch die

Druckschraube q wird diese Drehung gehemmt; eine feine Horizontaldrehung ist nicht möglich, aber auch nicht nöthig, da man mit der blossen Hand das Fernrohr leicht auf die Mittellinie der Nivellirlatte einstellen kann. Der

Fig. 298.



Fernrohrträger spaltet sich an seinen Enden (e, e) in Gabeln (g, g), zwischen denen nach Fig. 299 und 300, welche Längen- und Querschnitte der Endstücke bei e vorstellen, die Objectivröhre mittels eines stählernen Schraubenkopfs (z) und die Kante eines dreiseitigen Prisma's (z_1) auf gleichfalls stählernen Unterlagen (u, u) ruht. Der Grund für dieses Auflager ist in §. 237 angegeben. Die Länge des Fernrohrs, welches hier etwas verkürzt gezeichnet ist, beträgt 16 Zoll und die Oeffnung seines Objectivs

16 Linien; das astronomische Ocular vergrössert 30mal. Die Röhrenlibelle, welche mit ihren Ansätzen p, p einerseits auf einer mit dem Fernrohre festverbundenen Stahlkante (c) und andrerseits auf einem Schraubenkopfe (z') ruht und durch Schliessen (s, s) und Stifte (i, i) zwischen den Armen (g, g) festgehalten wird, gibt für 8 Secunden Neigung einen Ausschlag von einer Linie.

Fig. 299

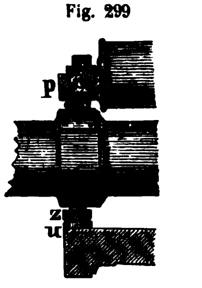
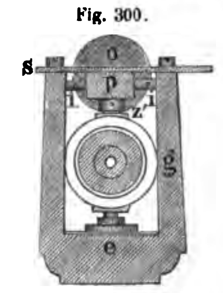


Fig. 300.



An diesem Instrumente ist vor seinem Gebrauche zu untersuchen, ob folgende Linien parallel sind:

1) die Libellenaxe und die durch die Punkte c und z' bestimmte Unterlage derselben;
2) die Linie c z' und die durch die Lagerpunkte des Fernrohrs gehende Linie zz_1; endlich
3) die Visirlinie und die Libellenaxe.

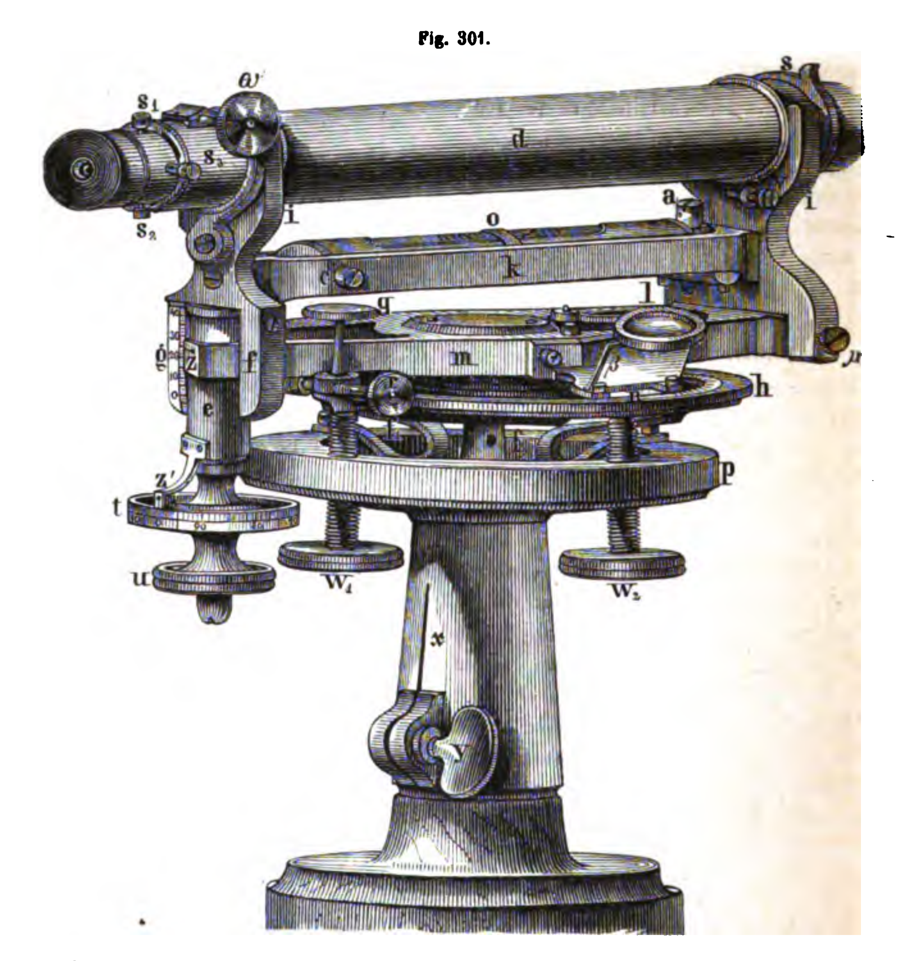
Die erste Untersuchung und eine durch sie bedingte Berichtigung geschehen auf bekannte Weise. Die zweite Prüfung ist weit einfacher als die gleichvielte des grösseren mit Verticalkreis versehenen Instruments. Man braucht nämlich nur die vorher berichtigte Libelle zum Einspielen zu bringen und hierauf das Fernrohr sammt der Libelle umzulegen, so dass bloss die Auflagepunkte z, z_1 vertauscht werden, und zuzusehen, ob die Libelle wieder einspielt. Wenn ja, ist die Linie zz_1 der cz' parallel; wenn nicht, muss erstere durch das Schräubchen z verbessert werden. Bei der dritten Untersuchung stellt man die Seiten zz_1 und z' c des auf eine Nivellirlatte gerichteten Fernrohrs mit der Libelle horizontal und liest ab; hierauf wendet man das Fernrohr um, indem man es in der vorigen Richtung auf die Punkte c, z' legt, wodurch es um seine Axe gedreht erscheint, und sieht zu, ob die Visirlinie wieder den vorigen Punkt der Latte trifft. Geschieht diess, so ist die Absehlinie den Linien zz_1, cz' parallel; geschieht es nicht, so muss durch die Schräubchen a, a' des Fadenkreuzes geholfen werden. In welchem Sinne dieselben zu bewegen sind, kann man sich leicht selber klar machen.

Das Nivellirinstrument von Stampfer und Starke.

§. 240. Die Beschreibung dieses Instruments haben wir bereits früher geliefert, als wir es in den §§. 208 bis 212 als Distanz- und Winkelmesser betrachteten. Ebendaselbst wurde seine Prüfung und Berichtigung nicht bloss für diese beiden Zwecke, sondern auch für das Nivelliren beschrieben. In diesen Beziehungen haben wir den früheren Beschreibungen Nichts mehr beizufügen, aber über seine Anwendung als Nivellirinstrument ist noch Einiges zu sagen.

Das Stampfer'sche Nivellirinstrument unterscheidet sich von allen anderen wesentlich dadurch, dass man nicht bloss auf die gewöhnliche Weise mittels horizontaler Absehlinien, sondern auch auf aussergewöhnliche Weise mittels geneigter Visirlinien nivelliren kann. Diese besondere Methode, welche sich auf die Anwendung der mit grösster Sorgfalt gearbeiteten Mikrometerschraube des Instruments gründet, gewährt in manchen Fällen Vortheile,

Fig. 301.



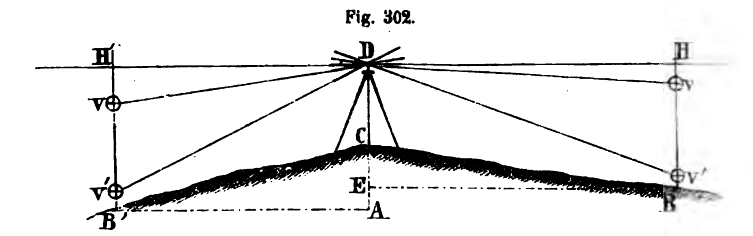
welche kein anderes Instrument darbieten kann, dann nämlich, wenn es sich um vorläufige Nivellements in sehr durchschnittenem Terrain, um Aufnahme von Schichtenlinien oder Horizontalcurven u. dergl. handelt; mit anderen Worten: wenn man in stark geneigtem und rasch wechselndem Terrain mit dem Nivelliren das Distanzmessen verbinden will und von beiden nicht den höchsten Grad der Genauigkeit fordert.

Um von der Stampfer'schen Nivellirmethode einen Begriff zu geben,

nehmen wir zunächst an, es handle sich darum zu bestimmen, wie tief der Punkt B in Fig. 302 unter der Horizontalebene D H, welche durch die optische Axe des Fernrohrs geht, liege. In B sei die in §. 208 beschriebene Distanzlatte mit den beiden Scheiben v, v', welche genau um die Grösse d von einander abstehen, lothrecht aufgestellt. Auf diese Latte richte man das Fernrohr so, dass man sie ganz deutlich erkennen kann. Hierauf bringe man die Libelle zum Einspielen und lese den Stand der Mikrometerschraube an der Scala g und der Trommel t ab. Diese Ablesung heisse h. Nun visire man die obere Scheibe v genau in der Mitte an und lese an der Schraube wieder ab: die Ablesung sei o. Dasselbe thue man mit der unteren Scheibe, für welche die Ablesung mit u bezeichnet werden mag. Wegen der Kleinheit der Winkel α und β verhalten sich diese erstens wie die ihnen gegenüberliegenden Seiten v v' und v' H, und zweitens wie die Anzahl der Schraubengänge. Nun hat aber die Schraube, um den Winkel α zu durchlaufen, o — u und um β zu durchlaufen h — u Umgänge gemacht; daher ist, wenn man v v' = d und v' H = z setzt:

$$z = d \cdot \frac{h - u}{o - u}.$$

Fig. 302.



Fügt man zu dieser Grösse noch den unveränderlichen Abstand B v' = λ, so ist die gesuchte Höhe B H = z + λ. Will man den Höhenunterschied zweier beliebiger Punkte B und B' finden, so erhält man für den zweiten Punkt B', wenn er von dem ersten Standpunkte des Instruments aus einnivellirt wird, und h, o' u' die neuen Ablesungen an der Schraube und z', λ die Abstände des Punkts B' von der Horizontalebene D H' und der unteren Scheibe bezeichnen:

$$z' = d \cdot \frac{h - u'}{o' - u'}$$

und B' H' = z' + λ. Der Höhenunterschied zwischen den beiden Punkten B und B' ist nun offenbar gleich

$$z + \lambda - (z' + \lambda) = z - z' = d \left(\frac{h - u}{o - u} - \frac{h - u'}{o' - u'}\right). \quad (171)$$

Kennt man die Höhe i des Instruments in C, so ist auch die Höhenlage dieses Punkts gegen B und B' bekannt, indem sie für B = B H — C D = z + λ — i und für B' = B' H' — C D = z' + λ — i ist. Nicht minder kennt man die Horizontalabstände e und e' von B C und B' C, da nach §. 210

$$e = \frac{k\,d}{o - u} \text{ und } e' = \frac{k\,d}{o' - u'}$$

ist, wobei k die Zahl 324 vorstellt.

Diese Andeutungen über den Gebrauch des Stampfer'schen Nivellirinstruments mögen hier, wo es sich nur um die einfachsten Messoperationen handelt, genügen; weitere Erörterungen darüber finden sich in der Lehre von den Messungen.

Der Tacheometer von Moinot.

§. 241. Nachdem im Jahre 1865 in dem „Giornale de Ingegnere-Architetto ed Agronomo", Anno XIII, und bald darauf im „Civilingenieur", Band XI, „drei Vorlesungen des Professors Major Porro in Mailand über Tacheometrie oder Schnellmesskunst im Original und der Uebersetzung erschienen waren, und nachdem gleichzeitig der französische Ingenieur Moinot bei J. Bounet in Périgueux ein Buch veröffentlichte, das den Titel führt: Levés de Plans à la Stadia, Notes pratiques pour études de tracés", beschäftigten sich in Deutschland sofort viele Ingenieure mit dem angeblich neuen Verfahren der Terrainaufnahme, und mehrere von ihnen suchten auch Tacheometer zu erfinden, welche dieses Verfahren auf den höchsten Grad der Vollkommenheit bringen sollten. Aber die neue Methode bestand lediglich in der in Süddeutschland (namentlich in Bayern bei Projectirung der Eisenbahnen im Fichtelgebirge und im Allgäu) schon seit 1840 in ausgedehntem Masse angewendeten Darstellung des Terrains durch Horizontalcurven oder Schichtenlinien, und der Schnellmesser war nichts als ein mit Distanzmesser versehener Theodolith, wie wir ihn in Bayern seit Reichenbach, der schon 1826 starb, ebenfalls besitzen und anwenden. Zudem waren die Reichenbach-Ertel'schen Universal-Instrumente, welche nicht bloss zum Nivelliren, sondern auch zum Messen horizontaler und verticaler Winkel, sowie zum Distanzmessen dienen, nebst deren Verwendung zur Terrainaufnahme mittels Horizontalcurven, durch die zwischen 1856 und 1858 erschienene erste Auflage gegenwärtigen Werks, welche in der Vorrede zum zweiten Bande die fragliche Methode ausdrücklich die „Grundbedingung rationeller Entwürfe von Strassen, Eisenbahnen und Canälen" nannte, in weiteren Kreisen bekannt oder konnten es wenigstens im Jahre 1865 sein, wo schon längst die zweite Auflage verbreitet war. Die Lebhaftigkeit der Aeusserungen des italienischen Professors und des französischen Ingenieurs, die wahrscheinlich beide die deutsche Vermessungspraxis und die hierüber erwachsene Literatur nicht kannten, ist begreiflich; dass sich aber ein grosser Theil deutscher Ingenieure verleiten liess, diese Aeusserungen als völlig begründet und demnach das mit Recht gepriesene Verfahren als neu anzusehen, ist weniger verständlich. Doch wollen wir hier nicht weiter mit ihnen rechten, sondern nur bemerken, dass alle ihre Versuche, Tacheometer zu erfinden, welche den mit einem Distanzmesser

verbundenen Theodolithen in seinen Leistungen weit übertreffen sollten, wegen der Anhäufung aller möglichen Vorrichtungen auf einem Stative, gelinde gesagt, missglückt sind.

Am brauchbarsten erscheint der Tacheometer von Moinot, weil er der einfachste ist. Er stellt nämlich einen Theodolithen mittlerer Grösse vor, der zum Distanzmessen und Orientiren der Aufnahmen eingerichtet ist. Das Fernrohr hat eine starke Vergrösserung und enthält wie der Reichenbach-Ertel'sche Distanzmesser ein Fadenkreuz mit drei horizontalen Linien und einer verticalen, welche sämmtlich auf Glas geritzt und geschwärzt sind. Die beiden äusseren Linien oder Fäden dienen zum Ablesen der Entfernungen; in besonderen Fällen, wenn nämlich die Distanz zu gross oder das eine Lattenende durch Gesträuch u. dgl. bedeckt wäre, kann man hiezu auch den mittleren Faden mitbenützen, gerade wie dieses auch bei dem Ertel'schen Distanzmesser der Fall ist. In dem Fernrohre ist die von Porro erfundene anallatische Röhre angebracht, welche der deutsche Distanzmesser nicht besitzt und auch nicht bedarf. Diese Röhre enthält mehrere Linsen, deren vereinigte optische Wirkung darin besteht, den durch das Fadenkreuz und den optischen Mittelpunkt des Objectivs bestimmten Sehwinkel auch für verschiedene Entfernungen der Latte unveränderlich zu machen (daher auch der Name „anallatisch", von ἀ privativum und ἀλλάττω verändern). Der Horizontal- und der Verticalkreis (von 20 und bezw. 16 Centimeter Durchmesser) haben Centesimaltheilung und je zwei gegenüberstehende Nonien, welche die Winkel bis auf $0^0{,}01$ abzulesen gestatten. Die ganzen Kreise sind in 400 Grade getheilt. Wenn das Fernrohr des Theodolithen horizontal gestellt ist, zeigen die Nonien des Verticalkreises nicht 0^0 und 200^0, sondern 100^0 und 300^0, und zwar desshalb, um jede Verwechslung von Höhen- und Tiefenwinkeln oder der Vorzeichen + und — zu vermeiden. Es werden auf diese Weise Zenithwinkel abgelesen und es bedeutet an dem rechtseitigen Nonius eine Ablesung unter 100^0 einen Höhenwinkel und über 100^0 einen Tiefenwinkel. Der zweite (linkseitige) Nonius wird in der Regel nicht oder nur zur Controle gegen grobe Ablesefehler benützt. Dass die Complimente der Höhen- und Tiefenwinkel abgelesen werden, erschwert deren Verwendung zur Bestimmung der Höhenunterschiede nicht, während hiebei die Centesimaltheilung entschiedene Vortheile bietet, zumal wenn der logarithmische Rechenschieber mit benützt wird.

An dem Tacheometer von Moinot befinden sich zwei Röhrenlibellen: die eine (am linkseitigen Fernrohrträger vor dem Verticalkreise) dient zur Horizontalstellung des Instruments und zur Ueberwachung dieser Stellung; die andere (doppelschliffige) Libelle ist parallel der ersten und dem Fernrohre mit dem Verticalkreise verbunden und wird zum Nivelliren benützt, so oft dieses die trigonometrische Bestimmung der Höhenlage eines Punkts zu ersetzen vermag.

Der Horizontalkreis ist wie bei einem Repetitionstheodolithen um die Alhidadenaxe drehbar, jedoch nicht, um damit Winkel durch Repetition zu

messen, sondern um mittels einer auf dem genannten Kreise befestigten Bussole das horizontal gestellte Instrument vor Beginn der Messungen so zu orientiren, dass das Fernrohr die Richtung nach Norden hat, wenn der Horizontalwinkel null ist. Diese Bussole, deren Nullrichtung gegen die des Horizontalkreises verstellt werden kann, ist zwar nicht unbedingt nothwendig, aber für die Controle der Winkelmessung und die Coordinatenberechnung sehr nützlich.

An dem Dreifusse des Moinot'schen Tacheometers ist wie an den alten Reichenbach'schen Repetitionstheodolithen ein Versicherungsfernrohr angebracht, das bei der Leichtigkeit, womit alle Bewegungen an unserem von E. Richer in Paris bezogenen Instrumente vor sich gehen, und bei dem nicht ganz unbedeutenden Gewichte desselben wohl erspart werden könnte, in keinem Falle aber schadet, wenn es vorhanden ist. Seine optische Kraft ist kleiner als die des Hauptfernrohrs.

Die 4^m lange Distanzlatte (Mire parlante) kann mittels eines auf der Rückseite angebrachten Loths genau vertical gehalten und nach dem Gebrauche in der Mitte umgelegt werden. Das constante Verhältniss zwischen Lattenabschnitt und Entfernung ist 1 : 200, wesshalb 100^m Entfernung durch einen Abschnitt von $0{,}5^m$ dargestellt werden. Die acht halben Meter der Lattentheilung sind mit den Ziffern 1 bis 8 versehen, man kann also Entfernungen bis zu 800^m ablesen; die Unterabtheilungen gehen bis zu 1^{cm} herab und es entspricht somit die kleinste einer Entfernung von 2^m; es lassen sich jedoch noch $0{,}25^m$ durch Schätzung finden. Zwischen dem Horizontalabstande e' der verticalen Alhidadenaxe des Instruments und der lothrecht gehaltenen Latte, dem Lattenabschnitte $e = u - o$ (der durch die Ablesungen u am unteren und o am oberen Fadenkreuze bestimmt ist) und dem Neigungswinkel ω der Fernrohraxe gegen den Horizont findet die Beziehung statt:

$$e' = c \,.\, e \cos^2 \omega = 200\, e \cos^2 \omega = 200\, e \sin^2 \alpha \qquad (171^a)$$

Prüfung und Berichtigung des Moinot'schen Tacheometers stimmen vollständig mit denen überein, welche wir an Theodolithen, Nivellirinstrumenten und Reichenbach-Ertel'schen Distanzmessern vorzunehmen haben, und bedürfen daher hier keiner weiteren Erörterung.

Was den Rechenschieber (Règle logarithmique) betrifft, der zur Ausführung der bei den Aufnahmen erforderlichen Rechnungen dient, so ist derselbe von Holz und einen halben Meter lang. Auf dem Lineale sind zwei logarithmische Scalen der gewöhnlichen Zahlen angebracht und auf dem Schieber trägt die eine Seite eine eben solche Scala, die andere eine Scala der Logarithmen der Sinus, welche sich über alle Winkel von $0{,}637^0$ aufwärts bis 100^0 und beziehungsweise von $199{,}363^0$ abwärts bis 100^0 erstreckt. Wegen der Gleichheit der Scalen von $0{,}637^0$ aufwärts und von $199{,}363^0$ abwärts bis 100^0 ist die Scala der Logarithmen der Sinus doppelt beziffert, vorwärts für die steigenden oder Höhenwinkel, rückwärts für die fallenden oder Tiefenwinkel. Um nun auch mit den Winkeln von 0^0 bis

0,637° und den ihnen entsprechenden Werthen 200° bis 199,363°, welche nicht auf der Scala verzeichnet sind, rechnen zu können, bedient man sich ihrer Geringfügigkeit wegen der 10fachen Werthe, indem man, um das Product aus dem Sinus und dessen Coefficienten nicht zu ändern, diesen gleichzeitig mit 10 dividirt; mit anderen Worten, man setzt, so lange der Werth α nicht mehr als höchstens 0,7° beträgt, $m \sin \alpha = 0{,}1\, m \sin 10\, \alpha$ oder $123 \sin 0{,}47^0 = 12{,}3 \sin 4{,}7^0$ oder $123 \sin 199{,}53^0 = 12{,}3 \sin 1995{,}3^0 = 12{,}3 \sin 4{,}7^0 = 12{,}3 \sin 195{,}3^0$. Mit Rücksicht auf dieses erlaubte Verfahren lässt sich behaupten, dass die Scala nicht nur die Logarithmen der Sinus, sondern auch die Logarithmen der Cosinus von 0° bis 200° umfasst, da für $\alpha < 100^0$ die Function $\cos \alpha = \sin (100 - \alpha) = \sin (100 + \alpha)$ und für $\alpha > 100^0$ der $\cos \alpha = - \sin (\alpha - 100)$ ist: um nun die den Cosinus von 0° bis 200° entsprechenden Zahlen zu finden, hat man nur die auf der Scala stehenden Zahlen um 100 zu vermehren oder zu vermindern.

Auf der Rückseite des Schiebers befinden sich noch zwei Scalen, von denen die eine $\text{Log} \sin^2 \alpha$ von $\alpha = 40^0$ bis 100^0 und $\alpha = 100^0$ bis 160^0, die andere $\text{Log tg}\, \alpha$ von $\alpha = 0{,}637^0$ bis 50^0 und rückwärts $\text{Log cot}\, \alpha$ von $\alpha = 50^0$ bis $99{,}363^0$ gibt. Für die Winkel von 0° bis 0,637° und von 100° bis 99,363° gilt wieder der Satz $m \sin \alpha = 0{,}1\, m \sin 10\, \alpha$. Demnach sind die Zahlen der Tangenten von 0° bis 50° und die Cotangenten von 50° bis 100° vorhanden; erwägt man jedoch, dass die Tangenten und Cotangenten reciproke Werthe sind, so hat man auf der rückseitigen Scala im Grunde alle Tangenten und Cotangenten von 0° bis 100°.

Der Gebrauch des Rechenschiebers wird hier als bekannt vorausgesetzt; seine Genauigkeit steht im richtigen Verhältniss zur Genauigkeit, welche man von Schichtenplänen fordert. Zum Auftragen der aufgenommenen Punkte dient ein halbkreisförmiger Transporteur von Hornblatt (Rapporteur), dessen Limbus in entgegengesetzter Richtung, nämlich von rechts nach links, und zwar doppelt beziffert ist, während der Durchmesser vom Mittelpunkte aus nach seinen beiden Endpunkten in Millimeter getheilt ist. Die rechtseitige Theilung des Durchmessers entspricht der Limbustheilung von 0° bis 200°, die linkseitige der Theilung des Limbus von 200° bis 400°.

Eine ausführliche Beschreibung des Tacheometers und seines Zugehörs nebst Anleitung zu dessen Gebrauche findet man in dem oben genannten Werke des Ingenieurs Moinot „Levés de Plans à la Stadia“, welches vom Mechaniker Richer dem Instrumente beigegeben und zu 6 Frcs. berechnet wird. Einen guten Auszug hieraus, bereichert durch eigene Beobachtungen und Erfahrungen, hat Ingenieur Heuser zu Berlin im XVII. Bande der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover, 1871, S. 445 bis 464 geliefert, auf den wir diejenigen verweisen, welche sich weiter unterrichten wollen, aber nicht in der Lage sind, die Schrift des Herrn Moinot zu lesen. (Von einigen anderen durch Fehler und Unklarheit glänzenden Schriften über Tacheometrie wollen wir schweigen.)

Barometer.

§. 242. Es ist bekannt, dass der Druck der atmosphärischen Luft durch Barometer (von βάρος Schwere und μέτρειν messen, Schwermesser) bestimmt wird. Ebenso ist bekannt, dass sich der Druck einer tropfbaren Flüssigkeit auf ihre Unterlage mit der lothrechten Höhe der Flüssigkeitssäule ändert. Hieraus ist zu schliessen, dass sich auch der Luftdruck von einem Orte A zu einem anderen B um den Druck einer Luftschichte ändere, welche den Höhenunterschied beider Orte zur Dicke hat; dass folglich aus der Druckänderung, welche der Barometer anzeigt, auf den Höhenunterschied beider Orte geschlossen werden kann, und dass somit der Barometer zu Höhenmessungen verwendbar ist. Bis in die neueste Zeit hat man hierzu nur Quecksilber-Barometer verwendet, welche den Luftdruck durch die Länge einer diesem Drucke das Gleichgewicht haltenden Quecksilbersäule angeben; nunmehr gebraucht man aber zur Höhenmessung auch noch Federbarometer, d. i. solche, welche den Luftdruck durch die Elasticität oder Federkraft dünner Metallplatten zu messen gestatten. Es sind daher hier beide Gattungen von Barometern zu betrachten.

Quecksilber-Barometer.

§. 243. Nach der Natur dieser Barometer muss die Länge der Quecksilbersäule in einer bestimmten mathematischen Beziehung zu der Höhe des Orts stehen, an welchem sie beobachtet wurde. Diese Beziehung ist ziemlich verwickelt, da es verschiedene Einflüsse gibt, welche den Druck der Luft und hiermit die Länge der Quecksilbersäule abändern. Eine genaue Messung muss allen diesen Einflüssen Rechnung tragen, und es geschieht dieses bei der Entwickelung der sogenannten Barometerformel. Wir haben es hier zwar noch nicht mit dieser Entwickelung zu thun, müssen aber jetzt schon wissen, welche Einflüsse bei barometrischen Höhenmessungen zu berücksichtigen sind, weil hiervon sowohl die Einrichtung als der Gebrauch des Barometers abhängt. Als ein Ergebniss der Theorie und Erfahrung führen wir daher an, dass auf die Berechnung des Höhenunterschieds zweier Orte aus Barometerbeobachtungen Einfluss haben:

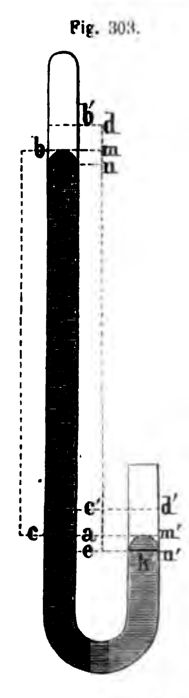
1) Die Temperatur sowohl des Quecksilbers und des Massstabs als der den Barometer umgebenden atmosphärischen Luft; darum müssen diese Temperaturen durch besondere Thermometer gemessen werden.

2) Die Feuchtigkeit der Luft. Diese wird zwar in der Regel nicht besonders bestimmt, sondern nur nach einem gewissen arithmetischen Mittel in die Höhenformel aufgenommen; sie lässt sich indessen ohne grosse Mühe nach ihrer wahren Grösse, welche der Psychrometer angibt, berücksichtigen.

3) Die Schwerkraft. Da diese gegen die Pole hin zunimmt, so kann ihr Einfluss nur dann gehörig gewürdigt werden, wenn man die geographische Breite der Beobachtungsorte annähernd kennt.

4) Die Capillarität. Die gegenseitige Anziehung des Glases und Quecksilbers hat die bekannte Erscheinung zur Folge, dass die Oberfläche des letzteren in Barometerröhren immer etwas tiefer steht, als sie den übrigen einwirkenden Kräften nach stehen würde. Dieser Höhenunterschied, welcher die Capillardepression des Quecksilbers heisst, muss zu der beobachteten Länge der Quecksilbersäule in jedem Schenkel des Barometers addirt werden, wenn jene Anziehung genügend gewürdigt werden soll. Die von Delcros nach der Formel von Schleiermacher berechnete Tafel Nr. X des Anhangs gibt die Capillardepressionen in Millimetern an, wenn man die Weite der Barometerröhre und die Höhe der Wölbung der Quecksilberoberfläche ebenfalls in Millimetern gemessen hat. Diese Wölbungshöhe muss darum bei jeder Höhenmessung beobachtet und aufgezeichnet werden, während die Weite der Röhre ein- für allemal bei Anfertigung des Barometers bestimmt wurde.

Fig. 303.



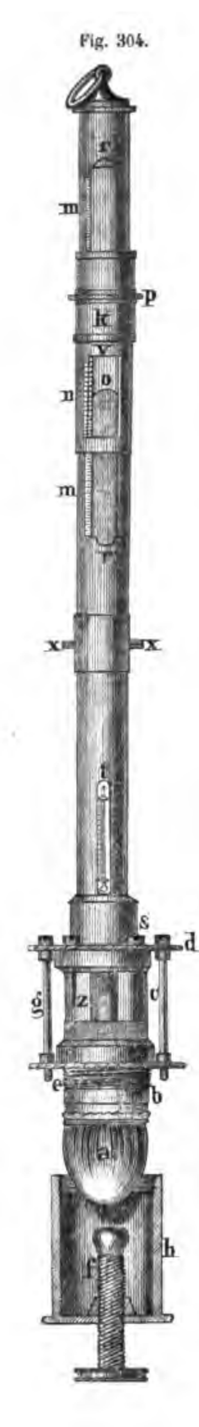
Hat man z. B. in einem Heberbarometer, den Fig. 303 vorstellen mag, und dessen langer Schenkel (b c) 4^{mm}, dessen kurzer (d' n') 6^{mm} weit ist, die Höhe der Wölbung im langen Schenkel $= m\,n = 0{,}4^{mm}$ und im kurzen $= m'\,n' = 1^{mm}{,}4$ gefunden, so ist die Depression δ für den ersten Schenkel nach der Tabelle $= 1^{mm}{,}158$ und für den zweiten $\delta' = 1^{mm}{,}322$. War der direct abgelesene Barometerstand zwischen den Quecksilberoberflächen m' und $b = b\,c = l$, so ist der von der Capillardepression befreite Barometerstand $b'\,c' = l'$ aus der Gleichung $l' + \delta' = l + \delta$ zu finden, welche $l' = l + \delta - \delta' = l + 1{,}158 - 1{,}322 = l - 0{,}164$ Millimeter liefert. In einem Gefässbarometer ist wegen der Weite des Gefässes $\delta' = 0$ und daher $l' = l + \delta$, d. h. man hat hier jederzeit nur die Depression δ zu dem beobachteten Barometerstande l zu addiren.

Von den verschiedenen Arten von Barometern, welche es gibt, werden hier nur einige zum Höhenmessen eingerichtete Reisebarometer beschrieben.

Der Fortin'sche Reisebarometer.

§. 244. Als Reisebarometer werden sowohl Heber- als Gefässbarometer benützt; den, welchen wir zuerst betrachten wollen, ist ein von Fortin in mehreren Theilen verbesserter Gefässbarometer. Fig. 304, S. 410 stellt eine etwas verkürzt gezeichnete Ansicht dieses Barometers in dem Zustande vor, worin die untere Gefässhülse (h) abgeschraubt und durchschnitten ist, während Fig. 305, S. 411 einen Durchschnitt des Gefässes in der Stellung zeigt, bei welcher die untere Quecksilberoberfläche gerade den Nullpunkt des Masstabs berührt.

Fig. 304.



Das Gefäss besteht aus einem 15 Linien weiten und 12 Linien hohen, an seinen Rändern eben abgeschliffenen senkrechten Glascylinder (c), welcher oben mit einem genau schliessenden metallenen Deckel (d) und unten mit einem hohlen Cylinder (b) von Buchsbaumholz vereinigt ist; den Boden desselben bildet ein an dem Umfange des Cylinders b angebundener und festgeleimter Beutel (a) von Handschuhleder. Den oberen Theil des Holzcylinders umgibt ein angekitteter Messingring (e), welcher die doppelte Bestimmung hat, erstens die Verbindung der Glas- und Holzcylinder fester zu machen und zweitens zur Aufnahme der Gefässhülse (h) zu dienen. Durch den in der Mitte verstärkten Boden dieser Hülse dringt eine Schraube (f) mit abgerundetem Kopfe, welcher den Beutel und mit ihm die Oberfläche des Quecksilbers hebt und senkt. Der Beutel kann für den Transport so weit gehoben werden, dass er dicht an dem unteren Ende (u) der Barometerröhre ansteht; in diesem Falle füllt das Quecksilber den Gefässraum vollständig aus. Dabei versteht sich von selbst, dass man vorher das Rohr so weit geneigt hat, als nöthig war, es ganz mit Quecksilber auszufüllen. Die Luft, welche sich bei gesenktem Quecksilber in dem Gefässe befand, ist durch eine im Deckel d befindliche kleine Oeffnung ausgetreten, welche beim Transporte des Barometers mit einer Schraube (s) quecksilberdicht geschlossen werden kann.

Die Barometerröhre ist in dem Gefässdeckel, der zu grösserer Festigkeit mit dem Ringe e durch kleine Bolzen (g, g) verbunden ist, mittels einer sie umgebenden Metallhülse (i) eingeschraubt und festgekittet. An den oberen Theil dieser Hülse wird ein Messingrohr (r) geschraubt, das die Barometerröhre nach ihrer ganzen Länge umschliesst und an seiner Seite das Thermometer (t) trägt, welches die Temperatur des Quecksilbers misst. Das Messingrohr ist zum Schutze der Glasröhre inwendig mit Leder gefüttert und oben, wo sich der Massstab befindet, auf zwei entgegengesetzten Seiten in einer Länge (r′ r′) von etwa 18 Zollen so weit ausgeschlitzt als nöthig ist, um den Stand des Quecksilbers genau beobachten zu können. Hierzu dient erstens der Massstab (m), welcher sich auf einer Seite der eben genannten Schlitze befindet, und zweitens der Nonius (n), welcher sich längs desselben verschieben lässt. Dieser

Nonius ist auf eine Messinghülse .(k) gezeichnet, welche an dem Rohre r mit einiger Reibung auf und ab geschoben aber nicht gedreht werden kann. Die Hülse k hat wie das Rohr r und an der gleichen Stelle wie dieses zwei Längenspalten (o, o), deren obere Ränder (v, v) in einer zur Baro-

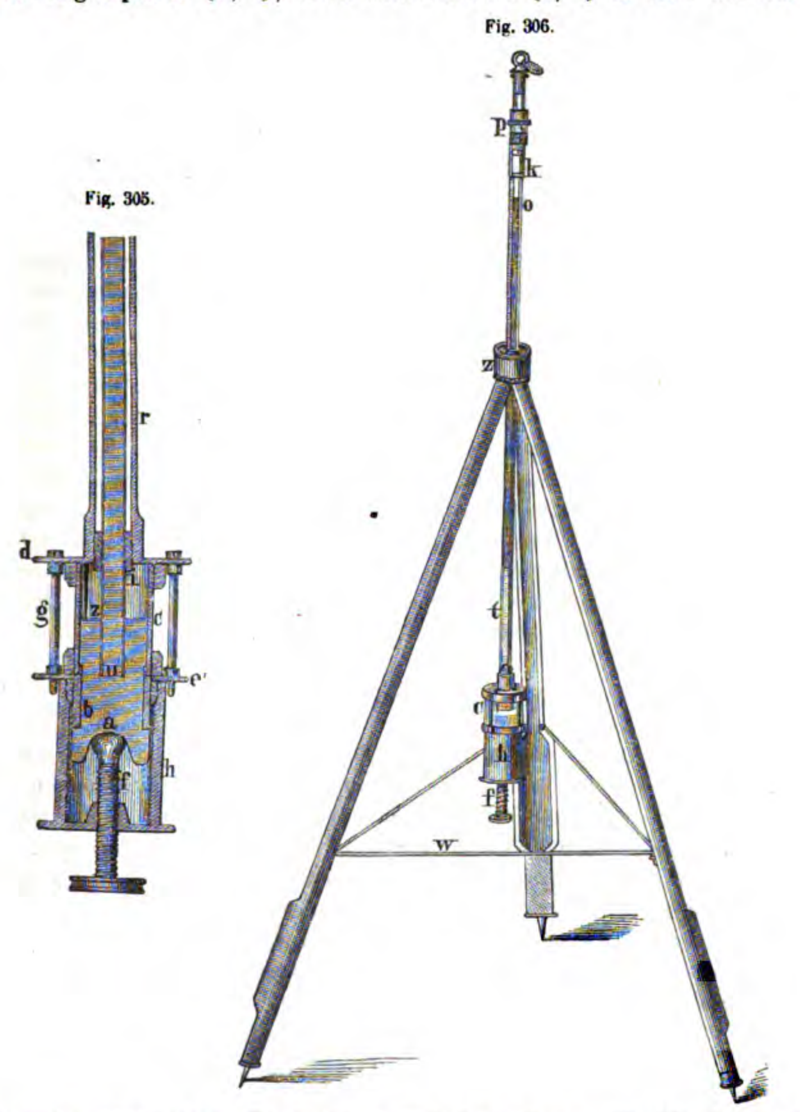


Fig. 305.

Fig. 306.

meterröhre senkrechten Ebene liegen und dazu dienen, die Oberfläche der Quecksilberkuppe anzuvisiren. Zur feinen Einstellung der Randebene v, v auf die Kuppenoberfläche (o) dient eine mit der Hülse verbundene Mikrometerschraube, deren geränderter Kopf in Fig. 304 mit p bezeichnet ist.

Den Nullpunkt des Massstabs bildet die feine Spitze eines in den Gefässdeckel d eingeschraubten Stiftes z von Elfenbein; mit dieser Spitze muss beim Messen die Oberfläche des im Gefässe befindlichen Quecksilbers durch die Schraube f zur genauesten Berührung gebracht werden. Diese Einstellung wird etwas erschwert und folglich auch ein wenig unsicher, sobald das Quecksilber seinen Glanz verloren hat. Der Nullpunkt des Nonius liegt selbstverständlich in der Ebene der mit v, v bezeichneten Ränder der Spalten in der Hülse k. Die Theilung der Massstabs geschieht entweder im Meter- oder altfranzösischen Fussmasse.

Zum Aufhängen des Fortin'schen Reisebarometers dient ein Gestell (Fig. 306, S. 411) mit drei beweglichen Füssen, die sich in Scharniren drehen und mit eisernen Spitzen auf dem Boden feststellen lassen. Zur weiteren Sicherung ihres Stands sind drei mit Haken versehene Drähte (w, w) vorhanden, welche in die Beine eingehängt werden. Diese Füsse sind ausgehöhlt, um den längeren Theil des Barometers in sich aufzunehmen, wenn sie geschlossen werden. Der Kopf des Stativs enthält ein Universalgelenk, welches gestattet, dass der Barometer eine lothrechte Lage annimmt, sobald er mit seiner Horizontalaxe x, x (Fig. 304) in dasselbe eingehängt wird. Wenn der Barometer in das Gestell eingepackt ist, so ragt oben noch ein Theil des ersteren über das letztere hervor. Um auch diesen Theil des Barometers gehörig zu schützen, wird darüber eine Kapsel gesteckt, welche bis an den Stativkopf reicht. Die Füsse des Gestells werden an ihrem unteren Ende durch einen übergeschobenen Ring zusammengehalten. Die nunmehr etwa anderthalb Zoll dicke Hülle des Barometers wird in ein Lederfutteral geschoben und damit transportirt.

Der Gay-Lussac'sche Reisebarometer.

§. 245. Wenn die Heberbarometer, zu denen der Gay-Lussac'sche gehört, mit einer Vorrichtung zum Abschliessen der Quecksilbersäule und der atmosphärischen Luft versehen sind, so eignen sie sich wegen ihrer Leichtigkeit und compendiösen Form vorzugsweise zu Reisebarometern. Die Fig. 307 und 308 stellen einen solchen Barometer in der Ansicht und im Längendurchschnitte dar. Derselbe ist von dem einst rühmlich bekannten Glasbläser Greiner in München und entspricht seinem Zwecke vollkommen; denn er vereinigt die von Gay-Lussac und Bunten herrührenden Verbesserungen auf die zweckmässigste Weise mit allen übrigen Anforderungen, die man an einen Reisebarometer billigerweise stellen kann. Wir bemerken zunächst, dass die beigedruckten Figuren im Verhältniss zur Länge etwas zu breit sind und zwar desshalb, weil sonst die Deutlichkeit der Zeichnung beeinträchtigt worden wäre. Ferner schicken wir die Bemerkung voraus, dass der Barometer in einem hölzernen mit Leder gefütterten und überzogenen Futterale steckt, dessen beide Theile (a c d, a c b) halbe Cylinder sind und sich um ein Scharnir (a c) drehen können. Wenn das Futteral



Fig. 307.

Fig. 308.

Fig. 309.

Fig. 310.

Fig. 311.

Fig. 312.

zusammengelegt und mit den Häkchen b, b verschlossen ist, so bildet es einen Stock von 3 Fuss Länge und $1^1/_2$ Decimalzoll Dicke, welcher sehr leicht getragen werden kann.

Die einzelnen Theile des in Rede stehenden Barometers sind am leichtesten aus dem Durchschnitte Fig. 308 und den dazu gehörigen vier Hilfsfiguren 309 bis 312 zu erkennen.

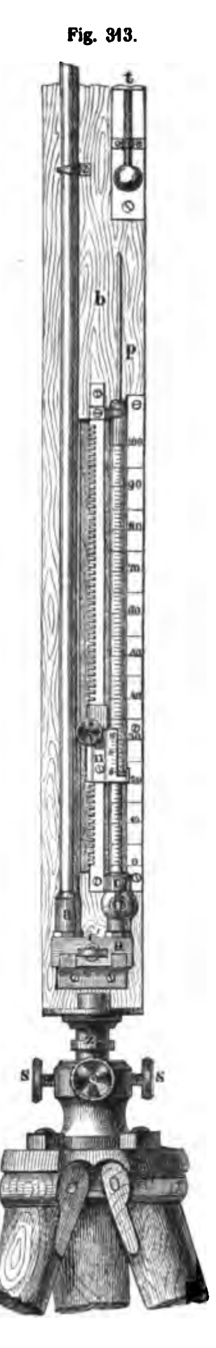
Die Barometerröhre (e k i) ist nach der Angabe von Gay-Lussac zwischen den Stellen f und h stark verengt und bei f mit der Bunten'schen Versicherung (n) versehen. Die Verengerung der Röhre hat zunächst den Zweck, die Luft auf längere Zeit aus dem langen Schenkel oder der Torricelli'schen Leere (e r) abzuhalten; durch die Vorrichtung von Bunten aber wird der Eintritt von Luft in die genannten Räume für immer verhindert. Zieht man nämlich die enge Röhre zwischen h und f an ihrem unteren Ende bei f zu einer noch engeren Spitze n aus und schmilzt sie mit der weiteren so zusammen wie der Durchschnitt zeigt, so werden allenfallsige Luftblasen, die an der Spitze bei n ankommen, wegen der Kleinheit der Oeffnung dieser Spitze nicht in die enge Röhre, sondern in den Raum zwischen der weiteren Röhre f und der in ihr befindlichen Spitze n eintreten und folglich nicht in den langen Schenkel gelangen. Die eben beschriebenen Einrichtungen verhindern ausserdem noch, dass, wenn man das obere Ende des Barometers rasch neigt, das Quecksilber stark gegen den oberen Theil des langen Schenkels schlägt, indem es weniger schnell von dem kurzen in den langen Schenkel übergehen kann.

Der kurze Schenkel ist an seinem freien Ende bei i (Fig. 307, 308, 311) in ähnlicher Weise abgeschlossen, wie er an dem anderen Ende mit dem langen Schenkel verbunden ist. Es reicht nämlich auch hier nur eine feine hohle Spitze (i) in die Röhre, welche wohl der Luft Zutritt zum Quecksilber, aber diesem keinen Austritt in die Luft gestattet. Auf diese Weise ist die Quecksilbersäule während des Transports hinreichend befestigt und bedarf es hierzu keines weiteren Abschlussmittels mehr.

Man bemerkt an der Fig. 308, dass der kurze Schenkel wie der obere Theil des langen Schenkels mit einer Glasröhre umgeben ist, und dass in dem unteren Theile p g ein Thermometer (t) steckt. Dieser Thermometer dient zur Bestimmung der Temperatur des Quecksilbers, während ein zweiter mit dem Barometer nicht verbundener frei in der Luft aufgehängt wird, um auch deren Temperatur zu messen. Die Röhrenstücke p g und q s sind zwischen p und q fest verbunden und lassen sich gemeinschaftlich und parallel mit den Schenkeln verschieben. Dieses Schieben hat den Zweck, eine bei o befindliche Marke der äusseren Röhre auf den Quecksilberspiegel in dem kurzen Schenkel genau einzustellen und so den Anfangspunkt der zu messenden Quecksilbersäule zu bezeichnen. Der Abstand des Endpunkts bei r ergibt sich alsdann aus der Ablesung der Scala, welche sich auf dem oberen Röhrenstücke zwischen q und s befindet. Der Vortheil dieser verschiebbaren Scala liegt darin, dass man nur einmal abzulesen braucht, und

der Vortheil eines gläsernen Massstabs ist, dass sich die Theilung nur halb so stark ausdehnt, als wenn sie auf Messing sich befände. Bei vielen Messungen braucht man ebendesshalb gar keine Rücksicht auf die Ausdehnung des Glasmassstabs zu nehmen. Es versteht sich von selbst, dass die Verschiebung und Einstellung der äusseren Röhre mit aller Behutsamkeit geschehen muss, und dass der eben beschriebene Barometer bei Beobachtungen an freiliegenden Punkten ebenso wie der von Fortin an einem dreibeinigen und nach Fig. 306 eingerichteten Gestelle aufgehängt werden kann.

Fig. 313.



Der Rath'sche Reisebarometer.

§. 246. Die drei Barometer, deren sich der Verfasser im August 1857 zur Ausführung der in der Vorrede und in dem Abschnitte über barometrisches Höhenmessen erwähnten Beobachtungen im bayerischen Hochgebirge bediente, wurden von dem Mechaniker Peter Rath in München nach dem Muster der von dem k. bayerischen topographischen Bureau verwendeten Reisebarometer neu angefertigt. Die Schenkel eines jeden dieser Barometer sind gleich weit und besitzen die Gay-Lussac'sche Sicherheitsvorrichtung nicht. Dagegen sind sie nach Fig. 313 durch eine eiserne Röhre (a, a) verbunden, welche während der Reise durch zwei Hahnen oder Wechsel (c, c′) von demselben Metalle abgeschlossen werden kann. Die Theilung ist auf die Glasröhren geätzt, die Bezifferung aber daneben auf schmale Messingstreifen gravirt, welche mit den Röhren und dem Thermometer (t) auf einem halbcylindrischen Stabe (b) von Nussbaumholz befestigt sind. Ein hohler Halbcylinder aus demselben Holze, der mit dem genannten Stabe durch Messingringe fest verbunden werden kann, deckt den Barometer, wenn er eingepackt werden soll. Zum Transport dient ein Lederfutteral, das sich wie ein Gewehr umhängen lässt, und worin sich auch der Thermometer für die Luft und ein Senkel zum Aufstellen des Barometers befindet.

Die lichten Weiten der Röhren unserer drei Barometer sind bei Nr. 1 = $4^{mm},69$, bei Nr. 2 = $5^{mm},44$ und bei Nr. 3 = $5^{mm},49$. Die unmittelbare Theilung

der Scalen gibt Pariser Duodecimallinien, die Nonien theilen diese in Zehntel ab, und Hundertel können geschätzt werden. Mit den Nonien (n, n) sind Diopterfäden verbunden, die mit Hilfe des Spiegelbilds, das sich von ihnen in der Röhre erzeugt, ganz scharf auf den Rand der Quecksilbersäulen eingestellt werden können.

Die Aufstellung des Barometers geschieht auf einem dreibeinigen Stative, an dessen beweglichen Verticalzapfen (z) es fest angeschraubt werden kann. Dieser Zapfen dreht sich in gleicher Weise wie jener der Ertel'schen Feldbussole (§. 133, Fig. 169) in einem Kugelgelenke der ihn umschliessenden Messingbüchse, sobald man je zwei der auf ihn drückenden vier Stellschrauben (s, s) wirken lässt. Mit Hilfe dieser Schrauben und des am oberen Ende des Stabs b zu befestigenden feinen Senkels geschieht die lothrechte Aufstellung des Instruments in wenigen Secunden. Wir halten diese Aufstellung für besser als die in Fig. 306 dargestellte, weil erstens die Wärmestrahlung des Bodens weniger ungleich auf den Barometer und Thermometer wirkt und zweitens das Ablesen, namentlich am unteren Nonius, wesentlich erleichtert ist. Dabei versteht sich, dass das Gestell nur so hoch sein darf, dass man auch den oberen Nonius (allenfalls mit Hilfe einer Unterlage) bequem beobachten kann.

§. 247. **Prüfung der Barometer.** Die Genauigkeit der beobachteten Barometerstände ist unmittelbar abhängig von der Genauigkeit der Scalen, an denen man sie abliest. Es ist daher auf deren Prüfung zunächst alle Sorgfalt zu verwenden. Dieses kann mit einem Kathetometer oder in Ermangelung desselben mit einer als vorzüglich bekannten Längentheilmaschine geschehen. Wir benützten die des mechanischen Instituts von Ertel und Sohn dahier.

Mehrmals wiederholte Vergleichungen zeigten, dass die Theilungen unserer drei Rath'schen Barometer zwischen den Theilstrichen 0 und 100, sowie zwischen 250 und 350 sehr gut und die aufgefundenen Differenzen so gering sind, dass sie füglich als Beobachtungsfehler angesehen werden können, da sie nirgends die Dicke eines Theilstriches erreichen. Anders aber verhält es sich mit dem Abstande von 100 auf 250, welcher zu Ablesungen nicht benützt wird, daher ungetheilt, zugleich aber so gross ist, dass ihn die Rath'sche Theilmaschine nicht unmittelbar angeben kann. Die Zusammensetzung dieses Abstands von 150''' Länge aus zwei Theilen veranlasste einige Fehler, welche wir wie folgt fanden:

$$\text{Barometer Nr. } 1 = 150{,}003 - 150 = +\ 0''',003;$$
$$\text{„ Nr. } 2 = 150{,}160 - 150 = +\ 0''',160;$$
$$\text{„ Nr. } 3 = 150{,}080 - 150 = +\ 0''',080.$$

Die Differenz bei Nr. 1 kann als Beobachtungsfehler angesehen werden, wogegen aber alle an Nr. 2 und 3 abgelesenen Barometerstände beziehungsweise um 0''',16 und 0''',08 zu klein und folglich um diese Grösse zu vermehren sind.

Nächst der Prüfung der Scalen ist eine Vergleichung der Barometer mit

einem Normalbarometer erforderlich. Unsere drei Instrumente wurden, der Bitte ihres Verfertigers gemäss, vor der Ablieferung am 15. August 1857 auf der k. Sternwarte zu Bogenhausen mit dem daselbst befindlichen Normalbarometer von Vaccano verglichen. Vor jeder der nachfolgend verzeichneten Beobachtungen wurde das Normalbarometer jedesmal erschüttert, die Reisebarometer aber geneigt und erschüttert. Temperaturen sind nicht angegeben und die Depressionen als gleich angenommen. Wären diese berücksichtigt, so würden die in der Tafel enthaltenen Differenzen (bei denen jedoch die Scalencorrection berücksichtigt ist) wahrscheinlich kleiner sein.[1]

Vergleichung der Barometer mit dem Normalbarometer der Sternwarte.

Nr.	Normal-Barometer.	Barometer Nr. 1.		Barometer Nr. 2.		Barometer Nr. 3.	
		Stand + 0''',00	Diff.	Stand + 0''',16.	Diff.	Stand + 0''',08.	Diff.
⋮	'''	'''	'''	'''	'''	'''	'''
4	316,01	336,62—20,70	+ 0,09	330,68—14,90	+ 0,07	338,42—22,55	+ 0,06
5	315,95	336,70—20,72	— 0,03	330,60—14,85	+ 0,04	338,48—22,55	— 0,06
6	315,85	336,58—20,82	+ 0,09	330,58—14,98	+ 0,09	338,40—22,52	— 0,11
⋮		⋮		⋮		⋮	
Mittel:	315,90	315,89	+ 0,01	315,85	+ 0,05	315,97	— 0,70

Da die Barometer durch die Reise beschädigt werden können, so muss man sie auch vor und nach einer Messung unter sich vergleichen. Wir haben dieses mit unseren drei Instrumenten am 17. und 29. August 1857 gethan und dabei die Theilungsfehler, Temperaturen und Depressionen in der Weise berücksichtigt, wie es §. 248 verlangt. Die Ergebnisse dieser beiden Vergleichungen sind nachstehend verzeichnet, erstens, um darzuthun, dass man hierbei die Temperaturen und Depressionen nicht unberücksichtigt lassen darf, und zweitens, um einen Ueberblick der einzelnen Abweichungen zu geben. Die Differenzen beziehen sich auf das Mittel der reducirten Barometerstände.

Vergleichung der Barometer vor dem Gebrauche.
Am 17. August 1857.

Nr.	Barometer Nr. 1.				Barometer Nr. 2.				Barometer Nr. 3.			
	Stand.	Temp.	Reduct.	Diff.	Stand.	Temp.	Reduct.	Diff.	Stand.	Temp.	Reduct.	Diff.
	'''	0	'''	'''	'''	0	'''	'''	'''	0	'''	'''
1	307,00	12,4	306,99	+ 0,05	307,06	12,5	307,05	— 0,01	307,05	12,3	307,05	— 0,01
2	306,99	12,5	306,98	+ 0,06	307,02	12,3	307,02	+ 0,02	307,13	12,6	307,11	— 0,07
3	307,00	12,4	306,99	+ 0,05	307,08	12,5	307,06	— 0,02	307,13	12,7	307,10	— 0,06

[1] Es sind zehn Beobachtungen gemacht, aber nur drei aufgeführt worden, weil es sich hier mehr um die Form als die Ergebnisse der Vergleichung handelt.

Vergleichung der Barometer nach dem Gebrauche.
Am 29. August 1857.

Nr.	Barometer Nr. 1.				Barometer Nr. 2.				Barometer Nr. 3.			
	Stand.	Temp.	Reduct.	Diff.	Stand.	Temp.	Reduct.	Diff.	Stand.	Temp.	Reduct.	Diff.
	'''	0	'''	'''	'''	0	'''	'''	'''	0	'''	'''
1	310,22	13,3	310,22	— 0,04	310,30	13,8	310,27	— 0,09	310,20	13,5	310,19	— 0,01
2	310,12	13,3	310,12	+ 0,06	310,27	13,5	310,25	— 0,07	310,20	13,3	310,20	— 0,02
3	310,24	13,8	310,20	— 0,02	310,25	14,0	310,20	— 0,02	310,19	13,7	310,16	+ 0,02

§. 248. **Gebrauch des Barometers.** Hier kann es sich nur darum handeln, zu erklären, wie der Reisebarometer aus- und eingepackt, aufgestellt, abgelesen und der auf 0^0 reducirte Barometerstand hergestellt wird. Weitere Regeln gehören in die Lehre von den barometrischen Höhenmessungen und werden am betreffenden Orte gegeben.

An der Beobachtungsstation wird zunächst ein grosser Sonnenschirm und unter diesem ein Stativ für den Barometer so befestigt, dass sie allenfallsigen heftigen Windstössen widerstehen. Hierauf nimmt man den in einer hölzernen Schale verwahrten Barometer aus dem Lederfutterale, legt ihn wagrecht nieder, zieht die die beiden Theile der Hülle festhaltenden Ringe ab und löst die obere Schale von der unteren. Alsdann hält man das Instrument mit der linken Hand in schräger Richtung so, dass der kurze Schenkel über dem langen liegt, zieht den Pfropf (p) im kurzen Schenkel um einige Zolle zurück, klopft mehrmals auf das untere Ende des Barometers, öffnet hierauf den daselbst befindlichen Hahnen oder Wechsel, klopft abermals, indem man gleichzeitig den Barometer der lothrechten Stellung nähert, und öffnet nunmehr auch den oberen Wechsel. Sobald das vorher abgeschlossene Quecksilber in den kurzen Schenkel eingetreten ist, schraubt man das Instrument auf das Stativ und gibt ihm mit Hilfe des Senkels die lothrechte Stellung, wobei zu verhüten ist, dass die Senkelbirne auf das Glas schlägt.

Das Einpacken des Barometers beginnt mit der Einschiebung des Pfropfens in den kurzen Schenkel bis nahe an den Quecksilberspiegel. Hierauf folgt die Abnahme des Instruments vom Stativzapfen, die Neigung des Barometers bis zum Anschlagen des Quecksilbers an dem oberen Ende des langen Schenkels, ein Klopfen mit der Hand am unteren Ende des Schafts, der Verschluss der beiden Hahnen, schliesslich das Auflegen und Befestigen der Holzschale und das Einschieben des Instruments in das Lederfutteral, wobei das obere Ende des langen Schenkels nach unten gerichtet ist.

Ist das Einpacken bei niedriger Temperatur geschehen, und steigt diese während der Reise bedeutend, so wird der Ausdehnung des Quecksilbers dadurch Rechnung getragen, dass man bei schräger Haltung des Barometers und unter stetem Klopfen zuerst den unteren und dann den oberen Wechsel öffnet, sogleich aber auch beide wieder verschliesst. Ebenso verfährt man,

wenn nach dem Einpacken die Temperatur sehr stark gesunken ist, um das Luftbläschen, das durch den untern Wechsel in den durch das Zusammenziehen des Quecksilbers frei gewordenen Raum eingedrungen ist, sofort zu entfernen. Hieraus erklärt sich auch, warum der abgeschlossene Barometer stets verkehrt, d. i. das obere Ende abwärts, getragen werden muss.

Wenn der aufgestellte Barometer einige Zeit frei gestanden und die Zeit einer Beobachtung gekommen ist, so liest man zuerst den am Instrumente befindlichen Thermometer ab, um die Temperatur des Quecksilbers zu erfahren. Ein späteres Ablesen ist weniger gut, weil während der Einstellung und Ablesung der Nonien die Körperwärme des Beobachters auf den Thermometer wirkt. Nachdem diese Temperatur aufgezeichnet ist, stellt man mittels der Schraube die an den Nonien angebrachten Diopterfäden genau auf den Rand der Quecksilberkuppen ein, liest beide Nonien ab und zeichnet die Ablesungen auf. Bei dem Einstellen der Diopter soll man senkrecht auf die Barometerröhren sehen, was der Fall ist, sobald die Theilstriche auf den Röhren ihre eigenen Spiegelbilder decken. Schliesslich werden die Fäden auch noch auf die höchsten Punkte der Quecksilberkuppen eingestellt und beide Nonien abgelesen, wodurch man die Höhen dieser Kuppen erfährt.

Fig. 314.

Gewöhnlich bestimmt man den Barometerstand aus den Einstellungen auf die Kuppenscheitel, die Ableitung desselben aus der Einstellung auf den Rand der Kuppen hat aber nach unserer Meinung den Vorzug, dass die Operation in kürzester Zeit und folglich fast ohne alle Mittheilung von Körperwärme an den Barometer geschehen kann, während das Einstellen auf den Scheitel der Kuppen unsicher und zeitraubend ist. Misst man dagegen die Kuppenhöhe für sich, so schadet es dem Barometerstande gar Nichts, wenn man sich dabei etwas länger vor dem Instrumente aufhält. Ueberdiess braucht man diese Höhen auch, um die Depressionen des Quecksilbers nach der im Anhange zu Bd. II mitgetheilten Tafel Nr. X zu finden.

Die beigedruckte Fig. 314 zeigt, wie die Kuppenhöhen und Depressionen in Rechnung zu bringen sind. Ist nämlich $e\,n = B'$ der an den Rändern abgelesene Barometerstand, und setzt man die Depression in dem langen Schenkel $d\,m = \delta$, in dem kurzen $d'\,m' = \delta'$, die Kuppenhöhe $m\,n = k$ und $m'\,n' = k'$, so ist der wahre Barometerstand

$$B = b'\,c' = e\,n + d\,n - d'\,n'$$

und, da $e\,n = B'$, $d\,n = \delta + k$, $d'\,n' = \delta' + k'$, auch

$$B = B' + k - k' + \delta - \delta'. \qquad (172)$$

An unseren drei Barometern fanden in der Zeit vom 20. bis 28. August 1857

im Mittel aus je 32 Messungen folgende Werthe der Kuppenhöhen und Depressionen statt:

Barometer:	k.	k'.		$\delta - \delta'$.
Nr. 1 ...	0''',335	0''',435	—	0''',140
Nr. 2 ...	0,394	0,497	—	0,101
Nr. 3 ...	0,347	0,442	—	0,102.

Hiernach erhält man mit Rücksicht auf die Scalencorrection für diese drei Instrumente die folgenden, von der Capillardepression befreiten Barometerstände:

$$B_1 = B' + 0{,}00 - 0''',10 - 0''',14 = B' - 0''',24;$$
$$B_2 = B'' + 0{,}16 - 0{,}10 - 0{,}10 = B'' - 0{,}04;$$
$$B_3 = B''' + 0{,}08 - 0{,}10 - 0{,}10 = B''' - 0{,}12;$$

und damit den auf 0° reducirten Barometerstand:

$$B_0 = \frac{B}{1 + \gamma t} = B(1 - \gamma t) \qquad (173)$$

wobei γ den Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers für 1° der Scala bezeichnet, in welcher die Temperatur t ausgedrückt ist, nämlich $^1/_{5550}$ für 1° C und $^1/_{4440}$ für 1° R.

§. 249. **Noch zwei Correctionen.** 1) Wenn man die Barometerstände sehr genau finden will, so genügt es noch nicht, die Nonien (wo sie angebracht sind) richtig abzulesen und die Capillardepression in Rechnung zu bringen: man muss vielmehr auch noch darauf Rücksicht nehmen, dass sich die Massstäbe wegen der Ausdehnung ihres Stoffes selbst verändern, d. h. dass ihre Theile grösser oder kleiner werden, je nachdem sie wärmer oder kälter sind als sie zur Zeit der Theilung waren.

Die Temperatur, für welche die Theilung des Massstabs ganz richtig ist, heisst dessen Normaltemperatur und beträgt z. B. für das französische Fussmass 13° R, während sie für das Metermass = 0° ist. Hat man nun für t° C einen bereits von der Capillardepression befreiten Barometerstand gefunden, so wird derselbe in folgender Weise auf die Normaltemperatur, welche wir allgemein durch τ^0 C bezeichnen wollen, reducirt.

Bezeichnet man nämlich den Ausdehnungscoefficienten des Stoffes, aus dem der Massstab besteht, für 1° C mit k, so wird die Länge b des Massstabs für einen Temperaturunterschied von u° C um das Stück k u b grösser oder kleiner,[1] je nachdem u eine Zu- oder Abnahme der Temperatur vorstellt, und um dasselbe Stück findet man den Barometerstand b beziehlich zu klein oder zu gross, wesshalb es in dem ersten Falle zu b addirt, in dem zweiten aber davon subtrahirt werden muss. Es ist somit ganz allgemein der auf die Temperatur des Massstabs reducirte Barometerstand

$$b' = b + k(t - \tau) b. \qquad (174)$$

[1] Eigentlich sollte man k nicht mit u b, sondern mit u b^0 multipliciren, wenn b^0 die Länge des Massstabstücks vorstellt, welches bei t° C zwischen den beiden Quecksilberspiegeln enthalten und auf 0° reducirt ist. Die Grössen b und b^0 sind aber so wenig von einander verschieden, dass recht wohl k u b statt k u b^0 gesetzt werden kann.

Für $t > \tau$ wird $b' > b$, und für $t < \tau$, wie es sein muss, $b' < b$.

Für Messing ist $k = 0{,}000018$ und für Glas $= 0{,}000009$; daher, wenn $\tau = 13^0$ R $= 16^0{,}25$ C, $t = 26^0{,}25$ C und $b = 26$ Pariser Zoll, für eine Messingscala $b' = 26. (1 + 0{,}00018) = 26{,}0047$ Zoll, und für einen gläsernen Massstab $b' = 26. (1 + 0{,}00009) = 26{,}00234$ P. Zoll. Wäre $t = 6^0{,}25$ C und b wie vorhin gleich 26 P. Zoll, so hätte man für einen messingnen Massstab $b' = 26. (1 - 0{,}00018) = 26{,}9953$ P. Zoll und für eine Glasscala $b' = 26. (1 - 0{,}00009) = 25{,}9977$ P. Zoll.

Bezeichnet t eine Temperatur unter 0^0, so muss dieselbe, wie sich von selbst versteht, mit dem Minuszeichen in die Gleichung (174) eingeführt werden.

Hätte man bei $- 10^0$ C einen Barometerstand $b = 330$ Millimeter beobachtet, so wäre hier, da in diesem Falle $\tau = 0$ ist, für eine Theilung auf Messing der auf den Massstab reducirte Barometerstand $b' = 330 (1 - 0{,}00018) = 329{,}94$ Millimeter.

Alle diese Beispiele zeigen, dass die Reductionen wegen der Ausdehnung des Massstabs nur sehr gering sind, und aus diesem Grunde werden sie auch nicht überall angewendet. Gleichwohl lassen wir im Anhange zu Band II unter Nr. VIII und Nr. IX zwei Reductionstabellen folgen, welche auf die Ausdehnung des Massstabs (von Messing) Rücksicht nehmen. Die erste ist der von Prof. Mousson ausgearbeiteten Instruction für die Beobachter der meteorologischen Stationen der Schweiz entnommen und setzt die Normaltemperatur des Massstabs $\tau = 0$ voraus, die zweite ist unseres Wissens von Prof. Jordan für die Normaltemperatur des Massstabs $\tau = + 13^0$ R. berechnet und in dessen Geometerkalender für 1874 (S. 179) enthalten.

2) Nach längerer Zeit fängt selbst der beste Barometer etwas Luft und gibt in Folge dessen den Druck der Luft etwas zu klein an. Die Grösse c, welche dem nach §. 248 bestimmten Barometerstande B beizufügen ist, kann auf folgende Weise ermittelt werden. Giesst man nämlich in den offenen Schenkel so viel Quecksilber, dass die Säule im geschlossenen Schenkel, wenn er wirklich ganz luftleer wäre, um die Grösse a steigen müsste, und findet man, dass diese Säule nur um b steigt, so rührt der Unterschied $a - b = u$ von der im Torricelli'schen Raume befindlichen Luft her. Ist nun c die durch das Gewicht der Quecksilbersäule ausgedrückte Spannung dieser Luft und bezeichnet h die Höhe des Torricelli'schen Raums vor und $h - b$ nach dem Zugiessen des Quecksilbers, so hat sich durch dieses Zugiessen die Spannung um u vermehrt und es findet die Proportion statt:

$$h : (h - b) = (c + u) : c.$$

Haben b' und u' die vorige Bedeutung für einen zweiten Versuch, so ist auch

$$h : (h - b') = (c + u') : c$$

und aus diesen beiden Proportionen folgt:

$$h = \frac{b b' (u' - u)}{b u' - b' u} \text{ und } c = \frac{(h - b) u}{b} = \frac{(b' - b) u u'}{b u' - b' u}. \quad (175)$$

Ist h ohnehin bekannt, so braucht man, wie hier gezeigt ist, nur einen, ausserdem aber zwei Versuche zur Bestimmung der Grösse c. Man wird indessen besser verfahren, wenn man seine Barometer von Zeit zu Zeit wieder auskocht, um sie ganz luftleer zu machen.

Federbarometer.

§. 250. Die Elasticität oder Federkraft dünner Metallbleche wandte zuerst der Engländer Vidi auf die Messung des Luftdrucks an, indem er 1847 der Pariser Akademie der Wissenschaften einen „Aneroidbarometer“, d. i. einen Barometer ohne Quecksilber (von *α* privativum und *νηρός* nass, feucht), vorlegte. Bald darauf construirte Bourdon in Paris, welcher sich zuvor schon mit der Anfertigung von Federmanometern beschäftigt hatte, einen dem Vidi'schen ähnlichen „Metallbarometer“, und später verbesserten die Mechaniker Naudet und Hulot daselbst die Einrichtung des Aneroids von Vidi und gaben ihm den Namen „Baromètre holostérique“ (von *ὅλος* ganz und *στερεός* starr, fest, was also auch den Ausschluss jeder Flüssigkeit bedeutet, wie das Wort Aneroid). Ohne an dem Vidi'schen Princip etwas zu ändern, das auch durch Bourdon, Naudet, Hulot nicht geschah, erfand der Mechaniker Goldschmid in Zürich 1857 einen von den übrigen wesentlich verschiedenen Uebersetzungsmechanismus, den er seitdem immer noch zu verbessern sucht.

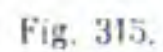
Indem wir alle hier aufgeführten Namen in den einzigen, welchen die Ueberschrift dieses Capitels trägt, zusammenfassen, bemerken wir, das der eine Hauptbestandtheil aller Federbarometer ein kleines luftleeres Gefäss mit sehr dünner metallener Decke ist, die bei jeder Aenderung des Luftdrucks federt; der andere wesentliche Bestandtheil dieser Barometer ist der Mechanismus, welcher die durch den Luftdruck bewirkten Dimensionsänderungen des Gefässes vergrössert darstellt. Wir werden hier nur die Federbarometer von Naudet und von Goldschmid beschreiben. [1]

Der Naudet'sche Federbarometer.

§. 251. **Beschreibung.** Die beiden Figuren 315 und 316 stellen einen solchen Barometer im Durchschnitte und Grundrisse dar. [2] Derselbe befindet sich in einer messingnen Büchse, welche mit einem Glasdeckel abgeschlossen und mit einem Ringe zum Aufhängen versehen ist, und besteht zunächst aus einer an den Boden dieser Büchse festgeschraubten Grundplatte (a),

[1] Vergl. Le Roux, Bulletin de la Société d'Encouragement, Septbre. 1866; Goldschmid, neuen Aneroidbarometer, Zürich 1869; Höltschl, die Aneroide von Naudet und von Goldschmid, Wien 1872; Bauernfeind, Beobachtungen und Untersuchungen über die Eigenschaften der Naudet'schen Aneroidbarometer, München 1874.

[2] Unsere drei Barometer, von J. Feiglstock in Wien bezogen und mit den Nummern 38255, 38262, 50700 bezeichnet, haben 12 und die Abbildungen 10 Centimeter Durchmesser; letztere sind also nur um ein Sechstel kleiner als die Instrumente selbst.


Fig. 315.

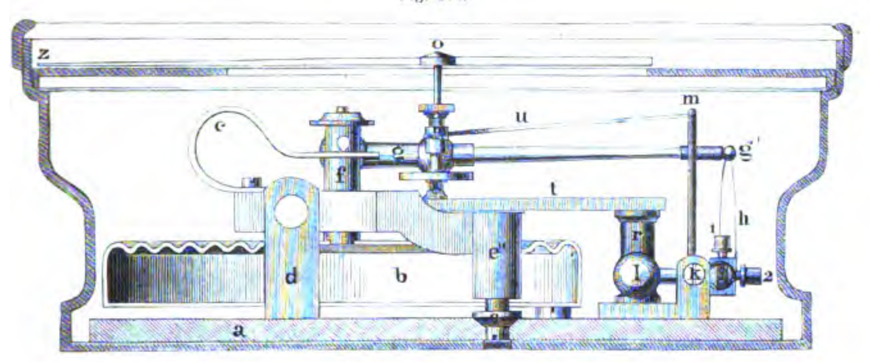
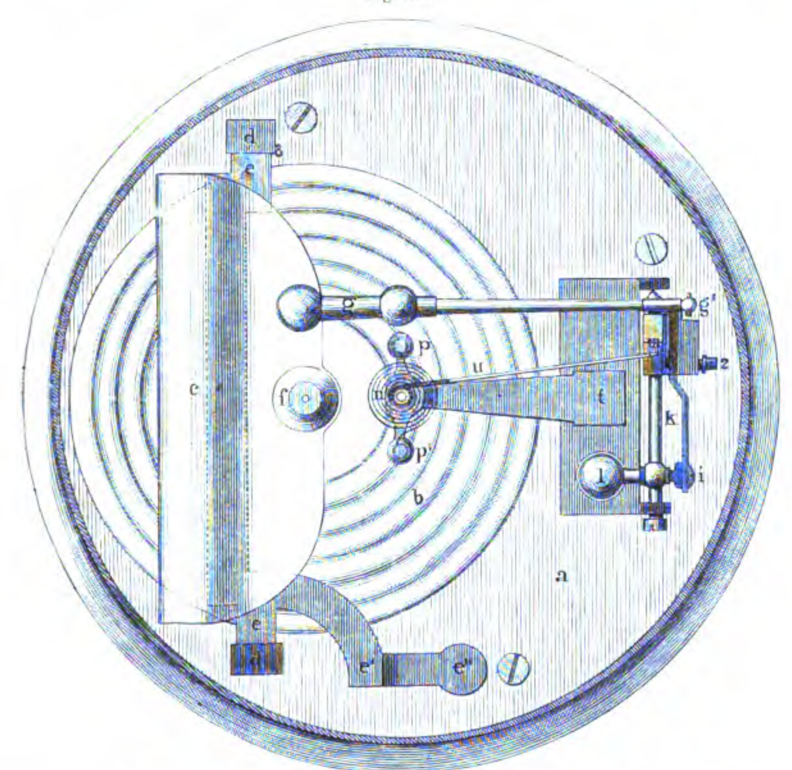


Fig. 316.



worauf ein luftleerer metallener Cylinder (b) mit dünnem Boden und ebenso dünner wellenförmiger Decke ruht. Dieser Cylinder vertritt die Röhre des Quecksilberbarometers, denn die Aenderung des Luftdrucks zeigt sich hier durch die Senkung oder Hebung der eben genannten Decke an, wie dort durch das Steigen oder Fallen der Quecksilbersäule. Um diese Bewegungen

des Wellenblechs möglichst unabhängig von anderen Einflüssen als denen des Luftdrucks zu erhalten, wird der Messapparat, welcher auf der Metalldecke (b) ruht, von einer breiten schwanenhalsartig gekrümmten Stahlfeder (c) getragen, welche mit einem in cylindrische Zapfen auslaufenden Querstück (e) in kupfernen Trägern (d) ruht, die auf der Grundplatte angeschraubt sind. Das Querstück kann durch eine gebogene Verlängerung (e'), welche mit einer durch die Grundplatte reichenden Zugschraube (s) in Verbindung steht, an seine Träger (d) angedrückt werden. Der Messapparat besteht fürs Erste aus einer kleinen kupfernen Säule (f), die auf der Mitte der Wellendecke befestigt ist, die Stahlfeder durchdringt, diese mittels einer starken Stahlschneide niederdrückt und so in Spannung erhält. Auf diese Weise sind jetzt die Büchse b und die Feder c durch die Säule f zu einem elastischen System verbunden, welches den Bewegungen des Luftdrucks folgt. Um diese kleinen Bewegungen vergrössert sichtbar zu machen und dann zu messen, dient weiter die Stange g g', welche an der Stahlfeder c befestigt ist und an deren dünneres Ende sich mittels Kniegelenks eine stählerne Triebstange (h) anschliesst. Diese Stange wirkt auf den Winkelhebel i k m, der in der Transmission k seine Drehaxe hat und bei l ein Gegengewicht zur Berichtigung des Ausschlags des Arms k m trägt. Durch diesen Arm und den festen Schenkel m u, der bei u in ein um die Welle n geschlungenes feines Stahlkettchen ausläuft, wird die geradlinige lothrechte Bewegung der Säule f in eine wagrecht rotirende des Zeigers o z verwandelt, der auf einem eingetheilten Gradringe (Limbus, Scala) durch seine Stellung gegen die Theilung den Luftdruck anzeigt. Die Welle n bewegt sich um eine zur Grundplatte senkrecht stehende Axe o n auf einer in der Platte t steckenden Spitze und in einem Lager, das von zwei kleinen Säulchen (p, p', Fig. 316) getragen wird. Eine Spiralfeder, welche diese Welle umgibt und dem Kettchen n u entgegenwirkt, soll durch stete Spannung jeden todten Gang dieses letzteren verhindern. Die Theilung des Rings wird in gleichen Theilen ausgeführt, wovon jeder einem Millimeter entspricht, ohne jedoch gerade dessen Grösse zu haben; die Bezifferung der Theilstriche geschieht so, dass an einem und demselben Orte die Angaben des Federbarometers und eines Normalbarometers übereinstimmen. Diese Uebereinstimmung kann durch die Stellschräubchen 1 und 2 (Fig. 315) bewirkt werden, welche auf die Schenkel i k und k m des Winkelhebels i k m in der Art wirken, dass sie bei gleicher Höhenbewegung der Triebstange h den Ausschlag dieses Hebels und hiermit auch den des Zeigers o z vergrössern oder verkleinern können. Ueber dem Gradringe ist ein gekrümmter Thermometer angebracht, welcher die Temperatur des Instruments abzulesen gestattet, die bei genaueren barometrischen Höhenmessungen zu berücksichtigen ist. Zur Bestimmung der äusseren Temperatur dient ein kleiner Thermometer, den man in einem besonderen Futterale bei sich führt.

§. 252. **Gebrauch.** Kein Instrument ist leichter zu gebrauchen als der Federbarometer von Naudet; es kommt nur darauf an, dass man am

Beobachtungsorte den Stand des Zeigers und die Temperatur des Instruments abliest, was am besten bei wagrechter Lage des letzteren und nach einem leichten Klopfen am Gehäuse geschieht. Dieses Klopfen hat den Zweck, eine allenfallsige Hemmung in dem Bewegungsmechanismus des Zeigers zu beseitigen. Wie bei anderen Ablesungen auf geraden oder kreisförmigen Scalen hat man auch hier zur Vermeidung von Parallaxen das Auge so zu halten, dass seine Verbindung mit der Zeigerspitze senkrecht zur Ringfläche steht. Unterabtheilungen der Millimeter (bis zu Zehnteln) werden lediglich durch Schätzung erhalten. Neue Federbarometer, welche eben aus der Fabrik bezogen worden sind, soll man nicht sofort zu barometrischen Messungen benützen, weil anfangs noch nicht alle Theile derselben richtig functioniren; es empfiehlt sich, dergleichen Instrumente durch Besteigen von mässig hohen Bergen oder auch unter dem Recipienten einer Luftpumpe nach und nach verschiedenen nicht zu schwachen Drückungen auszusetzen, um hiedurch die einzelnen Metallbestandtheile gewissermassen zu recken und so von jenen molecularen Spannungen, welche die reinen Wirkungen der Elasticität beeinträchtigen, möglichst zu befreien.

Bei einem Transporte ist das Instrument vor Stössen oder heftigen Erschütterungen und bei der Beobachtung vor ungleicher Erwärmung zu bewahren, wesshalb es sich in einem mit Tragriemen versehenen ledernen Futterale befindet, dessen Deckel bei dem Gebrauche abgenommen werden kann, so dass Theilung und Zeiger sichtbar sind. Der Riemen soll nicht lang sein, um das Anschlagen des Barometers an fremde Gegenstände möglichst zu vermeiden. Nach der Ankunft am Beobachtungsorte muss man wegen der Ausgleichung der verschiedenen Temperaturen der einzelnen Instrumententheile einige Zeit verstreichen lassen, ehe man abliest.

Diese Ablesungen werden selbstverständlich nicht sofort mit denen übereinstimmen, welche man unter übrigens gleichen Umständen an einem Quecksilberbarometer gemacht hätte, noch weniger werden sie den auf die Temperatur 0^0 reducirten Barometerständen gleich sein; es müssen also an den Aneroid-Ablesungen gewisse Verbesserungen angebracht werden, um sie mit den Quecksilber-Barometerständen in Uebereinstimmung zu bringen.

§. 253. **Verbesserungen der Aneroidstände.** An den Ablesungen der Federbarometer sind im Allgemeinen drei Verbesserungen anzubringen: wegen der Temperatur, der Theilung und der unvollkommenen Berichtigung des Zeigers.

1) Die Temperaturcorrection ist diejenige kleine Anzahl c'' von Scalentheilen, um welche der abgelesene Stand B des Federbarometers bei unverändertem Luftdrucke vermindert werden muss, wenn die Temperatur positiv ist, und umgekehrt. Man darf nach den Versuchen des Verfassers für $+ t^0$ die Wärmecorrection

$$c'' = - a t \qquad (176)$$

setzen, wenn der Factor a den Temperaturcoefficienten oder diejenige Verbesserung einer Ablesung, welche einer Temperaturdifferenz von

1^0 entspricht, vorstellt. Wenn also an einem Federbarometer bei der Temperatur $+ t^0$ der Stand B abgelesen wurde und andere Verbesserungen nicht zu berücksichtigen sind, so beträgt die Ablesung bei 0^0:

$$B' = B - a\,t. \qquad (177)$$

Der Werth von a ist selbstverständlich für 1^0 R in dem Verhältnisse von 5 : 4 grösser als der für 1^0 C, und man hat den grösseren Werth anzuwenden, wenn der Thermometer des Instruments Réaumur'sche Grade hat, und den kleineren bei Centigraden. Die Temperatur t ist stets mit ihrem Vorzeichen zu versehen.

2) Die Theilungscorrection ist diejenige Verbesserung c', welche an der Ablesung des Federbarometers angebracht werden muss, um die Scalentheile in Millimeter auszudrücken. Diese Scalen sind nicht nach Normalpunkten wie bei Thermometern, sondern nach einer Mustertheilung angefertigt (Schablonenscalen), während der Gang des Zeigers dem Luftdrucke proportional ist und für eine bestimmte Aenderung des letzteren einen gewissen Ausschlag macht, der einer bestimmten Anzahl von Millimetern der Quecksilbersäule entspricht. Wäre nun zufällig diese Anzahl von Millimetern jener der vom Zeiger durchlaufenen Scalentheile gleich, so würde jeder solche Theil einem Millimeter entsprechen, und die Theilungscorrection wäre null. Dieser Zufall tritt selten oder nie ein; man kann vielmehr durch die Stellschräubchen 1 und 2 nur bewirken, dass der Zeiger einen gewissen normalen Luftdruck N, für welchen die Berichtigung des Federbarometers stattfand, richtig angibt: die Ablesungen am Zeiger werden von der Wahrheit um so mehr abweichen, je grösser der Unterschied zwischen dem Normaldrucke N und dem abgelesenen Drucke B ist. Man kann somit, wenn die Scalentheile nahezu einem Millimeter entsprechen, die Theilungscorrection

$$c' = b\,(N - B) \qquad (178)$$

setzen, wobei b der Theilungscoefficient oder der in Millimeter ausgedrückte Werth eines Scalentheils ist. Für N setzt man am besten den der Meereshöhe entsprechenden mittleren Druck von 760^{mm} in die Formel ein, weil alsdann die Correction c' unter gewöhnlichen Umständen stets positiv wird. Unsere Versuche zeigen, dass die Correction c' kein dem obigen Ausdrucke beigefügtes zweites Glied von der Form $b'\,(N - B)^2$ bedarf, um dieselbe genauer zu machen, und dass es somit völlig genügt, die Theilungscorrection $c' = b\,(N - B) = b\,(760 - B)$ zu setzen.

3) Mit der Standcorrection c hat es folgende Bewandtniss. Ein vollkommen fehlerfreier Federbarometer sollte bei der Temperatur 0^0 denselben Barometerstand zeigen wie ein Normalbarometer; die Erfahrung lehrt aber, dass dieses selten oder nie der Fall ist, und wenn ja einmal, dass diese Uebereinstimmung bald wieder verschwindet: bei den besten Federbarometern besteht zwischen ihrer auf 0^0 reducirten und vom Theilungsfehler befreiten Angabe $B_0 = B + c' + c''$ und dem Stande N des Normalbarometers noch ein Unterschied

$$c = N - B_0 \qquad (179)$$

welcher von der Unvollkommenheit der Einrichtung und Berichtigung des Federbarometers herrührt und den man, weil er die Grösse bezeichnet, um welche der Stand B_0 vermehrt werden muss, um N zu geben, nicht unpassend die Standcorrection genannt hat. Man setzt auch hier am besten für 0° Temperatur den Druck $N = 760^{mm}$.

4) Wenn man in vorstehender Gleichung für B_0 seinen Werth $B + c' + c''$ einsetzt und $N = 760^{mm}$ annimmt, wie es gewöhnlich geschieht, so findet man schliesslich den corrigirten und auf Null reducirten Barometerstand

$$A_0 = B + c + b\,(760 - B) - a\,t \qquad (180)$$

Mit diesem Werthe von A_0 und der noch besonders bestimmten Lufttemperatur T kann man nach der im zweiten Theile dieses Buchs zu entwickelnden Barometerformel die Höhe der Station, auf welcher A_0 und T beobachtet wurden, über einer anderen, für welche A_0' und T' bekannt sind, berechnen.

§. 254. **Constantenbestimmung.** In dem Ausdrucke für A_0 kommen drei unbekannte Constante vor: der Temperaturcoefficient a, der Theilungscoefficient b und die Standcorrection c. Diese Grössen kann man nun entweder mit einander einzeln durch Versuche bestimmen, oder man leitet sie aus einer grösseren Reihe von Beobachtungen unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate ab.

1) Beschäftigen wir uns zuerst mit der zweiten Art der Constantenbestimmung, welche man die mittelbare nennen kann.

Die Gleichung (180), mit welcher die Ablesung B am Federbarometer auf den Normalbarometerstand reducirt wird, lässt sich auch so schreiben:

$$A_0 - B = c + b\,(760 - B) - a\,t \qquad (181)$$

und nimmt, wenn man $A_0 - B = u$, $t = x$, $760 - B = y$, den Coefficienten von c oder $1 = z$ setzt und das Vorzeichen von a mit diesem Buchstaben selbst verbunden denkt, die Form an, welche in §. 16 des zweiten Bandes der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen von gleicher Genauigkeit zu Grunde gelegt wurde, nämlich

$$u = a\,x + b\,y + c\,z.$$

Nennt man die für u beobachteten Werthe $A_0 - B$ nacheinander o_1, o_2, o_3 ...., so sind nach jenem Paragraph und Gl. (27) die zur Bestimmung von a, b, c dienenden drei Normalgleichungen folgende:

$$[x\,x]\,a + [x\,y]\,b + [x\,z]\,c = [x\,o]$$
$$[y\,x]\,a + [y\,y]\,b + [y\,z]\,c = [y\,o]$$
$$[z\,x]\,a + [z\,y]\,b + [z\,z]\,c = [x\,o]$$

und diese Gleichungen werden entweder auf gewöhnliche Weise oder nach §. 26 aufgelöst.

Beispiel. Mit dem von Feiglstock in Wien bezogenen und mit der Zahl 38255 bezeichneten Naudet'schen Federbarometer der k. polytechnischen Schule in München hat der Verfasser in der Zeit vom 2. bis 6. October 1872 auf einer Reise ins bayerische Hochgebirge aus je 4 Beobachtungen folgende mittlere Werthe erhalten:

1) München	$B = 716^p,0$;	$t = 17^0 2$ C;	$o_1 = - 0^{mm}0,4$
2) Grosshessellohe	712,6	18,3	$o_2 = -$ 0,16
3) Sauerlach	708,1	19,6	$o_3 = -$ 0,26
4) Holzkirchen	700,9	14,4	$o_4 = +$ 0,63
5) Aibling	715,2	16,1	$o_5 = +$ 0,10
6) Rosenheim	722,2	13,2	$o_6 = +$ 0,37
7) Fischbach	722,7	15,1	$o_7 = +$ 0,09

Hienach haben die beobachteten unabhängigen Veränderlichen x, y folgende Werthe:

$x_1 = 17,2$; $x_2 = 18,3$; $x_3 = 19,6$; $x_4 = 14,4$; $x_5 = 16,1$; $x_6 = 13,2$; $x_7 = 15,1$
$y_1 = 44,0$; $y_2 = 47,4$; $y_3 = 51,9$; $y_4 = 59,1$; $y_5 = 44,8$; $y_6 = 37,8$; $y_7 = 37,3$
während alle $z = 1$ sind und für die abhängigen Veränderlichen o_1, o_2, $o_3 \ldots$, die in der letzten Spalte verzeichneten Werthe gefunden wurden. Rechnet man mit diesen Grössen die Coefficienten [x x], [x y]... aus und setzt sie in die vorstehenden Normalgleichungen ein, so gehen diese in folgende numerische Gleichungen über:

$$1883,72\,a + 5267,37\,b + 113,90\,c = 8,547$$
$$5267,37\,a + 15152,60\,b + 321,80\,c = 37,108$$
$$113,90\,a + 321,80\,b + 7,00\,c = 0,790$$

aus denen folgende Werthe fliessen:

$$a = - 0,1401$$
$$b = + 0,0195$$
$$c = + 1,4919.$$

Es galt demnach für den genannten Federbarometer Anfangs October 1872 folgende Reductionsgleichung:

$$A_0 = B + 1,49 + 0,02\,(760 - B) - 0,14\,t.$$

Mit dieser Gleichung konnte man also damals die Ablesungen B am Federbarometer auf die ihnen entsprechenden, auf Null reducirten und in Millimetern ausgedrückten Quecksilberstände A_0 zurückführen; bei den späteren Versuchen des Verfassers (December 1873) hatten sich die Constanten a, b, c nicht unwesentlich geändert, wie es bei Federbarometern in der Regel geschieht.

Will man den mittleren Fehler m der beobachteten Werthe o_1, o_2, $o_3 \ldots$ ausdrücken, so hat man zuerst die Werthe $u_1 = a\,x_1 + b\,y_1 + c$; $u_2 = a\,x_2 + b\,y_2 + c$; $u_3 = a\,x_3 + b\,y_3 + c \ldots$, hiermit dann die Fehler $v_1 = u_1 - o_1$; $v_2 = u_2 - o_2$; $v_3 = u_3 - o_3 \ldots$, hieraus schliesslich [v v] und damit nach (30)

$$m = \sqrt{\frac{[v\,v]}{7-3}} = \tfrac{1}{2}\sqrt{0,0883} = \pm\, 0^{mm},0443$$

zu berechnen. Dieser Werth sagt also, dass jede der oben aufgeführten Beobachtungen o_1, o_2, $o_3 \ldots$ um $0^{mm},0443$ zu gross oder zu klein sein kann. Wenn man nun bedenkt, dass jeder dieser Werthe aus 4 Beobach-

tungen hervorgegangen ist, so ist der mittlere Fehler der einzelnen Beobachtung nach den Formeln (5) und (9) S. 11 u. 12:

$$m' = m\sqrt{n} = \pm 0^{mm},0443\sqrt{7} = \pm 0^{mm},1172.$$

2) Ueber die unmittelbare Bestimmung der Constanten a, b, c hat der Verfasser in seinen schon angeführten „Beobachtungen und Untersuchungen über die Eigenschaften der Aneroïdbarometer“ folgendes mitgetheilt.

Die Standcorrection c wird nach Gl. (180) unmittelbar erhalten, wenn man den Federbarometer der Temperatur $t = 0^0$ und dem Drucke $A_0 = 760^{mm}$ Qu. aussetzt, denn es ist alsdann

$$c = 760 - B_0 \tag{182}$$

und es kann B_0 am Aneroïd abgelesen werden. Dieses Verfahren setzt einen Normalbarometer, eine Luftpumpe mit entsprechender Glocke, in der das Aneroïd auf 0^0 abgekühlt werden kann, und schliesslich ein mit der Luftpumpe in Verbindung zu setzendes Quecksilbermanometer voraus. Hiemit kann die Constante c wie folgt gefunden werden. Das Aneroïd wird in eine hinreichend weite und tiefe cylindrische Schüssel von Weissblech und mit dieser in eine zweite grössere mit Eis gefüllte Schüssel von gleichem Metall gestellt und dann in eine hinreichend grosse und dicke Metallglocke gebracht, die sich durch ein dickes Spiegelglas luftdicht abschliessen lässt. Die Glocke steht durch eine metallene Röhre mit einer Luftpumpe in Verbindung, und eine zweite Röhre verbindet diese Pumpe mit dem einen Schenkel eines aus zwei mit Quecksilber gefüllten Glasröhren bestehenden Manometers, dessen anderer Schenkel gegen die Atmosphäre offen war. Der Druck der letzteren wird am Normalbarometer, der Niveau-Unterschied in den Röhren des Manometers, welcher bei ungleichem Druck auf dessen Schenkel entsteht, an einem Kathetometer (einem lothrecht gestellten und mit Fernrohr versehenen genauen Massstab) abgelesen. Wenn hiebei die Temperatur des in der Metallglocke eingeschlossenen Aneroïds nicht fortwährend genau auf 0^0 erhalten werden kann, weil nach und nach das in der Glocke eingeschlossene Eis schmilzt, so kann man die beobachteten sehr kleinen Abweichungen von 0^0 unbedenklich mit dem vorläufig bekannten Näherungswerth von a auf 0^0 reduciren. Der Verfasser benützte bei seinen Arbeiten $a = -0,135$ und fand z. B. bei der Beobachtung Nr. 5 für den Federbarometer

Nr. I (38255) die Constante $c = 760 - 758,59 = 1,41^{mm}$
Nr. II (38262) „ „ $c = 760 - 757,44 = 2,56$,
Nr. III (50700) „ „ $c = 760 - 759,76 = 0,24$;

Werthe, welche ziemlich mit den aus je 14 ganzen Beobachtungen abgeleiteten Mittelwerthen übereinstimmten.

Statt des vorhin beschriebenen complicirten Apparats zur Bestimmung der Standcorrection c hat der Verfasser eine sehr einfache und billige auf dem Princip der communicirenden Röhren beruhende Vorrichtung erfunden, welche gestattet, Drückungen von 0,8 bis 1,2 Atmosphären auf den Federbarometer auszuüben und zu messen, ohne dass dazu eine Luftpumpe oder

ein Quecksilberbarometer nöthig ist; leider hat der Mechaniker die Ausführung derselben über Gebühr verzögert, so dass sie in dieser Auflage noch nicht abgebildet und beschrieben werden kann.

Die Summe $c + c'$ der Stand- und Theilungscorrection ergibt sich nach Gl. (180) unmittelbar, wenn man bei 0° Temperatur am Aneroïd den Werth B_0 abliest und am Normalbarometer den Luftdruck A_0 bestimmt; denn es ist alsdann

$$c + c' = c + b\,(760 - B_0) = c + b\,m = A_0 - B_0. \qquad (183)$$

Bei den eben beschriebenen Versuchen werden selbstverständlich A_0 und B_0 nicht bloss bei 760mm Quecksilberdruck, sondern bei verschiedenen Drückungen über und unter dem einfachen Atmosphärendruck und bei der Temperatur des schmelzenden Eises bestimmt; es lässt sich also für jeden Versuch $c + c' = s$ berechnen und c' entweder dadurch finden, dass man von der Summe s das schon bekannte Glied c abzieht, oder aus den zahlreichen Beobachtungen $s_1, s_2, s_3 \ldots$, welche nach einander durch $c + b\,m_1$, $c + b\,m_2$, $c + b\,m_3 \ldots$ vorgestellt werden, die zwei Coefficienten b und c, welche allen Beobachtungen am besten entsprechen, mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Nach Seite 12 bis 15 unserer schon erwähnten Abhandlung über die Aneroïdbarometer fanden wir die mittleren Werthe der Constanten b und c wie folgt: für das Instrument

Nr. I den Coefficienten $b = 0{,}015$ und die Standcorrection $c = 1{,}373$
Nr. II „ „ $b = 0{,}017$ „ „ „ $c = 2{,}530$
Nr. III „ „ $b = 0{,}017$ „ „ „ $c = 0{,}254$.

Um die Wärmecorrectionen c'' bei verschiedenen Temperaturen zu erfahren und zugleich den experimentellen Nachweis zu liefern, dass dieselben durch den Ausdruck $c'' = -a\,t$ berechnet werden können, hat der Verfasser mit jedem seiner drei Aneroïde durchschnittlich 90 vollständige Beobachtungen gemacht. Dieselben waren so angeordnet, dass der Gefäss- und die Federbarometer in und vor dem Arbeitszimmer in gleicher Höhenlage aufgestellt und folglich bei gleichem atmosphärischen Druck aber verschiedenen Temperaturen beobachtet werden konnten. Bei jeder dieser Beobachtungen wurden der Quecksilber- und die Federbarometer durch Klopfen mit der Hand erschüttert und jede Ablesung doppelt gemacht, das zweite Mal in der umgekehrten Reihenfolge, damit das Mittel den thatsächlichen Verhältnissen am besten entsprach. Da nun b und c bekannt sind, so kann man mit Hilfe jeder Beobachtung einen Werth von c'' nach der Formel (180), nämlich

$$c'' = A_0 - \Big(B + c + b\,(760 - A_0)\Big) = a\,t \qquad (184)$$

berechnen und aus diesem mit der bekannten Temperatur t den Wärmecoefficienten a finden. Unsere 90 Versuche ergaben für den Federbarometer

Nr. I den Coefficienten $a = -0{,}132$
Nr. II „ „ $a = -0{,}135$
Nr. III „ „ $a = -0{,}128$.

Vergleicht man diese Werthe, so wie jene für b unter sich, so kommt man zu dem Schlusse, dass die Federbarometer gleicher Grösse und Ausführung einer und derselben Fabrik Wärme- und Theilungscoefficienten haben, welche unter sich nicht oder nur sehr wenig verschieden sind.

§. 255. **Genauigkeit.** Nach den Beobachtungen des Verfassers, welche im Jahre 1872 am Wendelstein und 1873 am Hochgern in den bayerischen Alpen gemacht wurden, haben starke Amplituden des Zeigers, durch grossen Druckunterschied erzeugt, stets Vergrösserungen der Standcorrectionen zur Folge, welche erst nach einigen Monaten bis auf einen bleibenden Rest wieder verschwinden. So z. B. betrug die Standcorrection c des Federbarometers Nr. II vor der am 12. September 1873 erfolgten Besteigung des Hochgern 2,34 und unmittelbar nach derselben 2,95: dieselbe hatte also um 0,61^{mm} zugenommen; drei Tage später (17. Sept.) war die Zunahme auf 0,47 und nach drei Monaten (20. und 21. December) auf 0,19 vermindert, so dass von da an auf lange Zeit die Constante $c = 2{,}53^{mm}$ war. Da dergleichen Beobachtungen auch anderwärts gemacht wurden, so hat man darauf zu denken, wie man dem Uebelstande rascher Aenderung der Standcorrection am besten begegnen könne: dieses geschieht aber dadurch, dass man bei Ermittelung grosser Höhenunterschiede stets nur dasselbe Instrument auf der obersten Station verwendet und dessen Standcorrection c Tag für Tag und so lange durch Vergleichungen mit einem keinen starken Druckdifferenzen ausgesetzten Normalaneroïd bestimmt, bis diese Correction wieder einen bleibenden Werth angenommen hat.

Wenn die eben geschilderten Erscheinungen nicht bestünden, so würde der Verfasser auf Grund ausführlicher Versuche und Beobachtungen, worüber seine auf Seite 422 genannte Schrift berichtet, keinen Anstand nehmen zu behaupten, dass gute Naudet'sche Federbarometer bei richtiger Behandlung die besten Reisebarometer zu ersetzen im Stande und daher diesen wegen der Bequemlichkeit, die sie in Bezug auf Transport und Gebrauch bieten, in allen Fällen vorzuziehen sind. So aber muss dieses allgemeine günstige Urtheil auf die Verwendung der Federbarometer innerhalb solcher Terrainschichten, welche noch für technische Zwecke benützt werden können, beschränkt und der Gebrauch des Quecksilberbarometers für Höhenmessungen, welche über sehr grosse Niveaudifferenzen sich erstrecken, befürwortet werden.

Der Goldschmid'sche Federbarometer.

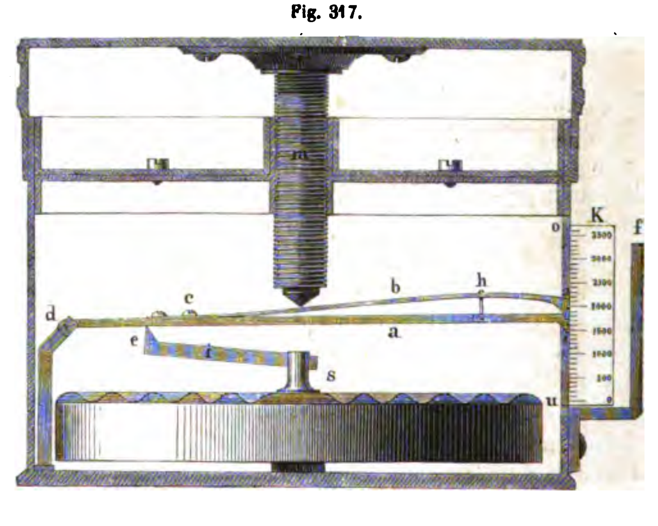
§. 256. **Beschreibung.** Bei Betrachtung des Mechanismus am Naudet'schen Aneroïd, welcher die von der luftleeren Büchse angezeigten Aenderungen des Luftdrucks auf den Zeiger überzutragen hat, kann man sich des Gedankens nicht erwehren, dass derselbe sehr zusammengesetzt und einer Vereinfachung fähig sei. Diese Vereinfachung fand der Mechanicus J. Goldschmid in Zürich darin, dass er die fraglichen Aenderungen der Büchse mittels einer Mikrometerschraube und zweier Hebel auf die Scala übertrug.

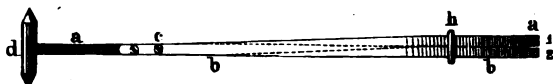
Seit 1857 war J. Goldschmid unablässig bemüht, diesem Mechanismus die wirksamste Form zu geben, und er hat wohl seit 1869 erreicht, was damit zu erreichen sein dürfte. Die Ergebnisse seiner Bemühungen und einige Urtheile hierüber sind in der auf S. 422 angeführten kleinen Druckschrift zusammengestellt.

Die nachfolgende Beschreibung beruht zum Theil auf dieser Schrift, mehr aber noch auf der Beobachtung und Vergleichung zweier Aneroïde (Nr. 61 und Nr. 62), welche der Verfasser für die geodätische Sammlung der k. polytechnischen Schule zu München am Ende des Jahres 1869 angeschafft hat. Die hier benützten zwei Figuren sind dem Werke von Höltschl (S. 120 und 123) entlehnt.

In einem cylindrischen Gehäuse von der in Fig. 317 dargestellten Form

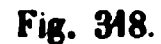
Fig. 317.

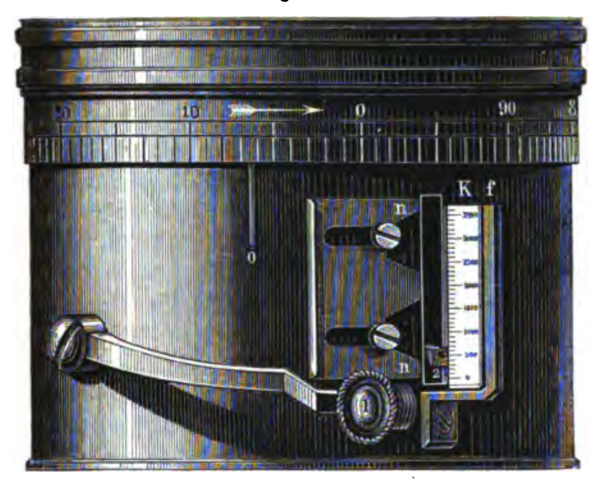




und Grösse befindet sich zunächst eine luftleere Büchse, welche aus dünnem Platinblech besteht und ganz und gar mit der im Naudet'schen Barometer (Fig. 315 und 316) übereinstimmt. Auf der wellenförmigen Decke steht hier wie dort ein kurzes Säulchen s, das den Aenderungen des Luftdrucks folgt, und mit diesem Säulchen ist ein in einer Stahlschneide e endigender Steg i verbunden. Auf dieser Schneide ruht lose ein erster Hebel a, der seinen Drehpunkt in einer dem Gehäusboden parallel laufenden, fast ohne Reibung in zwei Spitzen sich bewegenden Axe d hat, und dessen langer Arm c 1 bis in die Schlitzöffnung o u der Gehäuswand reicht. Hier trägt dieser Arm ein feines Stahlplättchen, in das ein horizontaler Strich (1) eingerissen ist. Es ist ohne Weiteres klar, dass, wenn der Luftdruck

abnimmt, also das Säulchen s und der Steg i steigen, der Hebel a ebenfalls steigen und die Marke 1 die Bewegung der Schneide e so vielmal vergrössert darstellen muss, als der lange Hebelsarm (c 1) grösser ist als der kurze (c e), nämlich fünfmal. Wenn demnach die Schneide um 1^{mm} steigt, so hebt sich der Strich 1 um 5^{mm}. Das Umgekehrte findet bei steigendem Luftdrucke statt, und man kann das Steigen und Fallen der Marke 1 an einer auf Elfenbein angebrachten Scala k ablesen, wovon 16 Theile = 10^{mm} sind und folglich 1 Theil von $\frac{5}{8}^{mm}$ Länge einer Dosenbewegung von $\frac{1}{8}^{mm}$ entspricht. Der Nullpunkt dieser Scala liegt da, wohin der Strich 1 bei dem stärksten Luftdrucke (etwa 790^{mm}) sinkt. Zum Ablesen dient eine Lupe l, welche sich mit ihrem Träger längs der Scala drehen und in ihm behufs richtiger Einstellung auf die Theilung verschieben lässt. Es würde aber nur eine rohe Messung der Aenderungen des Luftdrucks sein, wenn


Fig. 318.



sie nicht genauer geschehen könnte als die Scala k gestattet, und desshalb hat J. Goldschmid an seinem Federbarometer ein Schraubenmikrometer von folgender Construction angebracht. Bei c ist ein zweiter Hebel b, der stark federt und ebenfalls bis an die Schlitzöffnung des Gehäuses reicht, auf dem ersten festgenietet. An der sichtbaren Stirnseite trägt dieser Hebel gleichfalls einen horizontalen Strich (2), welcher, da der untere Hebelarm vorne etwas seitwärts gebogen ist, durch eine auf den oberen drückende Mikrometerschraube m in gleiche Linie mit dem Striche 1 gebracht werden kann. Diese Schraube hat ihre Mutter in einer an der cylindrischen Gehäuswand befestigten Hülse und wird mit Hilfe des Deckels derselben, welcher hier zugleich die Mikrometertrommel ersetzt, vor- und rückwärts gedreht. Die Schraubenganghöhe beträgt $\frac{1}{4}$ Millimeter, die Trommel ist in 100 gleiche Theile getheilt, und bei 0 findet sich ein fester Zeiger zum Ablesen dieser

Theile. An dem ersten Hebel a ist bei g ein kleiner kupferner Bügel h g angelöthet, innerhalb dessen lichter Höhe der zweite Hebel sich bewegen kann und an dessen oberen Steg dieser vermöge seiner Federkraft anschlägt, wenn die Schraubenspitze es gestattet. Die genannte lichte Höhe des Bügels ist so bestimmt, dass die vom ersten Hebel unabhängige, an dem Striche 2 beobachtete Amplitude des zweiten Hebels gerade 1 Theil der Elfenbeinscala und somit $\frac{1}{8}$ Millimeter beträgt. Da die Spitze der Schraube m von der Nietstelle c gerade um $\frac{2}{5}$ der Länge des zweiten Hebels entfernt ist, so drückt eine volle Schraubenumdrehung den Strich 2 um $\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$ mm herab, und es kann folglich jeder Scalentheil durch die Schraube in Hundertel zerlegt werden, so dass, da ein solcher Theil $\frac{1}{8}$ mm Bewegung der Büchse b entspricht, deren senkrechte Bewegungen theoretisch bis auf $\frac{1}{800}$ mm genau gemessen werden können. Damit jedoch die Ablesungen an der Mikrometerschraube denen an der Hauptscala unmittelbar beigefügt werden können, ist es selbstverständlich nöthig, die Mikrometervorrichtung so zu berichtigen, dass die Trommel Null zeigt, wenn die Marken 1 und 2 mit einander und mit einem Theilstriche der Hauptscala zusammentreffen. (Diese Anordnung entspricht ganz der in §. 81 beschriebenen des Schraubenmikroskops, dem das in Rede stehende Mikrometer nachgebildet ist.)

Auf der Hauptscala bezeichnen die dort angebrachten Zahlen, wie man sofort sieht, nicht die ganzen Theile, welche die Marken 1 und 2 durchlaufen können, sondern die Hundertel dieser Theile, welche die Trommel der Mikrometerschraube angibt: desshalb steht bei dem fünften Theilstriche nicht 5, sondern 500, bei dem zehnten nicht 10, sondern 1000 u. s. w. Da man Zehntel der Trommeltheile noch schätzen kann, so werden auch die Ablesungen am Federbarometer bis auf diese Zehntel angegeben, und es entspricht somit dem in der Fig. 317 dargestellten Stande der Marken 1 und 2 eine Ablesung von 506,3 Trommeltheilen.

Damit diese Trommeltheile (Aneroïdtheile) in Millimeter der Quecksilbersäule übersetzt werden können, ist es nöthig, bei verschiedenen Drückungen der Luft die Ablesungen an einem Federbarometer und an einem Quecksilberbarometer mit einander zu vergleichen und hiernach eine Tabelle anzufertigen, welche gestattet, von einer Scala zur anderen überzugehen. Diese Tabelle wird auch jedem Instrumente beigegeben und ist so angeordnet, dass man sofort den auf 0° reducirten Stand des am gleichen Orte aufgestellt gedachten Quecksilberbarometers findet. Da es nicht in der Hand des Mechanikers liegt, je zwei Federbarometer mit ganz gleichem Gange herzustellen, so kann auch eine Tafel die andere nicht ersetzen. An unseren äusserlich völlig übereinstimmenden Goldschmid'schen Aneroïden Nr. 61 und 62 entsprachen z. B. im Januar 1872 folgende Werthe einander:

600	Aneroïdtheile	entspr.	b. Nr. 61 =	766,6 mm	u. b. Nr. 62 =	791,6 mm	Quecks.
1000	"	"	"	718,6	"	736,5	"
1500	"	"	"	661,0	"	671,4	"
2000	"	"	"	607,5	"	610,8	"

§. 257. **Gebrauch.** Die Einstellung des Goldschmid'schen Federbarometers ist nicht so einfach als die des Naudet'schen, welche eigentlich nur in richtiger Aufstellung und kleiner Erschütterung des Instruments besteht. Hier ist das Barometer mit der linken Hand so vor das Auge zu halten, dass die Axe des Gehäuses lothrecht steht und die Marken 1 und 2, sowie die Zahlen auf der Scala durch die Lupe deutlich gesehen werden können, welche sich vor beiden befindet; gleichzeitig fasst man mit der rechten Hand den Gehäusdeckel an, der zugleich Trommel der Mikrometerschraube ist. Das Drehen dieser Trommel hängt von der gegenseitigen Stellung der Marken 1 und 2 ab, und diese Stellung kann eine dreifache sein: entweder nämlich steht 2 über 1, wie in Fig. 317, oder es steht 2 unter 1, oder es treffen beide Marken auf einander, wie in Fig. 318.

Im Falle der Fig. 317 wird die Trommel von links nach rechts (in der Richtung der Bezifferung) und im anderen Falle entgegengesetzt (im Sinne des Pfeils) gedreht, bis der Fall in Fig. 318 eintritt, in welchem es einer Drehung nicht mehr bedarf. Man kann diese Drehungsrichtungen leicht dem Gedächtnisse einprägen, wenn man bedenkt, dass das Drehen von rechts nach links (mit dem Pfeil) ein Nachlassen des Drucks auf den zweiten Hebel und folglich ein Steigen desselben zur Folge hat, während das Drehen von links nach rechts (gegen den Pfeil) ein Anziehen der Schraube und folglich ein Fallen der Marke 2 bewirkt. Die Drehung im Sinne des Pfeils kann dem Instrumente niemals schaden, da sie nur die Schraubenspitze weiter vom zweiten Hebel entfernt, die entgegengesetzte Drehung aber, wenn sie zu weit geht, kann die Federkraft dieses Hebels schwächen und folglich schädlich wirken. Für die Erhaltung der Elasticität des genannten Hebels ist es immer gut, wenn die Einstellung des Barometers von oben nach unten, d. h. vom Falle der Fig. 317 aus erfolgt; desshalb soll man zuerst die Trommel im Sinne des Pfeils drehen, bis die Marke 2 über 1 steht (wenn es nicht ohnehin schon der Fall ist), und dann das Zusammenfallen der Indexstriche durch Anziehen der Schraube, d. i. durch Drehen von links nach rechts bewirken. Für einen Transport des Instruments auf einem Wege von bedeutenden Steigungen oder Gefällen, also namentlich auch bei Besteigung eines Bergs ist das Instrument in der Art abzustellen, dass man es umkehrt und die Mikrometerschraube in der Richtung des Pfeils so lange zurückdreht, bis die beiden Hebel mit ihren Marken am obersten (jetzt untersten) Ende (o) des Schlitzes o u und der höchsten Bezifferung der Scala gegenüberliegen. In dieser Lage werden sie durch die vorgeschobene Schliesse n erhalten.

§. 258. **Genauigkeit.** Dass der Goldschmid'sche Federbarometer schwieriger als jeder andere zu behandeln ist, wurde bereits erwähnt. Dazu kommt, dass die Trommel oft um 2 bis 3 Striche verstellt werden kann, ohne das Zusammentreffen der Marken merklich zu ändern, und nicht selten zittert der zweite Hebel so, dass seine Stellung gegen den ersten nur schwer richtig erkannt werden kann. Lassen schon diese Thatsachen schliessen,

dass die Genauigkeit des vorliegenden Instruments keine sehr grosse sein kann, so wird dieses Urtheil noch weiter unterstützt durch die Beobachtung, dass die Temperatur einen grossen, jedoch nicht leicht festzustellenden Einfluss auf die Angaben des Goldschmid'schen Federbarometers ausübt. Jeder Käufer eines solchen Instruments erhält zwar vom Verfertiger ausser der bereits genannten Standtabelle noch eine zweite Tabelle, welche die an jeder Ablesung anzubringenden Wärmecorrectionen enthält, allein man wird selten finden, dass diese Verbesserungen mit denen ganz übereinstimmen, welche man nach eigenen Vergleichungen mit dem Quecksilberbarometer für nothwendig halten würde. So viel scheint indessen richtig zu sein, dass niedrige Temperaturen fast gar keinen Einfluss auf den Stand des Barometers ausüben, während bei höheren (über 10°) dieser Einfluss sehr stark sich geltend macht und nicht bloss der Wärmezunahme proportional ist. Nach einer Temperaturtabelle von Goldschmid zum Aneroïd Nr. 216 ist die (etwas abgerundete) Wärmecorrection von 0 bis 10° C = 0, von 10 bis 20° beträgt sie minus 1 bis 15p, von 20 bis 30° minus 15 bis 41p, von 30 bis 40° minus 41 bis 96p, während Höltschl für die gleichen Temperaturunterschiede beziehlich 0, minus 1 bis 11p, minus 11 bis 32p und minus 32 bis 70p fand. Des Verfassers Beobachtungen ergaben ähnliche Resultate, aber kein bestimmtes Gesetz für die Wärmecorrection; er zieht desshalb und aus den anderen bereits angegebenen Gründen vorerst noch für nivellistische Arbeiten, welche Ingenieure behufs genereller Tracirung von Strassen und Eisenbahnen vorzunehmen haben, das Naudet'sche Federbarometer dem Goldschmid'schen vor, während er glaubt, dass das letztere für touristische Zwecke genügt.

Sechster Abschnitt.

Instrumente zum Geschwindigkeitsmessen.

§. 259. Nach der Bestimmung des §. 2 ist hier nur von denjenigen Instrumenten und Apparaten die Rede, welche zur unmittelbaren Messung der Geschwindigkeiten fliessender Gewässer, worunter wir die Gerinne, Bäche, Flüsse und Ströme begreifen, dienen. Alle kleineren Wasserläufe, wie die der Quellen, Röhrenleitungen u. s. w. sind von unseren Betrachtungen ausgeschlossen, da die an ihnen vorzunehmenden Messungen ganz und gar in das Gebiet der Hydraulik gehören. Hierdurch ist die vorliegende Aufgabe schon ziemlich beschränkt; sie wird es aber noch mehr, wenn wir uns, wie hier, nur mit denjenigen Hilfsmitteln befassen, wodurch die gleichförmigen Geschwindigkeiten in dem freien Strome eines der oben genannten

grösseren Wasserläufe gemessen werden. Es werden demnach an diesem Orte auch alle jene Messungen nicht berücksichtigt, durch welche man die Geschwindigkeit des Wassers beim Abflusse durch Schleusen, Wehre und andere Flussbauwerke erfährt.

In den nachfolgenden Beschreibungen und Erörterungen kommen einige Ausdrücke vor, deren Bedeutung vor Allem erklärt werden muss.

Das Wasser charakterisirt sich bekanntlich wie jeder tropfbarflüssige Körper durch die leichte Verschiebbarkeit seiner Theilchen; es hat fast gar keinen Zusammenhang. Wenn es sich aber bewegt, so reihen sich diese Theilchen so an einander, dass man sogar von einem Wasserfaden spricht. Darunter hat man sich jedoch nichts Anderes vorzustellen als die ununterbrochene Reihe der aufeinanderfolgenden Wassertheilchen. Der Weg nun, den ein solches Wassertheilchen in der Zeiteinheit zurücklegt, heisst die Geschwindigkeit des Wasserfadens. Haben in dem Querschnitte eines Wasserlaufs alle Wasserfäden gleiche Geschwindigkeit, so wird die Geschwindigkeit des Wasserfadens auch die Geschwindigkeit des Wassers in dem ganzen Querschnitte sein, und das Product aus diesem Querschnitte in die Geschwindigkeit wird die Wassermenge darstellen, welche in der Zeiteinheit durch den gedachten Querschnitt fliesst.

Die Wasserfäden, welche einen Bach, Fluss oder Strom bilden, haben, wie die Erfahrung lehrt, zwar unter sich in einem und demselben Querschnitte verschiedene Geschwindigkeiten, aber man darf für practische Zwecke die Geschwindigkeit jedes einzelnen Wasserfadens und auch einer grösseren Anzahl neben einander liegender Fäden so lange als gleichförmig ansehen, als sich der betrachtete Querschnitt an einer regelmässig beschaffenen Stelle des Wasserlaufs und ziemlich entfernt von allen vorspringenden Gegenständen und Bauwerken befindet, welche eine Aufstauung des Wassers bewirken.

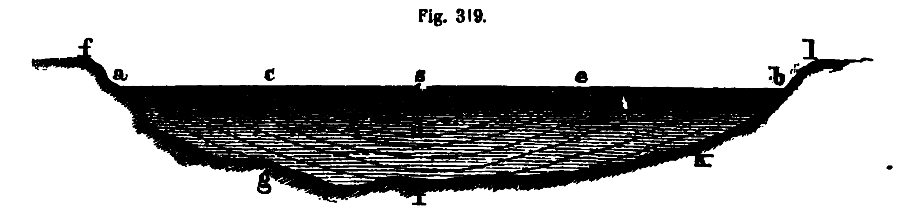
In einem Gerinne oder regelmässigen Flussbette nimmt die Geschwindigkeit der Wasserfäden von der Mitte gegen die Ufer und von der Oberfläche gegen den Boden hin ab; beides in Folge der Widerstände, welche die Wände des Gerinns oder des Flussbetts veranlassen. Der Wasserfaden eines Flusses nun, welcher die grösste Geschwindigkeit besitzt, heisst dessen Stromstrich. Bei Wasserläufen in Gerinnen von symmetrischem Querschnitte und mässigem Gefälle wird dieser Stromstrich nahezu in der Mitte der Wasseroberfläche liegen und den Ufern parallel laufen; in weniger regelmässigen Betten aber wird er von dieser Lage und Richtung abweichen; in starken Flusskrümmungen liegt er sogar oft ganz an dem concaven Ufer.

Von dem Stromstriche ist die Stromrinne zu unterscheiden, worunter man die Verbindungslinie aller auf einander folgenden tiefsten Stellen eines Flussbetts versteht. In regelmässig beschaffenen Flüssen liegen die Stromrinnen und der Stromstrich fast immer lothrecht über einander; in unregelmässigen aber nur selten. Denkt man sich einen Fluss durch eine vertical-

stehende Cylinderfläche geschnitten, deren Leitlinie die Stromrinne ist, so gibt dieser Schnitt das Längenprofil des Flusses. Dieses Profil stellt zwei Linien dar, wovon die eine der Sohle des Flussbetts und die andere der Oberfläche des Wassers angehört. Die letztere bestimmt das Gefäll des Flusses, d. h. die Neigung des Wasserspiegels gegen den Horizont. Drückt man das Gefäll durch die Tangente des Neigungswinkels aus, so heisst dieser Ausdruck das relative Gefäll des Flusses; gibt man es aber durch die Höhe an, auf welche sich der Wasserspiegel in einer bestimmten Entfernung senkt, so ist diese Höhe das absolute Gefäll des Flusses für diese Entfernung. Hat z. B. ein Fluss auf 1000 Meter Länge 8 Decimeter Gefäll, so ist $0^m,8$ sein absolutes Gefäll für 1000^m und 0,0008 sein relatives Gefäll. Es versteht sich von selbst, dass man aus dem relativen Gefälle sofort das absolute für jede beliebige Entfernung und in jedem beliebigen Masse findet.

Die geometrische Gestaltung eines Flusses wird erst durch seine Querprofile zur Anschauung gebracht, d. i. durch die Schnitte verticaler, zur Stromrichtung senkrecht stehender Ebenen mit der Wasseroberfläche und der Wandung des Flussbetts. Denkt man sich in einem solchen Profile von einem beliebigen Punkte der Wasserlinie ein Loth bis zur Terrainlinie gezogen, so ist erfahrungsgemäss in jedem tiefer gelegenen Punkte dieses Loths die Geschwindigkeit des Wassers etwas geringer als in den höheren Punkten; die Abnahme der Geschwindigkeit nach dieser Richtung ist aber nicht so bedeutend als in den beiden von dem Stromstriche ausgehenden und nach den Ufern hinlaufenden Richtungen. Denkt man sich ferner in jedem Punkte eines Querprofils die Geschwindigkeit des daselbst durchgehenden Wasserfadens bestimmt und sucht man in einem solchen Profile alle jene Punkte auf, deren Wasserfäden gleiche Geschwindigkeit haben, so stellen die Verbindungslinien dieser Punkte Curven dar, welche sich (wie die Linien a i b, c d e u. s. w. in Fig. 319 um den Schnittpunkt des Strom-

Fig. 319.

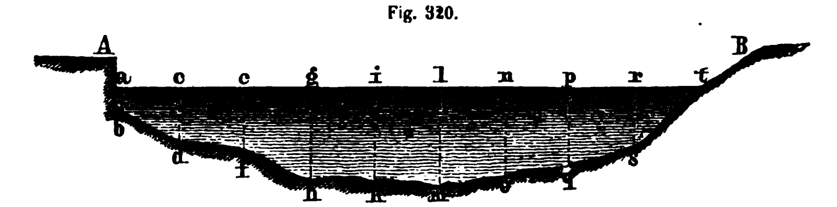


strichs (s) ähnlich herumziehen, wie die Jahrringe eines Holzquerschnitts um den Mittelpunkt desselben.

Wegen der Veränderlichkeit der Geschwindigkeit in den einzelnen Wasserfäden eines Querschnitts ist die in der Zeiteinheit abfliessende Wassermenge sehr schwer genau zu bestimmen. In der Praxis begnügt man sich aber mit einem Näherungswerthe, der sich dadurch ergibt, dass man, wie in Fig. 320, mittels lothrechter Linien a b, c d, e f... das ganze Querprofil

in trapezförmige Theile abcd, cdef u. s. w. zerlegt, in der Mitte (1, 2, 3 ....) jedes dieser Theile die Geschwindigkeit misst und letztere mit der zugehörigen Trapezfläche multiplicirt. Auf diese Weise erhält man die durch die

Fig. 320.



einzelnen Abtheilungen des Querprofils fliessenden Wassermengen; werden dieselben addirt, so hat man die Gesammtwassermenge, welche in der Zeiteinheit durch das ganze Profil abfliesst. Wenn alle Messungen mit der nöthigen Vorsicht und Umsicht geschehen, und wenn namentlich zur Geschwindigkeitsmessung der in §. 268 beschriebene und gehörig rectificirte Woltman'sche Flügel angewendet wird, so lässt sich die Wassermenge eines Flusses bis auf den hundertsten Theil richtig bestimmen.

Zur Messung der Geschwindigkeit des fliessenden Wassers gibt es eine sehr grosse Anzahl von Werkzeugen; wir werden aber nur diejenigen betrachten, welche sich entweder durch ihre Einfachheit oder durch ihre Leistungen vor den übrigen empfehlen. Zu ersteren rechnen wir die Schwimmkugel, den Stromquadranten und die Pitot'sche Röhre, zu letzteren den Woltman'schen oder hydrometrischen Flügel.

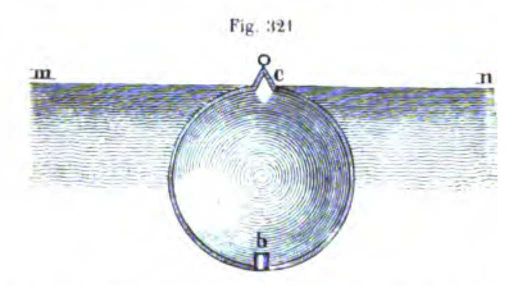
Die Schwimmkugel.

§. 260. Die Benützung eines schwimmenden Körpers zum Messen der Geschwindigkeit des Wassers in Flussbetten und Canälen stützt sich auf die Voraussetzung, dass sich der schwimmende Gegenstand mit derselben Geschwindigkeit wie das Wasser bewege. Diese Voraussetzung ist aber der Erfahrung zur Folge nur dann richtig, wenn auf den Schwimmer keine anderen Kräfte einwirken als diejenigen, welche von ihm und dem bewegten Wasser ausgehen. Darum muss, wenn mit einer schwimmenden Kugel die Geschwindigkeit des Wassers in der Bahn, welche sie durchläuft, annähernd richtig gemessen werden soll, nicht nur die eigene Bewegung, welche sie beim Einlegen in den Fluss erhält, an der Stelle, wo die Messung beginnt, schon wieder null geworden sein; sondern auch jeder Luftzug oder Wind, welcher die Bewegung der Kugel verzögern oder beschleunigen könnte, vermieden werden. Diese Forderung lässt sich strenge nur dadurch erfüllen, dass man bei merklichem Winde gar nicht misst, annähernd aber dadurch, dass man der Schwimmkugel ein Gewicht ertheilt, welches sie gerade bis auf ihren Durchmesser in das Wasser einsinken lässt. Der Luftzug, welcher nun nicht mehr unmittelbar auf die Kugel wirken kann, kommt alsdann nur noch insofern in Betracht, als er auf die obere Wasserschichte einwirkt.

Der ersten Forderung wird Genüge geleistet, wenn man die Schwimmkugel etwa 10 Meter oberhalb der Strecke, in welcher man ihren Lauf beobachtet, einlegt: indem sie diesen Weg durchläuft, hat sie Zeit genug die Geschwindigkeit des Wassers anzunehmen.

Man macht die Schwimmkugeln aus Holz oder Blech; im letzteren Falle am liebsten aus Messing-, manchmal auch aus Kupfer- oder verzinntem Eisenblech. Ihre Durchmesser wechseln zwischen 1 und 3 Decimeter. Sind die hölzernen Kugeln so leicht, dass sie nicht ganz in das Wasser einsinken, so beschwert man sie auf einer beliebigen Stelle mit eisernen Kloben, die man einschlägt, oder mit Blei, das in eine nach innen sich erweiternde Höhlung gegossen wird. Die Blechkugeln werden durch Sand, Schrot oder Wasser, die sich durch eine mit Kork zu verschliessende Oeffnung (b) einfüllen lassen, so schwer gemacht, dass sie tief genug einsinken. Gegenüber dieser Oeffnung oder der Beschwerung kann man nach Fig. 321, welche den Durchschnitt einer Schwimmkugel vorstellt, einen kleinen Blechkegel (c) aufsetzen, der über das Wasser vorragt und dazu dient, die Kugel in ihrem Laufe besser beobachten zu können. Eine reingehaltene Blechkugel oder roth angestrichene Holzkugel ist indessen auch ohne diesen Kegel gut sichtbar. An der Spitze des Kegels, oder in Ermangelung dessen, an der Kugel selbst bringt man gewöhnlich einen kleinen Ring an, um diese bequemer tragen zu können. Manche benützen diesen Ring zum Anbinden einer Schnur, womit man der Bewegung der Kugel folgt und sie am Ende ihrer Bahn an's Ufer zieht, um sie aus dem Wasser zu nehmen. Eine solche Schnur bietet aber oft Anlass zu Störungen, wesshalb es besser ist, sie wegzulassen und bei Geschwindigkeitsmessungen dafür zu sorgen, dass man die Kugel ausserhalb des Messungsbezirks auf eine andere als die eben angegebene Weise wieder auffangen kann.

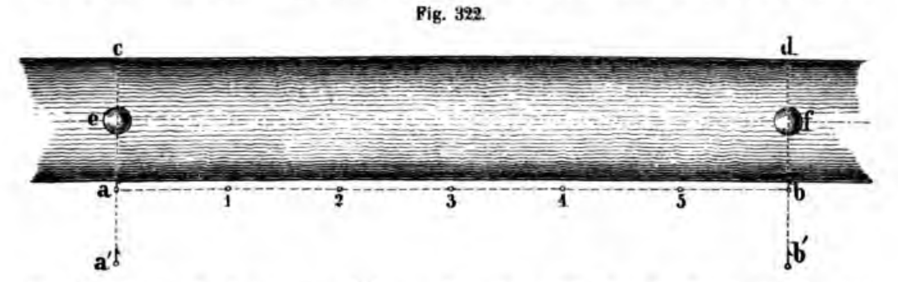
Fig. 321



Der Gebrauch der Schwimmkugel ist sehr einfach. Man steckt an einem Ufer des Flusses, dessen Geschwindigkeit gemessen werden soll, nach dem Augenmasse eine dem Stromstriche parallele Linie von 50 bis 100 Schritten so ab, dass je zwei Stäbe (a, a' und b, b' Fig. 322 in einer zum Stromstriche senkrechten Ebene, d. h. in einem Querprofile stehen. Zwischen diesen Querprofilen (a c, b d) am oberen und unteren Ende der abgesteckten Linie (a b) geht die Geschwindigkeitsmessung vor sich. Es wird zu dem Ende die Kugel etwa 10 Meter oberhalb des ersten Querprofils in die Mitte des Flusses gelegt und von a' aus auf einer Secundenuhr der Zeitpunkt beobachtet, in welchem sie durch dieses Profil schwimmt. Hierauf begibt man sich etwas schneller als die Kugel schwimmt nach b' und

bemerkt hier die Zeit, um welche sie das zweite Profil erreicht. Der Quotient aus dem Zeitunterschied in den durch a b gegebenen Weg (e f) der Kugel ist offenbar die Geschwindigkeit des Wassers in der Bahn, welche

Fig. 322.



die Kugel durchschwamm. War z. B. a b = 96m,2, die Zeit, welche die Kugel brauchte, um von e nach f zu gelangen, z' — z = 41 Secunden, so ist die Geschwindigkeit des Stromstrichs = 96,2 : 41 = 2m,346 in der Secunde.

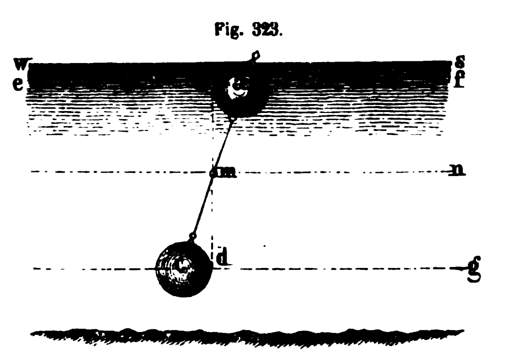
Will man die Geschwindigkeit an der Oberfläche des Flusses nicht in der Mitte desselben, sondern näher an einem der Ufer finden, so muss man die Kugel in der gegebenen Entfernung vom Ufer und wieder 10 Meter oberhalb des ersten Querprofils in den Fluss legen und schwimmen lassen, übrigens wie vorhin verfahren. Ist das Flussbett regelmässig beschaffen und die Geschwindigkeit des Wassers nicht sehr gross, so wird die Kugel in der Regel in der anfänglichen Entfernung vom Ufer sich fortbewegen und die Geschwindigkeit der daselbst befindlichen Wasserfäden angeben; im Gegenfalle geräth sie leicht in die Mitte des Flusses oder dahin, wo die grösste Geschwindigkeit stattfindet, nämlich in den Stromstrich.

Soll durch die Schwimmkugel untersucht werden, ob sich die Geschwindigkeit des Stromstrichs innerhalb einer gewissen Strecke nicht ändert, so braucht man nur in dieser Strecke etwa von 15 zu 15 Meter (nach Fig. 322 in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5) die Zeiten zu beobachten, in welchen die Kugel die zugehörigen Querprofile durchschwimmt, und zuzusehen, ob die Zeitunterschiede sich wie die Längenunterschiede verhalten oder nicht: in dem einen Falle hat sich die Geschwindigkeit des Stromstrichs nicht geändert, in dem anderen ist sie grösser oder kleiner geworden, je nachdem für gleiche Strecken die Zeitunterschiede ab- oder zugenommen haben.

Hat man zur Bestimmung der Wassermenge eines Flusses keinen anderen Geschwindigkeitsmesser als eine Schwimmkugel, so kann man in den einzelnen mit den Ufern parallelen Abtheilungen des Wasserlaufs die mittleren Geschwindigkeiten aus dem schon angegebenen Grunde durch unmittbare Messungen nicht wohl bestimmen, wenn man auch nach Fig. 323 zwei oder mehrere Kugeln (a, c) an einanderhängt und gemeinsam schwimmen lässt; man thut daher in diesem Falle gut, sich an die durch die

Erfahrung gut geheissene Regel zu halten, nach welcher in regelmässig beschaffenen Gerinnen die mittlere Geschwindigkeit v' um 15 bis 20 Procent geringer angenommen werden darf als die grösste Geschwindigkeit v des Stromstrichs, wonach also v' = 0,85 v bis 0,80 v und die Wassermenge gleich dem Product aus der mittleren Geschwindigkeit (v') und dem Wasserquerschnitte (q) ist.

Fig. 323.



Der Coefficient, womit die Geschwindigkeit v im Stromstriche zu multipliciren ist, um die mittlere v' zu erhalten, ändert sich mit der Grösse des Wasserquerschnitts, dem Gefälle des Wasserspiegels, der Beschaffenheit des Flussbetts u. s. w. und muss, wenn man öfter von ihm Gebrauch machen will, für jeden Fluss oder Bach besonders bestimmt werden, was mit Hilfe des Woltman'schen Flügels geschehen kann.

Der Stromquadrant.

§. 261. Befestigt man an einem Faden eine Kugel, welche specifisch schwerer ist als Wasser, und hält dieselbe in einen Fluss, so wird der Faden in einer dem Stromstriche parallelen Verticalebene um einen gewissen Winkel von der lothrechten Richtung abweichen, weil die Kugel in Folge des Wasserstosses fortzuschwimmen, wegen ihres Gewichts aber zu sinken sucht. Dieser Winkel wächst unter übrigens gleichen Umständen in bestimmter Weise mit der Geschwindigkeit des stossenden Wassers; kann man ihn daher messen, so ist hierdurch ein Mittel geboten, die Geschwindigkeit eines Flusses zu bestimmen. Die Vorrichtung zum Messen des genannten Winkels hat folgende Bedingungen zu erfüllen:

1) muss sie sich an einer unverrückbaren Stelle (auf einem Stege oder Kahne) festmachen lassen;

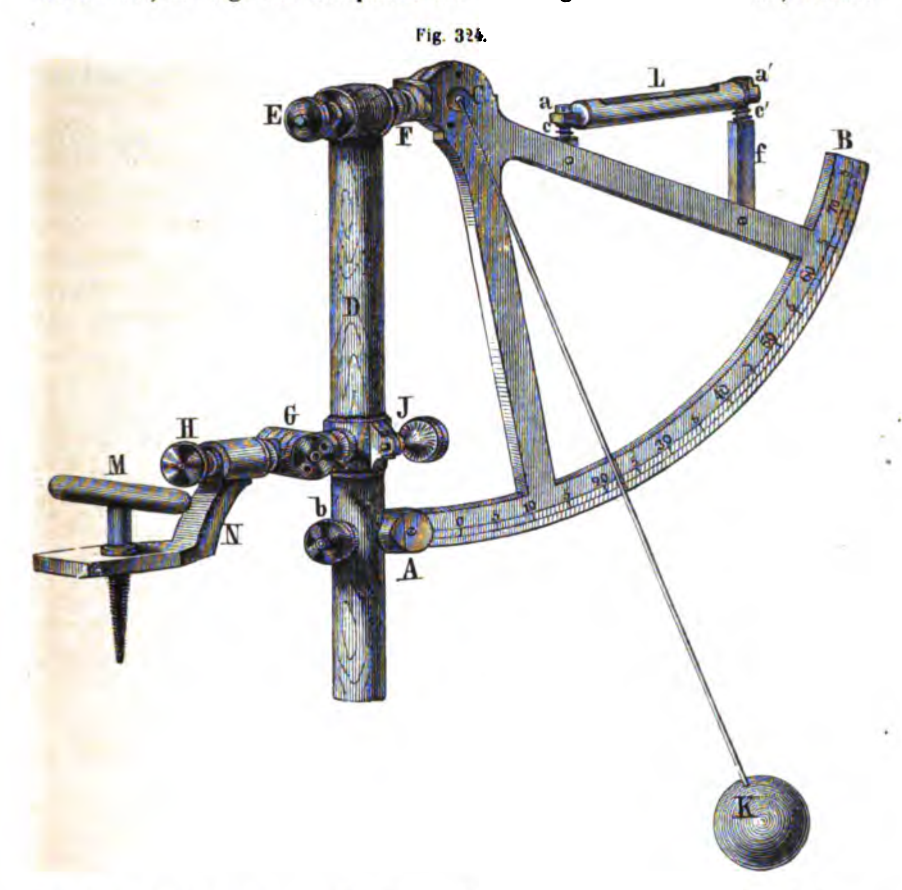
2) muss sie einen Gradbogen besitzen, der in die Verticalebene der Wasserfäden gestellt werden kann; und

3) muss dieser Bogen vertical so gedreht werden können, dass der Nullpunkt der Theilung in das Loth kommt, welches durch seinen Mittelpunkt geht.

Alle diese Bedingungen erfüllt der in Fig. 324 dargestellte Stromquadrant, den wir vor längerer Zeit für die hiesige polytechnische Schule anfertigen liessen. Der Gradbogen (A B), welcher aus Messung besteht und 20^{cm} Halbmesser hat, lässt sich an einem hölzernen Schafte (D), der mit einer Schraube (M) auf einem Brette befestigt werden kann, in horizontalem Sinne drehen, wenn die Druckschraube J geöffnet ist; und er kann

im verticalen Sinne sowohl grob als fein bewegt werden. Die grobe Verticaldrehung geschieht nämlich um das Zirkelgewinde G, und die feine um die Axe bei A mit Hilfe der Stellschraube E und der ihr entgegenwirkenden Stahlfeder F. Durch diese beiden Drehungen kann die mit dem Gradbogen fest verbundene sehr unempfindliche Röhrenlibelle (L) zum Einspielen gebracht werden; spielt aber bei berichtigtem Instrumente die Luftblase dieser Libelle ein, so liegt der Nullpunkt der Theilung in der Verticalen, welche

Fig. 324.



durch den Mittelpunkt des Gradbogens geht. Die Kugel (K) war Anfangs aus Elfenbein hergestellt; da aber vielfache Versuche zeigten, dass dieses Material für den hier beabsichtigten Zweck ein zu geringes specifisches Gewicht hat, so wurde eine hohle aus zwei Theilen zusammengeschraubte Kugel aus Messing nach und nach so weit ausgedreht, bis sich ein günstiges Verhältniss zwischen ihrem Gewichte und Umfange herausstellte. Der äussere Durchmesser der Kugel beträgt sehr nahe 87,5 Millimeter und ihr Gewicht in der Luft 477 Gramm, im Wasser 290 Gramm. Sie hat so-

mit ein specifisches Gewicht von 2,55. Der Faden, womit die Kugel an dem Gradbogen befestigt wird, bestand an unserem Instrumente früher aus einer dünnen Darmsaite, gegenwärtig aber ist er ein Florettfaden. Wir ziehen diesen Faden der Saite desshalb vor, weil sich diese durch die Bewegung längs des Gradbogens in sehr kurzer Zeit auftrennt und dadurch das Ablesen des Neigungswinkels sehr erschwert.

§. 262. **Theorie des Stromquadranten.** Wir denken uns jetzt den eben beschriebenen Quadranten so über ein regelmässig fliessendes Wasser gestellt, dass

1) seine Ebene mit der Richtung des Stromstrichs parallel und lothrecht ist; dass

2) der Halbmesser, welcher durch den Nullpunkt der Theilung geht, vertical steht; und dass sich

3) die Kugel bei der stärksten Anspannung des Fadens noch ganz unter Wasser befindet.

Die erste dieser drei Forderungen ist erfüllt, wenn der angespannte Faden genau an der Ebene des Gradbogens liegt; die zweite, wenn die vorher berichtigte Libelle einspielt; und die dritte, wenn die Kugel sich nicht bis an die Oberfläche des Wassers erhebt. Diese dritte Forderung ist desshalb nöthig, weil man in dem Falle, wo die Kugel sich bis an die Oberfläche des Wassers erhebt, nicht sicher sein kann, ob sie nicht noch höher steigen und folglich den Winkel α vergrössern würde, wenn der Wasserstand höher wäre. Sollte der Fall eintreten, dass die Kugel an den Wasserspiegel gelangt, so muss der Faden verlängert werden, was durch das

Fig. 325.

Zäpfchen, womit er im Mittelpunkte des Gradbogens festgehalten wird, leicht geschehen kann.

Nach diesen Voraussetzungen führen wir folgende Bezeichnungen ein. Es sei mit Bezug auf die Fig. 325:

α der Verticalwinkel, welchen der Faden c f mit dem lothrechten Halbmesser c o bildet;

p das Gewicht der Kugel im Wasser, welches bekanntlich kleiner ist als in der Luft;
s die Grösse des Wasserstosses auf die Kugel bei der Ablenkung α;
s_1 der Stoss bei der Ablenkung α_1;
v die Geschwindigkeit des Wassers, welche der Ablenkung α und
v_1 die Geschwindigkeit, welche dem Winkel α_1 entspricht.

Die Richtung (c f) des Fadens wird offenbar durch die Kräfte p und s bestimmt, von denen die eine lothrecht und die andere wagrecht wirkt. Setzt man aus beiden das Parallelogramm a b d e zusammen, so ist $s = p \operatorname{tg} \alpha$, $s_1 = p \operatorname{tg} \alpha_1$ und daher

$$s : s_1 = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Aus der Hydraulik ist bekannt, dass sich unter übrigens gleichen Umständen die Stosswirkungen fliessender Gewässer wie die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten verhalten; es wird demnach in dem vorliegenden Falle auch

$$s : s_1 = v^2 : v_1{}^2$$

folglich mit Rücksicht auf die vorhergehende Gleichung, und wenn man das Verhältniss von $v_1 : \sqrt{\operatorname{tg} \alpha_1} = k$ setzt, die gesuchte Geschwindigkeit

$$v = k \sqrt{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Dieser Ausdruck, auf den sich der Gebrauch des Stromquadranten zu Geschwindigkeitsmessungen stützt, setzt eine zuverlässige Bestimmung der constanten Grösse k voraus. Wie dieselbe zu finden ist, lehrt der folgende Paragraph.

§. 263. **Bestimmung der Constanten k.** Um k zu erhalten braucht man nur an geeigneten Flussstrecken die Geschwindigkeiten (v_1, v_2, v_3 ....) des Wassers nahe unter dessen Oberfläche entweder mit der Schwimmkugel oder mit dem Woltman'schen Flügel sorgfältig zu messen und hierauf mit dem Stromquadranten, dessen Constante bestimmt werden soll, an denselben Stellen die jenen Geschwindigkeiten entsprechenden Abweichungswinkel (α_1 α_2, α_3 ...) zu beobachten. Aus je zwei zusammengehörigen Werthen von v und α kann man nach der vorstehenden Gleichung k berechnen; es werden aber die Werthe, welche man dafür erhält, nicht genau einander gleich sein, weil die beobachteten Werthe von v und α nicht ganz fehlerfrei gefunden werden können. Darum muss man aus den verschiedenen Werthen von k das arithmetische Mittel nehmen, um die Constante des Instruments annähernd richtig zu erhalten. Wir haben mit unserem Stromquadranten die in der nachstehenden Tabelle enthaltenen Werthe von α und mit dem Woltman'schen Flügel die zugehörigen Werthe von v gefunden. [1]

[1] Die Werthe von α_1, α_2, α_3, α_4, welche in der nachstehenden Tabelle enthalten sind, wurden nicht aus je einer Beobachtung, sondern dadurch gefunden, dass man 20 Stellungen des Fadens nach einander ablas und aus diesen Ablesungen das Mittel nahm. Die einzelnen Ablesungen zeigten Schwankungen von 1—2 Graden, eine Folge von ungleichmässigen Bewegungen des Wassers.

Versuch Nr.	Stelle Nr. I.		Stelle Nr. II.		Stelle Nr. III.		Stelle Nr. IV.	
	v_1	α_1	v_2	α_2	v_3	α_3	v_4	α_4
1	1',472	4° 10'	2',052	8° 10'	2',853	14° 28'	3',920	25° 20'
2	1,480	4° 6'	2,104	8° 22'	2,807	14° 23'	3,895	25° 5'
3	1,502	4° 12'	2,033	8° 13'	2,886	14° 10'	3,915	25° 8'
Mittel	1',485	4° 9'	2',063	8° 15'	2',819	14° 20'	3',910	25° 11'
Constante	$k_1 = 5',502$		$k_2 = 5',418$		$k_3 = 5',634$		$k_4 = 5',704$	

Mittelwerth der Constanten für unser Instrument:

$$k = \frac{1}{4}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) = 5',564 \text{ bayer.} = 1^m,624.$$

Ueber diesen Coefficienten ist noch zu bemerken, dass er nach unseren Versuchen nur für die hier angegebene Geschwindigkeitsgrenze gilt, da für grössere Geschwindigkeiten als 1 Meter in der Secunde die Angaben für den Ablenkungswinkel zu sehr schwanken, als dass sich daraus ein zuverlässiger Schluss über die Geschwindigkeit des Wassers ziehen liesse. Ueberhaupt lehren unsere Beobachtungen wiederholt, dass der Stromquadrant zu genauen Messungen sich nicht eignet, und es ist dieses begreiflich, wenn man bedenkt, dass erstens die Strömung des Wassers in einem Gerinne auch da, wo man sie dem äusseren Anscheine nach für gleichförmig erklärt, in dem mathematischen Sinne es doch nicht ist, und dass zweitens die Kugel des Quadranten jede auch noch so geringe Störung des Wasserlaufs durch eine Bewegung des Fadens nach der Länge oder zur Seite der Instrumentenebene anzeigt. Da sich nun die Angabe des Quadranten immer nur auf den Augenblick bezieht, in welchem man die Lage des Fadens beobachtet, so kann gerade in diesem Momente die Geschwindigkeit und folglich auch der Ablenkungswinkel sehr merkbar grösser oder kleiner sein als die mittlere Geschwindigkeit und der ihr zugehörige Winkel. Darum sind nach unserer Meinung diejenigen Geschwindigkeitsmesser die besten, welche die in einer längeren Zeit vom Wasser ausgeübten Stösse in sich aufnehmen und ihre mittlere Wirkung angeben, wie dieses z. B. bei dem Woltman'schen Flügel der Fall ist, der ohne Zweifel das vorzüglichste Instrument seiner Art ist.

Zu dem hier berührten Uebelstande des Stromquadranten kommt noch ein anderer, nämlich der, dass man ihn nur zu Messungen gebrauchen darf, bei welchen die Kugel, während sie dem Stosse des Wassers ausgesetzt ist, nicht tief unter der Oberfläche des letzteren schwebt, damit durch den Stoss auf den Faden keine Biegung desselben eintritt, wodurch die Angabe des Ablenkungswinkels noch weit unsicherer würde als in dem ersten Falle. Man hat zwar versucht, die in Rede stehende Biegung des Fadens in Rechnung zu bringen[1]; allein es steht der Aufwand von Mühe, welchen diese

[1] Man sehe Gerstner's Handbuch der Mechanik, Prag 1832, Bd. 2, S. 307, §. 229 u. ff.

Rechnung erfordert, durchaus in keinem Verhältniss zu dem dadurch erzielten Erfolge.

Wenn wir nun gleichwohl dem Stromquadranten hier eine Stelle angewiesen haben, so geschah es in der Erwägung seiner Einfachheit und des Umstands, dass er besser als die Schwimmkugel das Messen der Geschwindigkeit an verschiedenen Stellen eines Querprofils gestattet.

Zur Erleichterung der Berechnung der Geschwindigkeiten aus den beobachteten Ablenkungswinkeln fügen wir am Schlusse dieses Buchs eine Tabelle (Nr. XVII) bei, welche sowohl $\sqrt{\operatorname{tg} \alpha}$ als auch log $\sqrt{\operatorname{tg} \alpha}$ für fast alle vorkommenden Werthe von α liefert, und mit der man folglich, sobald k bestimmt ist, die Geschwindigkeit v durch eine einfache Multiplication finden kann.

§. 264. **Prüfung und Berichtigung.** Der Gebrauch des berichtigten Stromquadranten ergibt sich aus dem Vorhergehenden von selbst; es ist daher hier nur noch Einiges über seine Prüfung und Berichtigung beizufügen. Die Prüfung hat sich über folgende Fragen zu erstrecken:

1) ob der Gradbogen die nöthigen verticalen und horizontalen Drehungen gestattet;
2) ob der Nullpunkt der Theilung in dem durch den Kreismittelpunkt gehenden Lothe liegt, wenn die Libelle einspielt; und
3) ob die Kugel ein passendes specifisches Gewicht und ihr Faden eine hinreichende Länge hat.

Zu 1. Da wegen des Schwankens der Kugel der Gradbogen nicht fein getheilt zu sein braucht, so genügt auch eine einfache Untersuchung der Theilung mittels des Zirkels; und was die Drehungen betrifft, welche das Instrument zulassen muss, so sind dieselben in §. 261 aufgezählt und leicht zu beurtheilen. Sollte das Zirkelgewind (G), um welches die grobe Verticalbewegung stattfindet, nicht genug Reibung besitzen, um dem Gewichte des Gradbogens das Gleichgewicht zu halten, so darf man nur mit dem Schlüssel, der dazu gehört, die rechtseitige Gewindscheibe stärker anziehen.

Zu 2. Um die Libellenaxe gegen den Halbmesser, der durch den Nullpunkt des Gradbogens geht, senkrecht zu stellen, befestige man den Stromquadranten auf einem erhöhten Brette, stelle die Ebene des Gradbogens vertical und drehe denselben mit der Schraube E so, dass der Faden, woran die Kugel frei in der Luft hängt, den Nullpunkt der Theilung berührt. Ist hiermit der Halbmesser o c lothrecht gestellt und hat man die Libelle, wenn es nicht ohnehin schon der Fall war, durch ihre Stellschräubchen a, a' zum Einspielen gebracht, so ist die zweite Untersuchung vollzogen.

Zu 3. Es lässt sich nach unseren Erfahrungen behaupten, dass es gut sei, wenn man sich zu einem Stromquadranten mehrere Kugeln von verschiedenem specifischem Gewichte machen lässt und davon die leichteren bei geringeren und die schwereren bei grösseren Geschwindigkeiten ver-

wendet: es wird dann der Ablenkungswinkel α weder bei kleinen Geschwindigkeiten sehr klein, noch bei bedeutenden Geschwindigkeiten sehr gross. Wie viel aber das specifische Gewicht der Kugeln in den einzelnen Fällen betragen soll, ist noch nicht ermittelt; wir glauben jedoch, dass es nur bei Geschwindigkeiten bis zu $0^m,75$ in der Secunde dem des Elfenbeins (1,825) gleich sein dürfe, für Geschwindigkeiten zwischen 0,75 und $1^m,5$ aber mindestens 2 und für noch grössere Geschwindigkeiten ungefähr 3 betragen sollte. Um das specifische Gewicht der Kugel zu finden, braucht man dieselbe bekanntlich nur in der Luft und unter Wasser zu wiegen und mit dem hieraus folgenden Gewichtsunterschied in das Gewicht zu dividiren, welches die Kugel in der Luft hat.

Ob der Faden des Quadranten lang genug ist, erfährt man an derjenigen Stelle eines Flusses, wo die grösste Geschwindigkeit stattfindet, indem man das Instrument daselbst aufstellt und zusieht, ob die vom Wasser gestossene Kugel an die Oberfläche tritt oder noch unter ihr bleibt.

Die Pitot'sche Röhre.

§. 265. So wie der Stromquadrant gibt auch die Pitot'sche Röhre die Geschwindigkeit eines fliessenden Wassers unabhängig von Zeitbestimmungen. Sie bestand ursprünglich bloss aus einer einfachen offenen Glasröhre, welche unten rechtwinklig umgebogen und mit einem kleinen blechernen Trichter versehen war, den man gegen den Strom hielt, während das Rohr lothrecht stand. In Folge des vom Wasser in der Richtung der Trichteraxe ausgeübten Stosses erhebt sich das in die Röhre eingedrungene Wasser über den Spiegel des an ihr vorbeifliessenden, und diese Erhebung steht erfahrungsgemäss mit der Geschwindigkeit des stossenden Wassers in einem bestimmten mathematischen Zusammenhange; es ist nämlich, wenn h die theoretische Geschwindigkeitshöhe und h' die beobachtete Erhebung des Wasserspiegels in der ersten Röhre über den der zweiten, v die Geschwindigkeit des Wassers, g die Beschleunigung der Schwere und m einen von der Beschaffenheit der Röhre abhängigen Coefficienten und k das Product $m\sqrt{2g}$ bezeichnet,

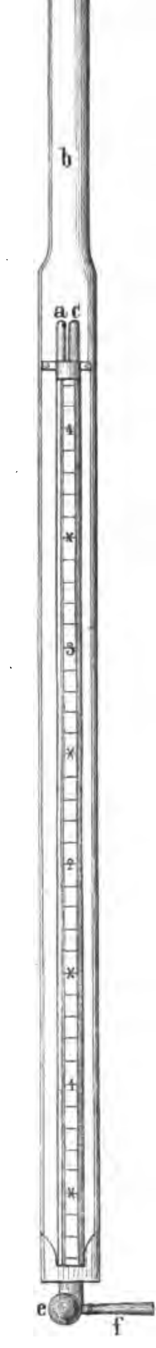
$$v = \sqrt{2gh} = m\sqrt{2gh'} = k\sqrt{h'}. \qquad (185)$$

Hat man in einem Canale von bekannter Geschwindigkeit (v) die dieser Geschwindigkeit entsprechende Erhebung (h') mehrmals genau beobachtet, so erhält man hiernach den Werth von k, und ist dieser bestimmt, so lässt sich leicht eine Tafel berechnen, welche die Geschwindigkeit v für irgend eine Erhebung h' enthält; die Messung erfordert somit nur eine richtige Beobachtung von h' und ein Nachsehen in der Tabelle. Aber die Bestimmung von h' ist bei einer einfachen Röhre sehr mühsam und ungenau. Darum wendet man zwei Röhren neben einander an, wovon eine die durch den Stoss gehobene Wassersäule enthält, und die andere den dem hydrostatischen Drucke entsprechenden äusseren Wasserspiegel anzeigt. Dieser

Röhrenverbindung hat Reichenbach jene bequemere und zweckmässigere Einrichtung gegeben, welche unter dem Namen Reichenbach'scher Strommesser ziemlich verbreitet ist und hier mit Beibehaltung der früheren Bezeichnung des Instruments beschrieben wird.

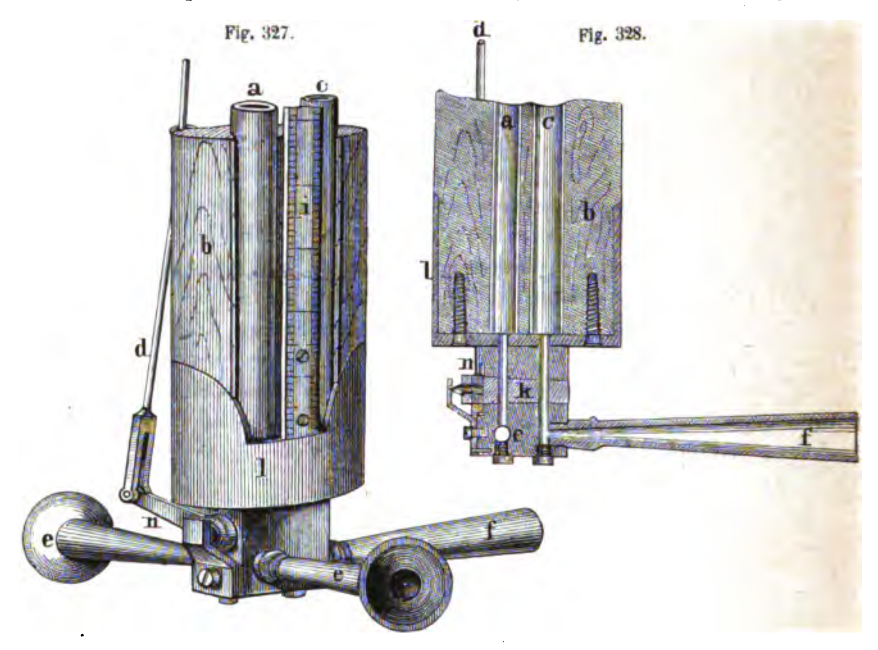
Die allgemeine Anordnung der durch Reichenbach verbesserten Pitot'schen Röhre ergibt sich aus Fig. 326, welche eine Seitenansicht im Massstabe von $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse ist. Die beiden Glasröhren (a, c) befinden sich in einem hölzernen Schafte (b), dessen Querschnitt einer biconvexen Linse gleich ist. Zwischen den Röhren ist auf dem Schafte ein messingner Massstab (i) befestigt. Die Röhre a, welche bloss den äusseren Wasserstand anzuzeigen hat, steht mit zwei kleinen Mundstücken (e, e), und die Röhre c, auf welche der Wasserstoss wirkt, mit einem kegelförmigen Ansatzrohre (f) in Verbindung. Die Verbindungscanäle zwischen den Röhren und ihren Mundstücken werden durch einen den Röhren gegenüberliegenden und auf einen Hahn wirkenden Draht (d) geöffnet und geschlossen, indem man diesen Draht auf- oder abwärts schiebt.

Fig. 326.



Die besondere Einrichtung der wesentlichsten Theile ist in den Fig. 327 und 328, S. 450, welche im Massstabe von $^1/_3$ gezeichnet sind und wovon die eine den unteren Theil des Instruments perspectivisch, die andere durchschnitten darstellt, zur Anschauung gebracht. Die Röhren (a, c) sind im Innern 4 Linien weit und haben eine Länge von 4 bis 5 Fuss. Wenn auch bei dieser Weite die Capillarität noch einen Einfluss auf die Höhen der Wassersäulen hat, so verschwindet derselbe doch für den Unterschied dieser Höhen, wenn nur die Röhren gleichweit sind. Dass letztere oben offen sind, damit auf beide Wassersäulen der gleiche Luftdruck stattfindet, versteht sich von selbst. Nach unten setzen zwei cylindrische Bohrlöcher in dem Fussstücke l die Röhre a bis zu den Mundstücken e, e und die Röhre c bis zu dem Trichter f fort. Beide Bohrungen werden von einem Hahne (k) durchdrungen, der ein massiver Kegel mit zwei Löchern ist, welche sich durch den Draht d bald in die Richtung der Röhren, bald senkrecht darauf stellen lassen. Wenn man nämlich mit dem Draht den Hebel n abwärts gedrückt hat, so stehen die Röhren mit dem Wasser in Verbindung, und wenn der Draht heraufgezogen ist, so sind die Röhren vom äusseren Wasser abgeschlossen. Hatte man nun bei einer Messung erst den Hahn geöffnet, dann das Instrument so in das Wasser gehalten, dass die Röhren lothrecht standen und der

Trichter den Wasserfäden parallel war, hierauf aber den Hahn geschlossen und das Werkzeug aus dem Wasser gehoben, so wird der Massstab i, welcher von Messing und bis auf Linien getheilt ist, die Höhen der Wassersäulen und folglich auch ihren Unterschied, welcher die Erhebung h' ist,



anzeigen. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass man den Nullpunkt dieses Massstabs überall hinlegen kann; es ist aber gut, ihn in die Ebene zu legen, welche durch die Axe des Trichters f geht und auf den Röhrenaxen senkrecht steht, weil dann die Ablesung an der Röhre a sofort die Tiefe angibt, in welcher die Geschwindigkeits-Messung stattfand.

§. 266. Bei dem Gebrauche der verbesserten Pitot'schen Röhre sind folgende Regeln zu beachten. Das Instrument wird mit den beiden Händen so gehalten, dass die Röhren lothrecht stehen und die Axe des Stromtrichters in die Richtung der ankommenden Wasserfäden fällt. Das letztere ist nahezu der Fall, wenn diese Fäden zu beiden Seiten des Schaftes gleichmässig und ohne Wallung abgleiten.[1] Findet diese Gleichmässigkeit nicht statt, so dreht man den Schaft so lange zur Seite, bis sie hergestellt ist. Beim Hinabsenken ist der Hahn offen. Hat man das Instrument wenigstens eine Minute lang in der bezeichneten Stellung ganz ruhig gehalten, so schliesst man mit der linken Hand, die sich neben dem Stelldraht befindet, durch Aufziehen dieses Drahts rasch den Hahn. Hierbei darf die lothrechte Stellung der Röhren und die Tiefe der Einsenkung nicht im mindesten ver-

[1] In dem folgenden Paragraphen haben wir ein Mittel angegeben, wodurch sich diese Richtung einfacher und sicherer bestimmen lässt.

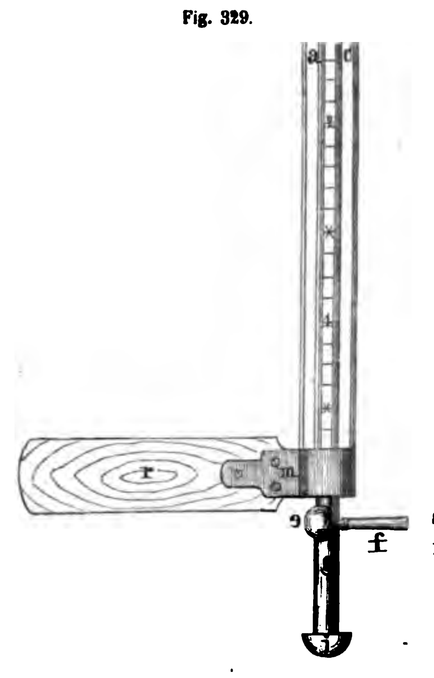
ändert werden. Eine Minute Zeit muss man aufwenden, damit sich die Glasröhren durch die engen Trichter so füllen können, wie es der Gleichgewichtszustand der in dem Wasser thätigen Kräfte fordert; die lothrechte Stellung muss innegehalten werden, weil sonst die Wassersäulen zu gross ausfallen und falsche Resultate liefern; und bei dem Schliessen des Drahts muss die Höhenlage des Instruments unverändert bleiben, weil sonst die Wasserstände nicht der Stelle entsprechen, für welche die Geschwindigkeitsmessung beabsichtigt war. Auch beim Ablesen der Wasserstandshöhen ist das Instrument lothrecht und ruhig zu halten, weil sonst die Wassersäulen etwas länger oder kürzer erscheinen als sie sind. Das Halten des Instruments wird durch Anlehnen desselben an den Steg, oder das Schiff, worauf der Beobachter steht, unterstützt. Es versteht sich jedoch von selbst, dass auf grösseren Flüssen oder Strömen das Schwanken des Schiffs durch Fahrbäume und Seile vermieden und das Instrument selbst über die Spitze des Schiffs hinaus und unter dessen Bodenfläche hinabgesenkt werden muss, wenn der Einfluss der Stauung möglichst gering werden soll. Endlich hat man dafür zu sorgen, dass in Flüssen, deren Wasser nach anhaltendem Regen oder Thauwetter gröberes Material oder Schlamm führt, nicht früher gemessen werde als bis das Wasser hell geworden ist; dass man Messungen, bei welchen sich Gras, Blätter, Reisig, Grundeis u. dergl. vor den Stromtrichter gelegt hatten, als nicht geschehen betrachte; und dass der Hahn nach jedem Versuche vollkommen geschlossen und vor jeder neuen Messung völlig geöffnet werde.

Zum bequemeren Gebrauche der Reichenbach'schen Strommesser wird von dem Ertel'schen Institute in München, das die Anfertigung dieser Instrumente besorgt, jedem Exemplar derselben eine Tabelle beigegeben, welche die zu den beobachteten Höhenunterschieden gehörigen Geschwindigkeiten unter der Annahme enthält, dass der Coefficient $m = 1$ und folglich $k = \sqrt{2g}$ sei. Diese Annahme ist jedoch nur annähernd und für manche Instrumente richtig. So fand z. B. Darcy für seine in §. 267 beschriebene verbesserte Pitot'sche Röhre aus 92 vergleichenden Versuchen für die Oberfläche eines Flusses $m = 1{,}006$ und aus 31 solchen Versuchen für verschiedene Punkte des Wasserquerschnitts $m = 0{,}993$, also im Mittel $m = 1$. Je nach der Beschaffenheit des Trichters, der Röhre, des Schafts etc. kann jedoch m seinen Werth ändern. Wir fügen desshalb im Anhange zu Bd. II eine Tabelle (Nr. XVIII) bei, welche zur Auffindung der Geschwindigkeiten dient, diese aber nicht unmittelbar, sondern nur die Quadratwurzeln der beobachteten Erhebungen h' gibt, welche alsdann noch mit dem Coefficienten k zu multipliciren sind, der für jedes Instrument besonders bestimmt werden muss.

§. 267. Weitere Verbesserungen der Pitot'schen Röhre. Wenn auch die von Reichenbach verbesserte Pitot'sche Röhre gegen die ursprüngliche Einrichtung viele Vorzüge hat, so lässt sie doch noch Mehreres zu wünschen übrig. Denn erstens leidet sie wie der Stromquadrant an dem

Uebelstande, dass sie nur jene Wirkung des Wasserstosses anzeigt, welche im Augenblicke des Röhrenschlusses stattfindet und welche nach einer früheren Bemerkung von der mittleren Wirkung auffallend verschieden sein kann; zweitens ist es schwer, die Pitot'sche Röhre nach der Einrichtung von Reichenbach lothrecht genau in der Höhe zu erhalten, in welcher die Geschwindigkeitsmessung stattfinden soll; und endlich drittens kann man es bei aller Uebung und Vorsicht kaum dahin bringen, das Instrument aus freier Hand so zu halten, dass die Axe des Ansatzrohres f (Fig. 326 bis 328) stets in der Richtung der Stromfäden und folglich auch in der Richtung des Stosses liegt.

Fig. 329.



Was nun den ersten der hier erwähnten Mängel betrifft, so lässt sich derselbe nicht beseitigen, da er im Princip des Instruments liegt; der zweite kann hingegen dadurch verbessert werden, dass man, wie in Fig. 329 angedeutet, den Schaft mit einem verschiebbaren und bei i drehbaren Fusse versieht, der bis auf die Sohle des Flussbetts reicht, oder aber an dem Schafte ein Stahlprisma p, wie in Fig. 330, anbringt, das durch die Stütze q den Trichter f in der richtigen Höhe erhält, während er sich noch so weit drehen kann als nöthig ist, ihn in die Stromrichtung zu bringen; und der dritte Mangel verschwindet nach unserer Erfahrung, wenn man am unteren Ende des Schaftes ein Steuerruder r von etwa $1\frac{1}{2}$ Fuss Länge und 4 Zoll Breite anbringt, in der Weise, wie dieses beim Woltman'schen Flügel der Fall ist. Dieses Steuerruder sucht sich immer in die Verticalebene der Wasserfäden zu stellen und übt desshalb, so lange es diese Richtung nicht hat, einen Seitendruck aus, der sich in den Händen desjenigen, welcher das Instrument behufs der Messung in den Fluss hält, fühlbar macht. Gibt man nun diesem Drucke nach, bis er verschwunden ist, so steht das Steuerruder und mit ihm die Axe der Ansatzröhre in der Richtung des Stosses, wie es sein soll.

Ein mit Fuss und Steuerruder versehener Reichenbach'scher Strommesser liefert nach den Versuchen, welche wir damit angestellt haben, bessere Resultate als die in §. 265 beschriebene Pitot'sche Röhre; gleichwohl aber kommt die Genauigkeit der Messung jener nicht gleich, welche mit dem Woltman'schen Flügel zu erreichen ist.

Eine nicht unwesentliche Verbesserung erfuhr die Pitot'sche Röhre durch den französischen Ingenieur H. Darcy, welche darin besteht, dass man die Ablesungen der Wasserstände, aus deren Unterschied die Geschwindigkeitshöhe h′ folgt, in bequemer Weise über Wasser machen kann, ohne das Instrument aus demselben herausnehmen oder überhaupt in seiner Stellung verändern zu müssen. Dieser Vortheil wird dadurch erreicht, dass nach Fig. 330 die beiden Röhren a, c, welche am Reichenbach'schen Strommesser oben offen sind, hier durch einen gemeinsamen metallenen Canal verbunden werden, der durch ein Mundstück o so ausgesaugt werden kann, dass in Folge der Luftverdünnung das Wasser in beiden Röhren höher emporsteigt, als es sonst geschehen würde. Je nach dem Grade der Luftverdünnung kann ein stärkeres oder schwächeres Steigen und folglich ein Wasserstand hervorgerufen werden, welcher dem Beobachter ein bequemes Ablesen des letzteren gestattet. Selbstverständlich ist der metallene Canal, wenn die Wasserstände in den Röhren a und c die gewünschte Höhe erlangt haben, mit einem Hahn r luftdicht abzuschliessen, wodurch sich die gleichmässige Luftverdünnung in den beiden Röhren a und c erhält. Derselbe Canal und Hahn können auch zu einer Luftverdichtung in dem Falle benützt werden, wo das Instrument tief eingetaucht werden muss und die zu messende Geschwindigkeit so gross ist, dass die Hauptröhre für die dem Stosse entsprechende Erhebung des Wassers in der Röhre a nicht mehr ausreicht: in diesem Falle werden beide Wassersäulen um gleichviel verkürzt, ihr Unterschied entspricht aber gleichwohl der Geschwindigkeitshöhe h′.

Fig. 330.

Verschieden von den Reichenbach'schen Trichtern sind bei Darcy auch die ihre Stelle vertretenden umgebogenen kupfernen Röhren e und f, welche die Figuren 331 und 332 in vergrössertem Massstabe darstellen. Beide Röhren sind 1 Centimeter weit und die den Wasserstoss aufnehmende Röhre f hat eine horizontale Mündung von nur 1 Millimeter, während die andere nur durch

den hydrostatischen Druck in Anspruch genommene Röhre e eine noch kleinere nach oben gerichtete Oeffnung i hat, durch welche sie mit dem stossenden Wasserstrahle in Verbindung steht, ohne dem Stosse ausgesetzt zu sein. Die kupfernen Röhren e und f setzen sich durch einen aus demselben Metalle angefertigten Kasten von linsenförmigem Querschnitte (g) auf eine Länge von 75 Centimeter fort und können an ihrem oberen Ende, wo sie mit den Glasröhren c und a in Verbindung treten, durch einen Hahn k geöffnet und geschlossen werden. Dieser Hahn wird hier durch einen gleichnamigen Hebel n, n' mit zwei dem Messgehilfen zugänglichen Schnüren d, d' nach der einen oder anderen Richtung gedreht; eine Vorrichtung, welche der in Fig. 327, Seite 450 gezeichneten einseitigen des Reichenbach'schen Strommessers jedenfalls vorzuziehen ist.

Fig. 331.

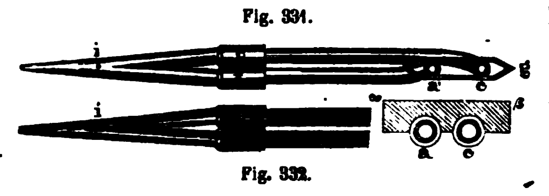


Fig. 332.

Zum Halten des Instruments dienen der Griff s und das Mundstück o am oberen Ende. Den Griff fasst der Messgehilfe mit der rechten, das Mundstück mit der linken Hand, nachdem er das an dem Brette mit den Glasröhren verschiebbare und durch Schrauben festzustellende Eisenprisma p auf den Messungssteg q aufgesetzt hat. Um den Stützpunkt p kann sich das Instrument in horizontalem und verticalem Sinne drehen: die Drehung um die Horizontalaxe (behufs der Verticalstellung der Röhren) wird durch einen gegen den Arbeiter gewendeten Senkel oder eine kleine Dosenlibelle l, die Drehung um die Verticalaxe (behufs Parallelstellung der Röhren e und f mit den Wasserfäden) durch ein am Kasten g angebrachtes Steuerruder t geregelt.

Zum Ablesen der Wasserstände dient entweder, wie hier, eine Messingscala zwischen beiden Glasröhren, oder aber ein verschiebbarer Massstab mit 2 Scalen, deren Nullpunkte nach einander auf einen der Wasserstände eingestellt und am anderen abgelesen werden können, um sofort ohne Subtraction den Höhenunterschied h' zu erhalten. Dass damit an Zeit und Genauigkeit der Messung gewonnen wird, dürfte zu bezweifeln sein.

Die Handhabung der Darcy'schen Röhre stimmt im Wesentlichen mit der des Reichenbach'schen Strommessers überein, bis auf das Aussaugen der beiden Glasröhren und das Ablesen, welches ohne Veränderung des Instrumentenstands nach Abschluss der unteren Röhrenenden vorgenommen werden kann. Man wird stets eine grössere Zahl von Ablesungen nach einander machen und aus diesen das Mittel nehmen, um hierdurch den in der Natur der Sache liegenden Ungleichheiten in der Bewegung der Wasserfäden einigermassen Rechnung zu tragen.

Um den Coefficienten m und beziehungsweise $k = m\sqrt{2g}$ zu ermitteln, mit dessen Hilfe nach Gl. (185) die Geschwindigkeit $v = k\sqrt{h'}$ gefunden wird, zu bestimmen, benützt man entweder Wasserläufe von verschiedenen

Geschwindigkeiten v_1, v_2, v_3 ... und berechnet aus diesen Werthen von v und den zugehörigen h'_1, h'_2, h'_3 ... den Werth k, oder man erzeugt in stillstehendem Wasser durch Bewegung eines Kahns, an dessen Vordertheil die Darcy'sche Röhre angebracht ist, verschiedene Geschwindigkeiten und berechnet aus diesen und den zugehörigen Wasserstandsdifferenzen den Coefficienten m, welcher niemals stark von 1 abweicht.

Der hydrometrische Flügel von Woltman.

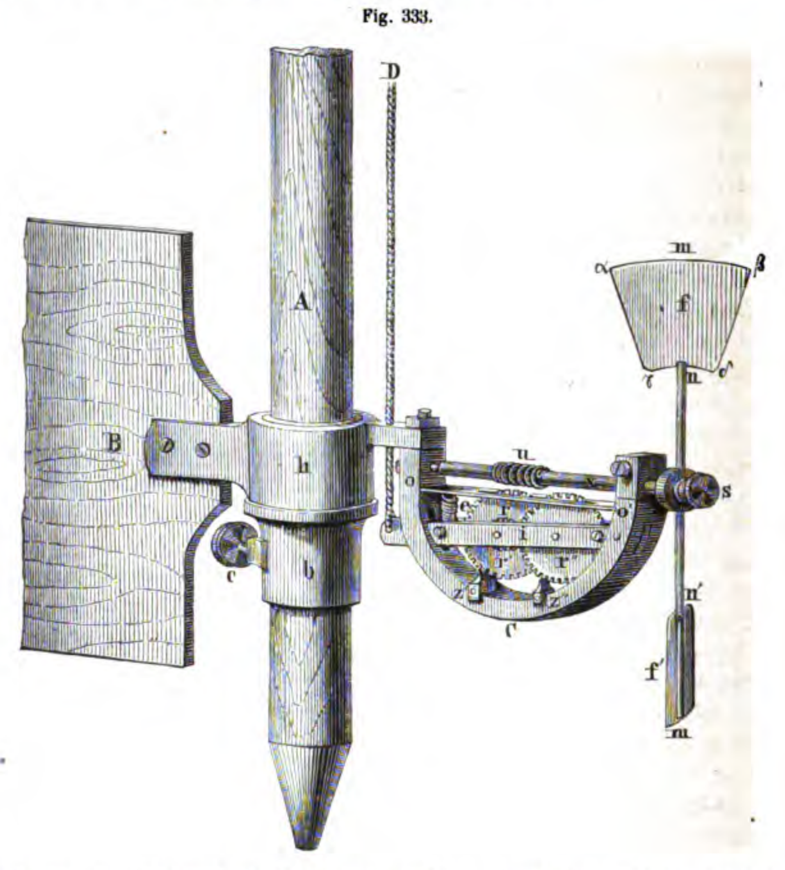
§. 268. **Einrichtung.** Mit diesem Namen bezeichnet man jene Erfindung des ehemaligen Wasserbaudirectors Woltman in Hamburg, welche die Geschwindigkeit eines fliessenden Wassers durch die Umdrehung zweier oder mehrerer an einer Axe befestigter Flügel, auf welche der Stoss des Wassers wirkt, anzeigt. Keines der bisher betrachteten Instrumente gibt die Geschwindigkeit eines Flusses an einer beliebigen Stelle mit solcher Zuverlässigkeit wie der hydrometrische oder hydraulische Flügel, der auch kurzweg Woltman'scher Flügel genannt wird.

Um zunächst eine allgemeine Vorstellung von dem Wesen dieses Geschwindigkeitsmessers zu geben, denke man sich in einem Flusse eine drehbare horizontale Axe, welche dem Stromstriche parallel ist, aber nach dessen Richtung nicht ausweichen kann. Senkrecht zu dieser Axe stehe ein Metallstäbchen, das an den Enden mit zwei trapezförmigen ebenen Messingplättchen von mehreren Quadratzoll Flächeninhalt versehen ist. Diese Plättchen oder Flügel mögen mit der vorhin gedachten Axe Winkel von 45^0 bilden, während sie selbst senkrecht gegen einander stehen. Sie sind fest mit ihrem Stäbchen verbunden, so wie dieses fest mit der Axe. Werden nun diese Flügel von den Wasserfäden, gegen welche sie ebenfalls eine Neigung von 45^0 haben, gestossen, so können sie diesem Stosse nur nachgeben, indem sie sich um die Horizontalaxe drehen und folglich um diese einen Kreis beschreiben. Die Bewegung der Flügel steht zur Bewegung des Wassers in einer gewissen mathematischen Beziehung, da die Geschwindigkeit, mit welcher sie dem Stosse nachgeben, so lange zunimmt, bis die Wasserfäden ungehindert über sie abfliessen können. Es wird weiter unten gezeigt, dass bei der vorhin angegebenen Neigung der Flügel von 45^0 gegen die Axe und den Stromstrich das Ausweichen derselben mit derselben Geschwindigkeit geschieht, welche das Wasser hat. Nehmen aber diese Flügel die Geschwindigkeit des Wassers an, so ist klar, dass sie in einer gegebenen Zeit denselben Weg machen, welchen jeder der auf sie wirkenden Wasserfäden zurücklegt. Es ist folglich gleich, ob man den Weg dieser Wasserfäden oder den der Flügel misst. Der Weg der Flügel ist gleich der Anzahl der Umdrehungen multiplicirt mit dem Werthe einer Umdrehung. Letzterer kann leicht ermittelt werden. Denken wir uns vorläufig, dieser Umfang sei der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser der Abstand der Schwerpunkte der Flügelflächen ist; dann brauchen wir

nur mehr die Zahl der Umdrehungen in einem beobachteten Zeitabschnitte zu messen. Es ergibt sich folglich die Nothwendigkeit, mit der schon erwähnten Horizontalaxe einen Zählapparat in Verbindung zu bringen, welcher die Zahl der Umdrehungen misst.

Die besondere Einrichtung des Woltman'schen Flügels, welcher in Fig. 333 dargestellt ist, erfordert nach dieser allgemeinen Aufzählung der zu erfüllenden Bedingungen folgende Bestandtheile:

Fig. 333.



1) eine hinreichend starke Stange (A), an welcher sich der Flügel in beliebiger Höhe feststellen und in das Wasser halten lässt;
2) ein Steuerruder (B), welches die Horizontalaxe (x) in die Richtung des Stromstrichs stellt, indem es in Folge der Einwirkung des Wassers das Instrument um die Stange A dreht;
3) ein Lager (C) sowohl für die Hauptaxe der Flügel als für die Axen der Rädchen (r, r′, r″), welche den Zählapparat bilden;
4) eine horizontal liegende Axe (x), um welche sich die an einem senk-

recht dagegen gestellten Stäbchen befestigten Flügel (f, f') drehen können;

5) ein oder mehrere Paare von Flügeln (f, f') nebst Stäbchen zu deren Befestigung an der Hauptaxe (x); und endlich

6) eine Schnur (D), wodurch der Zählapparat mit der Hauptaxe in und ausser Verbindung gesetzt werden kann.

Die Stange A erhält eine der Tiefe, in welcher zu messen ist, entsprechende Länge und Dicke; für die meisten Fälle reichen 3 bis 4 Meter Länge und 5 bis 6 Centimeter Dicke. Unten kann man sie mit Eisen beschlagen und den eisernen Schuh spitzig oder stumpf machen. Damit man den Flügel oder vielmehr dessen Hauptaxe in die rechte Höhe stellen kann, bringt man auf der Stange eine Eintheilung an, deren Einheit der Decimeter ist.

Das Steuerruder B ist von Holz und wird etwa $0{,}5^m$ lang, $0{,}15^m$ breit und $0{,}001^m$ dick gemacht; es ist mit der Hülse h, wodurch das Instrument an die Stange A gesteckt wird, fest verbunden. Die Hülse h ist etwas weiter als die Stange A dick, damit sich der Flügel so drehen kann, wie es das Steuerruder verlangt. Durch die Büchse b, welche sich mit der Schraube c an der Stange A feststellen lässt, wird das Instrument in der richtigen Höhe erhalten. Manche Mechaniker bringen oberhalb der Hülse h noch eine zweite mit b übereinstimmende Büchse an; sie kann aber, wie die Erfahrung lehrt, entbehrt werden, da das Instrument vermöge seines Gewichts sich nicht über b erhebt, wenn auch die Schnur angezogen ist.

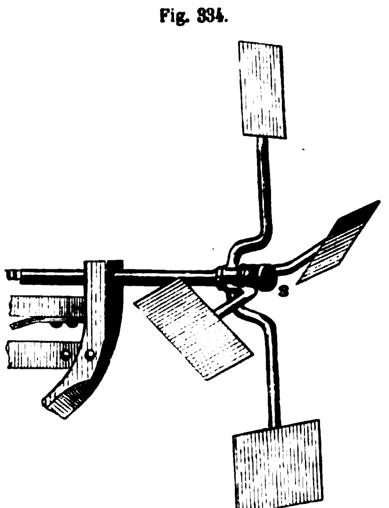
Das Axenlager C, welches mit der Hülse h fest verbunden ist, hat zunächst die Hauptaxe x aufzunehmen und derselben mit einem Minimum von Reibung eine sichere Drehung zu gestatten; ausserdem dient es einem Hebel (i) zur Unterlage, welcher die Axen zweier gezahnten Rädchen (r', r'') trägt, wovon das erstere die einzelnen Umdrehungen der Flügel und das letztere die ganzen Umdrehungen des erstern Rädchens anzeigt.

Die Hauptaxe x, um welche sich die Flügel drehen, enthält in der Mitte eine unendliche Schraube u, welche so eingerichtet ist, dass jede ganze Drehung das Rädchen r' gerade um einen Zahn vor- oder rückwärts bewegt. Hat das Rädchen r' wie hier 100 Zähne, so entsprechen einer ganzen Umdrehung desselben 100 Umdrehungen der Axe x oder der Flügel f, f'. Würden bei einer Messung innerhalb des beobachteten Zeitraums nie mehr als 100 Umdrehungen der Flügel vorkommen, so brauchte der Apparat nur ein Rädchen; da aber bei grossen Geschwindigkeiten in kurzer Zeit 100 Umdrehungen erschöpft sind, so muss ein zweites Rädchen r'' die ganzen Umdrehungen des ersten zählen. Verbindet man desshalb mit r' ein noch kleineres Rädchen r, welches 20 Zähne hat und in r'', das dem r' gleich ist, eingreift, so wird sich r'' um 20 Zähne oder den fünften Theil seines Umfangs bewegt haben, wenn r' eine ganze Drehung gemacht hat, und es werden einer ganzen Drehung von r'' fünf ganze Drehungen von r' und folglich 5 mal 100 oder 500 Umdrehungen der Flügel entsprechen.

Zum Ablesen auf den Rädchen r' und r'' dienen die auf dem Lager C befestigten Zeiger z' und z''.

Die Flügel (f, f') haben eine trapezförmige Gestalt, welche sich als ein an den Ecken abgestumpfter Ausschnitt eines Kreisrings darstellt. Die Grösse dieses Ausschnitts richtet sich nach der Länge der Flügelruthe n n'. Beschreibt man mit dieser Länge als Halbmesser einen Kreis, so liefert dieser den äusseren Bogen $\alpha\ \beta$; nimmt man ferner die Flügelbreite m n zwischen einem Drittel und der Hälfte der Ruthenlänge n n' an, so ergibt sich der concentrische innere Bogen $\gamma\ \delta$; und theilt man endlich die so bestimmte Ringfläche durch Halbmesser in 9 oder 10 gleiche Theile, so ist die Form und Grösse eines Flügels der Hauptsache nach bestimmt. Jeder Flügel ist an der Ruthe, wie bei f' zu sehen, festgelöthet und es werden beide Flügel mit der Oeffnung in der Mitte der Ruthe so an die Hauptaxe gesteckt, dass die glatte Metallfläche dem ankommenden Wasser zugewendet ist. Eine Schraube s hält die Flügelruthe an der Axe fest. Statt zweier Flügel kann man auch 4 anwenden, wie aus der beigedruckten Figur zu entnehmen ist.

Fig. 334.



Die Schnur D dient dazu, den Zählapparat von dem Augenblicke an in Gang zu bringen, wo die Zeitmessung beginnt, und ihn in dem Moment ausser Gang zu setzen, wo die Zeitmessung aufhört. Unsere Figur zeigt den Zählapparat im Zustande der Ruhe; die Flügel können sich im Wasser drehen, ohne dass diese Drehungen gezählt werden. In dem Augenblicke aber, wo die Schnur aufwärts gezogen wird und das Rädchen r' in die Schraube u eingreift, kommt der Zählapparat in Gang und verharrt darin, bis die Schnur auf ein gegebenes Zeichen wieder nachgelassen wird. Damit das Rädchen r' in Folge dieses Nachlassens ganz sicher ausser Verbindung mit der Schraube u kommt, ist zwischen dem Hebel i und dem festen Arme o o' eine Spiralfeder e angebracht, welche, sobald es die Schnur erlaubt, den Hebel i und damit die gezahnten Rädchen in die Lage herabdrückt, welche Fig. 333 darstellt.

§. 269. **Gebrauch.** Wir setzen voraus, dass in geringer Höhe über dem Wasserspiegel des Flusses, dessen Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen bestimmt werden sollen, ein Steg gebaut sei, von dem aus die Beobachtung geschieht, und dass man bereits die Tiefen des Flusses gemessen und hiernach den Abstand des Instruments vom Fusspunkte der Flügelstange bestimmt habe. Nun stelle man die Rädchen r' und r'' so, dass jeder Zeiger z' und z'' auf Null zeigt und lasse von einem Gehilfen das

Instrument an der bestimmten Stelle so in den Fluss halten, dass die Stange A an dem Stege anliegt und lothrecht steht, während die Schnur D lose in der linken Hand ruht. Nachdem etwa eine halbe Minute Zeit verflossen ist, in der sich die Hauptaxe x durch das Steuerruder in die Richtung des Stroms gestellt hat und die Flügel die dem Flusse entsprechende Geschwindigkeit erlangt haben, gibt man in dem Augenblicke, wo der Zeiger der Secundenuhr, die man selbst hält und beobachtet, eine leicht zu merkende Stelle (z. B. bei 15, 30, 45, 60 Secunden) erreicht hat, dem Gehilfen ein Zeichen, worauf dieser sofort die Schnur D anzieht. Nach Verlauf von 30 oder 60 Secunden folgt ein neues Zeichen und in demselben Augenblicke das Nachlassen der Schnur. Der Flügel wird nun aus dem Wasser gehoben und die Umdrehungszahl an den Zeigern z'' und z' abgelesen. Sind in der Zeit von t Secunden u Umdrehungen, also in einer Secunde $n = u : t$ Umdrehungen gemacht worden und entspricht einer Umdrehung die Weglänge k, so ist die Geschwindigkeit des Wassers

$$v = k \frac{u}{t} = k\,n\,. \tag{186}$$

Bei einer zweiten Beobachtung braucht man die Zeiger z' und z'' nicht wieder auf Null zu stellen, sondern nur ihren Stand am Anfange und Ende der Beobachtung aufzuzeichnen und die Differenz beider als Zahl der Umdrehungen zu nehmen.

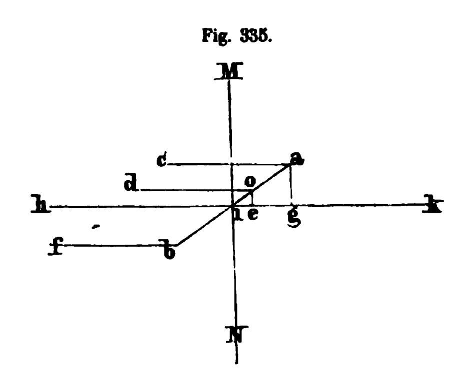
Es versteht sich von selbst, dass, wenn man an einer und derselben Stelle und unter sonst gleichen Verhältnissen etwas verschiedene Geschwindigkeiten des fliessenden Wassers findet, das arithmetische Mittel aus denselben als die gesuchte Geschwindigkeit anzunehmen ist.

Hat man in einem grossen Flusse Geschwindigkeiten zu messen, so muss ein Kahn durch Fahrbäume und Seile an der bestimmten Stelle festgehalten werden, auf dem Schiffe selbst aber ein Vorsprung angebracht sein, welcher gestattet, das Instrument mehrere Fusse vor dem Schiffsschnabel lothrecht in das Wasser zu halten. Je weiter man über das Schiff hinaus treten kann, desto geringer ist der Einfluss, welchen die Stauung vor demselben auf das Messungsresultat ausübt.

§. 270. **Theorie.** Wir haben in §. 268 das Wesen des Woltman'schen Flügels unter der Annahme erklärt, dass die Flügelebenen gegen die Wasserfäden unter einem Winkel von 45⁰ geneigt seien; diese Neigung brauchen sie aber nicht durchaus zu haben, sondern ist nur eine von denen, welche sie haben können. Nehmen wir jetzt an, die Richtung der Wasserfäden bilde mit jeder Flügelebene den Winkel α, und suchen wir eine mathematische Beziehung zwischen der Geschwindigkeit v des Wassers und der Geschwindigkeit c der Flügel.

Stellt M N die Verticalprojection der Ebene vor, in welcher sich die Flügelruthe bewegt und welche somit die Wasserfäden senkrecht durchschneidet; bezeichnet ferner die Linie a b den Schnitt eines Flügels durch eine Verticalebene, welche den Wasserfäden parallel ist; und stellt endlich

Fig. 335.



h k einen in dieser Ebene liegenden Wasserfaden vor: so wird vom Anfange der Bewegung an die Geschwindigkeit der Flügel zunehmen, bis sie so gross ist, dass die Wasserfäden ungehindert über die Flügelebene hinfliessen können, d. h. der Flügel wird in der Ebene M N oder in einer damit parallelen Ebene den Weg a g machen, während der Wasserfaden den Weg i g macht. Da diese Wege in gleichen Zeiten zurückgelegt werden, so verhalten sie sich wie die gleichförmigen Geschwindigkeiten c und v, aus denen sie hervorgehen. Berücksichtigt man aber, dass a g : i g = tg α, so wird

$$v = c \cot \alpha \qquad (187)$$

und dieses ist die gesuchte Relation zwischen dem Anstosswinkel α und den Geschwindigkeiten des Wassers und des Flügels.

Hieraus ergibt sich auch der Beweis für die im Eingange des §. 268 aufgestellte Behauptung, dass für $\alpha = 45^0$ die Geschwindigkeit des Flügels der des Wassers gleich werde; denn setzt man $\alpha = 45^0$, so ist $\cot \alpha = 1$ und folglich

$$v = c \qquad (188)$$

was zu beweisen war.

Die beiden letzten Gleichungen gelten offenbar nur für bestimmte Punkte jedes Flügels und unter der Voraussetzung, dass die Reibung der Instrumentenbestandtheile so gering sei, dass sie vernachlässigt werden darf. Die Punkte, für welche unter dieser Voraussetzung jene Gleichungen richtig sind, sind die Mittelpunkte des Drucks und alle jene Punkte der Flügelflächen, welche dieselben Abstände von der Hauptaxe haben wie diese Mittelpunkte; mit den Abständen der Punkte nimmt selbstverständlich die Geschwindigkeit in denselben zu und ab.

Wollte man nun ohne Rücksicht auf Reibung den Werth k' bestimmen, welcher einer ganzen Umdrehung des Flügels entspricht, so hätte man k' dem Umfange eines Kreises gleich zu setzen, dessen Halbmesser ϱ der Abstand der Mittelpunkte des Drucks von der Hauptaxe ist. Somit würde $k' = 2 \varrho \pi$, und wenn man mit μ einen von der Reibung abhängigen, der Einheit nahezu gleichen Coefficienten bezeichnet,

$$v = \mu\, k' \cot \alpha \,.\, n \qquad (189)$$

sein. Man bedient sich jedoch dieser Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit des Wassers nicht, sondern bestimmt den Werth von

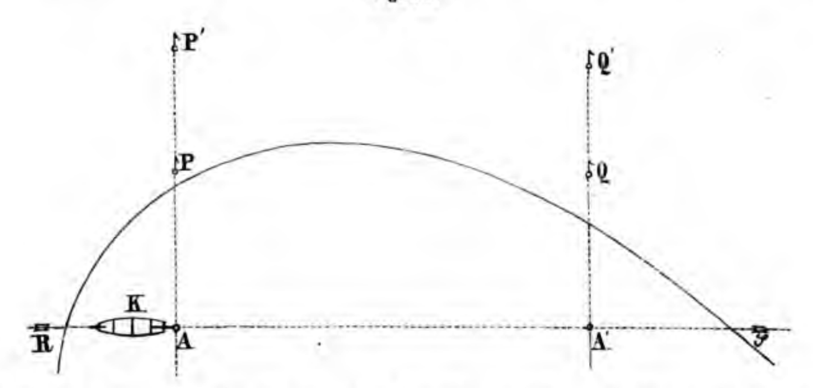
$$\mu\, k' \cot \alpha = k \qquad (190)$$

als eine dem Instrumente zugehörige Constante durch Versuche, wodurch die zur Berechnung der Geschwindigkeit dienende Formel, die bereits in Nr. 186 gegebene einfache Gestalt annimmt.

§. 271. **Bestimmung von k.** Es gibt zwei Wege, den Werth von k zu ermitteln, von denen der eine ein fliessendes Wasser von bekannter Geschwindigkeit, der andere ein ganz ruhig stehendes Wasser voraussetzt.

1) In einem langen hölzernen Gerinne von durchaus gleichem und rechteckigem Querschnitte und kleinem Gefälle fliesst das Wasser mit grosser Regelmässigkeit. Darin messe man mit einer Schwimmkugel, deren Durchmesser dem der Flügel ungefähr gleich kommt, die Geschwindigkeit (v') des in der Mitte befindlichen Stromstrichs wiederholt und sehr vorsichtig. Alsdann stelle man in der Mitte des Gerinns den Woltman'schen Flügel so auf, dass er, wie vorher die Schwimmkugel, gerade von der Oberfläche des Wassers bedeckt wird. Hierauf beobachte man mehrere Male hinter einander die Zahl der Umdrehungen, welche einem bestimmten Zeitabschnitte t' entspricht, und suche hieraus das Mittel der Umdrehungen = u'.

Fig. 336.



Sind jetzt die Werthe v', u', t' bekannt, so ist nach den vorstehenden Gleichungen

$$k = \frac{v'\,t'}{u'}. \qquad (191)$$

2) Steht ein so regelmässiges Gerinne wie das eben beschriebene nicht zur Verfügung, so bediene man sich eines Teiches mit ziemlich tiefem und ruhig stehendem Wasser und eines gut gebauten wenig schwankenden Kahns (K, Fig. 336). Auf diesem befestige man den Flügel so, dass er 5 bis 6 Fuss über den Schnabel hinaus reicht und lothrecht steht. Die Schnur D führe man an der Stange A über eine Rolle, damit der Gehilfe auf dem Kahne den Zählapparat auf ein gegebenes Zeichen in und ausser Wirksamkeit setzen kann, ohne auf den Vorsprung treten zu müssen. Der Kahn muss nach einer geraden Linie gezogen werden. Diese Linie soll ziemlich lang und so abgesteckt sein, dass man vom Ufer aus den Augenblick bezeichnen kann, in welchem die Stange A die Endpunkte der Linie passirt. Zu dem Ende stelle man am Ufer zwei Stäbe P, Q, welche Anfang und Ende der Geraden bezeichnen, so auf, dass P Q parallel ist mit R S, nach

welcher das Schiff gezogen wird, und errichte zu P Q zwei Senkrechte P P' und Q Q'. In den Punkten R und S können kurze Pfosten mit Rollen, über welche die Leinen gehen, eingeschlagen sein. Ist nun der Zählapparat auf Null eingestellt und der Kahn bis an das Ufer bei R zurückgezogen, so führe man ihn in der Richtung R S vorwärts und ziehe die Schnur an, sobald von P' aus angedeutet wird, dass die Stange A des Instruments in die Linie P' P tritt, und halte diese Schnur fest, bis von Q' aus das Zeichen kommt, dass die Stange A durch die Linie Q Q' geht. An dem Ufer bei S lese man die Zeiger z' und z'' ab und wiederhole, nachdem das Schiff bis R zurückgezogen ist, das eben beschriebene Verfahren mehrere Male. Das Mittel aus allen Ablesungen gibt die Anzahl (u) von Umdrehungen, welche nöthig sind, damit der Flügel den Weg P Q = w durchlaufe; es ist folglich der Werth einer Umdrehung oder

$$k = \frac{w}{u}. \tag{192}$$

Diese Bestimmung von k ist von jeder Zeitbeobachtung unabhängig und verdient, obschon sie etwas umständlich ist, um so mehr Beobachtung, als ein so regelmässiges Gerinne von hinreichender Länge, wie wir es bei Nr. 1 gefordert haben, selten zu treffen und in einem Flusse die Berichtigung des Woltman'schen Flügels nach einem Schwimmer unstatthaft ist.[1]

Mit welcher Genauigkeit dieses zweite Verfahren ausgeführt werden kann, zeigen folgende Versuche, welche der Verfasser an dem See und den Canälen im englischen Garten bei München ausgeführt hat.

Die Rollen R und S waren an zwei vierkantigen und 3 Fuss über den Boden vorstehenden Pfählen angebracht; ihre Entfernung betrug nahezu 301 Fuss. Die mit R S parallele Linie P Q war 191,2 Fuss lang und es stand der Schnittpunkt A vom Ufer bei R um 50 Fuss und der Schnitt A' vom Ufer bei S um 60 Fuss ab. Die Entfernungen A R und A' S müssen desshalb etwas gross genommen werden, damit sich das Schiff und die Flügel schon in gehöriger Bewegung befinden, wenn sie bei A anlangen. Auf dem Kahne war der Länge nach eine dreizöllige Bohle befestigt, welche 5 Fuss über das Schiff hinausragte. Vorne fassten zwei eiserne Griffe die Flügelstange A in lothrechter Stellung; durch Schrauben konnte diese Stange verstellt und so weit in die Höhe gezogen werden, dass man am Ufer bei S die Zeiger ablesen konnte. Es wurden jedesmal 4 Flügel untersucht, welche an eine und dieselbe Axe passten; zwei von diesen Flügeln hatten Anstosswinkel von 45°, ihre Ebenen standen also gegen einander senkrecht, wesshalb wir sie mit „grosser senkrechter“ und „kleiner senkrechter Flügel“ bezeichnen wollen. Die beiden anderen Flügel waren ebenfalls nur der

[1] Es muss jedoch bemerkt werden, dass nach den Angaben einiger Hydrotechniker (Darcy, Grebenau) die Anzahl der Umdrehungen u sich mit der Geschwindigkeit, womit der Weg w zurückgelegt wird, etwas ändert; Verfasser (und mit ihm Hagen) hat diese Aenderung nicht beobachtet, wahrscheinlich aber nur desshalb, weil sich bei seinen Versuchen die Geschwindigkeit des Kahns ziemlich gleich blieb.

Grösse nach verschieden; der Anstosswinkel betrug bei ihnen 32,4 Grad. Wir nennen den einen den „grossen schiefen“ und den anderen den „kleinen schiefen Flügel“, weil die Flügelebenen unter einem Winkel von 64,8 Grad gegen einander geneigt waren.

Hier folgen zunächst die beobachteten Umdrehungszahlen.

Versuch Nr.	Grosser senkrechter Flügel	Kleiner senkrechter Flügel	Grosser schiefer Flügel	Kleiner schiefer Flügel
	Anzahl der Umdrehungen			
1	62,4	114,5	40,0	67,5
2	62,7	114,3	40,1	68,0
3	62,8	114,0	39,6	67,6
4	62,3	114,6	39,5	67,2
5	62,3	114,2	39,4	67,7
Mittel	62,5	114,4	39,7	67,6

Da die Länge der durchfahrenen Linie A A′ = P P′ = w = 191,2 Fuss war, so berechnete sich der Werth von k für

den grossen senkrechten Flügel = 3,06 Fuss bayer.
„ kleinen „ „ = 1,67 „ „
„ grossen schiefen „ = 4,82 „ „
„ kleinen „ „ = 2,83 „ „

Lag schon in den geringen Unterschieden der Umdrehungszahlen ein hoher Grad von Wahrscheinlichkeit für die richtige Bestimmung der Werthe von k, so wurde diese Wahrscheinlichkeit zur Gewissheit erhoben durch die folgenden Versuche, welche darauf gerichtet waren, an einer und derselben Stelle eines der Canäle, welche den schon genannten englischen Garten durchziehen, die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers zu bestimmen. Es ist klar, dass jeder Flügel, wenn seine Constante richtig bestimmt ist und das Wasser regelmässig fliesst, dieselbe Geschwindigkeit angeben muss. Der Canal hatte an der Stelle, wo diese Versuche gemacht wurden, ein gerades Bett von nahezu rechteckigem Querschnitte, und ein fester Steg gestattete eine leichte Messung. Jeder Flügel lief 60 Secunden lang und machte in dieser Zeit die in der nachstehenden Tabelle verzeichneten Umdrehungen.

Berechnet man nach diesen Mitteln und mit den vorhin bestimmten Coefficienten die Geschwindigkeiten, so liefert

der grosse senkrechte Flügel die Geschwindigkeit v = 3,422 Fuss bayer.
„ kleine „ „ „ „ v = 3,423 „ „
„ grosse schiefe „ „ „ v = 3,414 „ „
„ kleine „ „ „ „ v = 3,419 „ „

Versuch Nr.	Grosser senkrechter Flügel	Kleiner senkrechter Flügel	Grosser schiefer Flügel	Kleiner schiefer Flügel
	Anzahl der Umdrehungen in 60 Secunden			
1	67,4	123,0	42,6	72,4
2	66,8	123,2	42,3	72,0
3	67,3	122,7	42,3	72,5
4	66,7	122,6	42,6	72,8
5	67,3	123,1	42,8	72,7
Mittel	67,1	122,9	42,2	72,5

Eine grössere Uebereinstimmung der Angaben als diese wird wohl Niemand verlangen.

Nun liesse sich immer noch einwenden, dass ein constanter Fehler in dem Instrumente liegen könne, welcher zwar gleiche Angaben gestattet, aber doch alle Angaben entweder zu gross oder zu klein liefert. Um auch diesen Einwand, den wir uns selbst machten, zu beseitigen, bestimmten wir an der zuletzt genannten Canalstrecke die Geschwindigkeit des Wassers mit einer 8zölligen Schwimmkugel und fanden dieselbe im Mittel = 3,48 Fuss, also nur wenig grösser, als sie die vier Flügel angaben. Wir konnten somit die Constanten der letzteren als völlig richtig ansehen und mit gutem Gewissen den hydrotechnischen Messungen zu Grunde legen, welche wir zu jener Zeit an verschiedenen Orten auszuführen hatten.

§. 272. Die Geschwindigkeit des Wassers, welche der hydrometrische Flügel angibt, wird nicht in allen Schriften durch die Gleichung (186)

$$v = k\,n$$

dargestellt, wie es hier in Uebereinstimmung mit dem Erfinder des Instruments und der Mehrzahl der Hydrauliker geschah; manche Ingenieure setzen

$$v = k'\,n + k_1 \qquad (193)$$

wobei k' nur wenig von k abweicht und k_1 eine zweite Constante (nahezu die sehr kleine Geschwindigkeit, bei welcher der Flügel wegen der Reibung sich nicht mehr dreht) bezeichnet, und Einige nehmen sogar

$$v = k''\,n + k_2\,n^2 \qquad (194)$$

an, indem sie unter k'' einen dem k und k' ziemlich nahe kommenden Coefficienten und unter k_2 eine zu dem Quadrat der Umdrehungszahl in einer Secunde gehörige zweite Constante verstehen.

Der zweite dieser drei Ausdrücke mag bei sehr kleinen und der dritte bei sehr grossen Geschwindigkeiten seine Berechtigung haben, unseres Wissens liegen aber noch keine entscheidenden Versuche hierüber vor. Wenn indessen die vom k. Regierungsrathe H. Grebenau auf Seite 60 seiner Schrift „Die internationale Rheinstrommessung bei Basel" (München, 1873)

enthaltene „Tabelle der variablen Coefficienten k" wirkliche Versuche darstellt, so würde sich aus nachstehenden Beobachtungen Folgendes ergeben.

Nr	Geschwindigkeit v	Umdrehungen in 1″ = n	Nr	Geschwindigkeit v	Umdrehungen in 1″ = n
	m			m	
1	0,4	0,650	7	1,0	1,883
2	0,5	0,872	8	1,2	2,264
3	0,6	1,083	9	1,4	2,645
4	0,7	1,288	10	1,6	3,029
5	0,8	1,484	11	1,8	3,414
6	0,9	1,687	12	2,0	3,800
7	1,0	1,883			

1. Legt man der Bestimmung der Constanten die Formel $v = k_1 + k' n$ zu Grunde, so lassen sich dieselben mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate nach Bd. II, §. 16 bestimmen. Zieht man zunächst nur die 7 ersten Versuche, welche für kleinere Geschwindigkeiten (von 0,4 bis 1 Meter) gelten, in Betracht, so sind die 7 Beobachtungsgleichungen:

$$\begin{aligned} v_1 &= k_1 + k' n_1 \\ v_2 &= k_1 + k' n_2 \\ &\vdots \\ v_7 &= k_1 + k' n_7. \end{aligned}$$

Aus diesen ergeben sich nach Formel 27, S. 20 die beiden Normalgleichungen:

$$[1 . 1]\, k_1 + [1 . n]\, k' = [1 . v] \text{ oder } 7\, k_1 + 8{,}952\, k' = 4{,}90$$
$$[1 . n]\, k_1 + [n . n]\, k' = [n . v] \text{ oder } 8{,}952\, k_1 + 12{,}6235\, k' = 6{,}84$$

deren Auflösung nach gewöhnlicher Art oder nach der besondern im §. 26 des II. Bands dargestellten Methode

$$k_1 = 0{,}076;\ k' = 0{,}488$$
$$v = 0{,}076 + 0{,}488\, n$$

liefert, mit einem mittleren Fehler der einzelnen Beobachtung (nach Formel 30, in welcher $n = 7$ und $k = 2$ ist) von $\pm\, 0^m{,}0049$.

Hiernach würde der Flügel von Grebenau, dessen Rad $0^m{,}19$ Durchmesser hat, bei einer Geschwindigkeit des Wassers von $0^m{,}076$ sich nicht mehr bewegen, wenn man der Constanten k_1 wirklich die Bedeutung beilegt, welche wir oben angegeben haben. Diese Constante könnte man dann auch durch directe Versuche bestimmen und so die Berechnung von k' erleichtern. Denn angenommen $k_1 = 0^m{,}076$ wäre bekannt, so folgte aus der ersten Normalgleichung, wie oben:

$$k' = \frac{[1 . v] - [1 . 1]\, k_1}{[1 . n]} = \frac{4{,}90 - 7\, k_1}{8{,}952} = 0{,}48802.$$

Benützt man sämmtliche 12 oben angeführte Versuche zur Bestimmung

der Werthe von k_1 und k' nach der Formel $v = k_1 + k' n$, so findet man auf dem vorbezeichneten Wege:

$$k_1 = 0{,}0637;\ k' = 0{,}5035$$
$$v = 0{,}0637 + 0{,}5035\,n$$

mit einem mittleren Fehler der einzelnen Beobachtung von $\pm\ 0^m{,}0134$. Man bemerkt, dass hier die Geschwindigkeit k_1, bei welcher sich der Flügel nicht mehr bewegt, etwas kleiner ist als vorhin (0,076). Wäre dagegen k_1 durch directe Versuche und $= 0^m{,}076$ gefunden worden, so hätte man nach der ersten Normalgleichung $[1]\ k_1 + [n]\ k' = [v]$:

$$k' = \frac{12{,}9 - 12\ .\ 0{,}076}{24{,}103} = 0^m{,}4974$$

erhalten, einen Werth, welcher von dem aus den 7 ersten Versuchen gefundenen (0,4880) etwas weniger als der oben gefundene ($0^m{,}5035$) abweicht.

2. Geht man bei der Bestimmung der Constanten des Woltman'schen Flügels von der Formel $v = k'' n + k_2 n^2$ aus und benützt hierzu die Versuche Nr. 7 bis Nr. 12, so werden die 6 Beobachtungsgleichungen

$$\begin{aligned} v_1 &= k'' n_1 + k_2 n_1^2 \\ v_2 &= k'' n_2 + k_2 n_2^2 \\ &\vdots \\ v_6 &= k'' n_6 + k_2 n_6^2 \end{aligned}$$

und aus diesen ergeben sich die beiden Normalgleichungen:

$$[n\ .\ n]\ k'' + [n\ .\ n^2]\ k_2 = [n\ .\ v] \text{ oder } 50{,}9337\ k'' + 159{,}2224\ k_2 = 26{,}8933$$
$$[n\ .\ n^2]\ k'' + [n^2\ .\ n^2]\ k_2 = [n^2\ .\ v] \text{ oder } 159{,}2224\ k'' + 516{,}2588\ k_2 = 84{,}0243$$

welche nach Bd. II, §. 26 oder in gewöhnlicher Weise gelöst, liefern:

$$k'' = 0{,}52402;\ k_2 = 0{,}00127$$
$$v = 0{,}524\ n + 0{,}0013\ n^2$$

mit einem mittleren Fehler der einzelnen Beobachtung von $\pm\ 0^m{,}0072$.

Benützt man wieder sämmtliche 12 Versuche zur Bestimmung der Werthe von k'' und k_2 aus der Formel $v = k'' n + k_2 n^2$, so findet man

$$k'' = 0{,}5549;\ k_2 = -\ 0{,}0084$$
$$v = 0{,}5549\ n - 0{,}0084\ n^2$$

mit einem mittleren Fehler der einzelnen Beobachtung von $\pm\ 0^m{,}0251$. Da nun in den beiden hier betrachteten Fällen Nr. 1 und Nr. 2 der quadratische Ausdruck für v etwas grössere mittlere Fehler liefert als der lineare, (insofern sich 0,0072 und 0,0049, dann 0,0251 und 0,0134 gegenüberstehen), so verdient die Formel $v = k_1 + k' n$ den Vorzug, wenn man überhaupt von der üblichen Formel $v = k\,.\,n$ abweichen will.

Der hydraulische Flügel von Amsler-Laffon.

§. 273. **Einrichtung.** Im Jahre 1873 hat Professor Amsler-Laffon in Schaffhausen, der Erfinder des Polar- und Momenten-Planimeters, dem Woltman'schen hydrometrischen Flügel eine veränderte Einrichtung

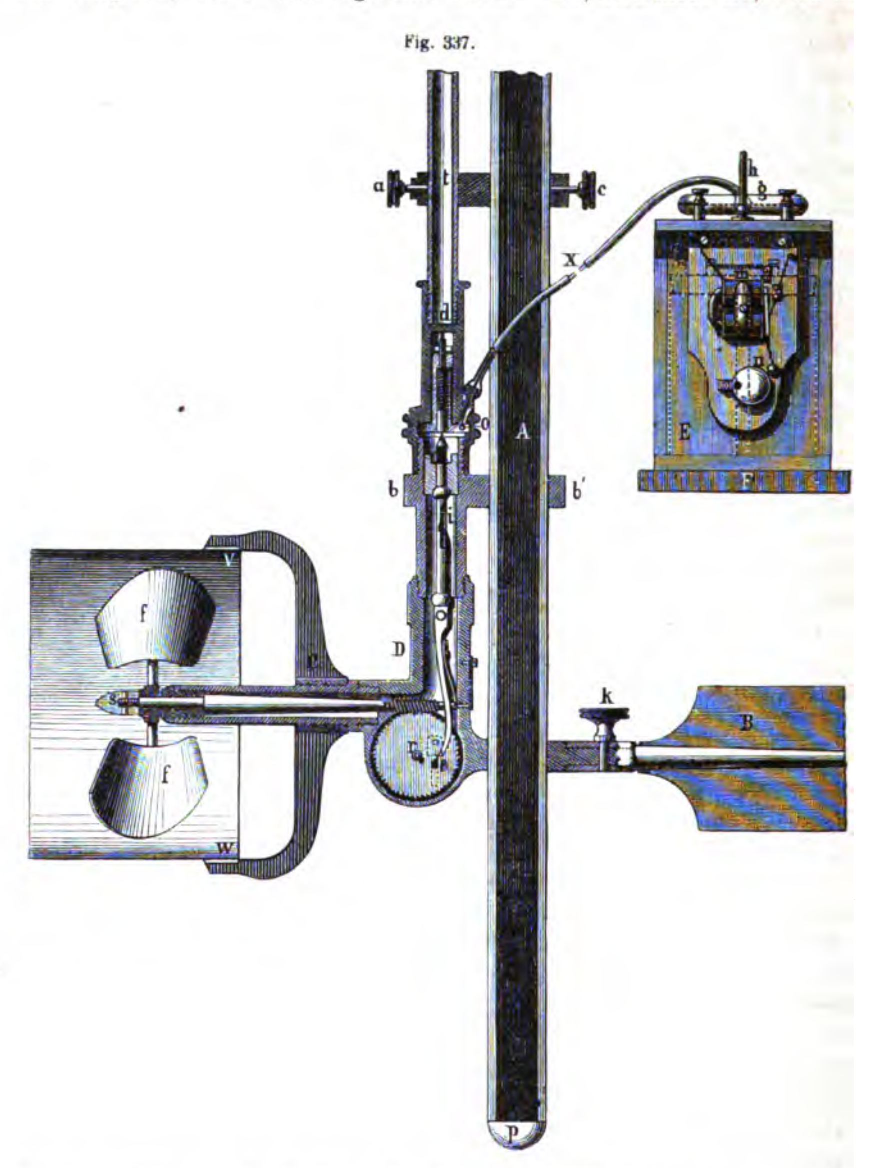
gegeben, welche für die Messung der Geschwindigkeit grosser Flüsse und Ströme sehr beachtenswerth ist. Er hat nämlich den Zählapparat so abgeändert, dass mit demselben nicht die Zahl der Umdrehungen des Flügels in einer gegebenen Zeit, sondern umgekehrt die Zeit für eine bestimmte Anzahl (nämlich 100) Umdrehungen beobachtet und damit das lästige Ausheben des Flügels behufs der Ablesung der in gegebener Zeit erfolgten Umdrehungen erspart wird. Diesen Zweck erfüllt ein electromagnetisches Glockenwerk, das mit dem durch die Flügelaxe bewegten Zahnrädchen in Verbindung steht und nach jedem Hundert von Umdrehungen des Flügels läutet. Es genügt also, bei Beginn dieses Läutens die Secundenuhr abzulesen und aus den Unterschieden der Ablesungen die zu je hundert Umdrehungen erforderlichen Zeiten zu entnehmen. Während des Läutens wird die Thätigkeit des Instruments nicht unterbrochen.

Wir theilen in Fig 337 eine Abbildung und Beschreibung des der hydrometrischen Sammlung des hiesigen Polytechnicums einverleibten Amsler'schen Flügels mit und reihen daran einige vorläufige auf Erfahrung gegründete Bemerkungen, wobei wir bedauern, nicht ausführlicher über die Leistungen des neuen Instruments berichten zu können. Der Grund hievon ist, dass wir es, obwohl es schon im Sommer 1873 bestellt wurde, doch erst zu Ausgang des Winters 1875 erhalten haben.

Die nachfolgende geometrische Abbildung stellt einen nach der Richtung der Wasserfäden gemachten verticalen Durchschnitt des Amsler-Laffon'schen hydrometrischen Flügels mit den hiebei sich ergebenden Seitenansichten vor: A ist eine eiserne Stange von T-förmigem Querschnitte (28 : 28^{mm}), an welcher der Flügel verschoben, festgestellt und gehalten wird. Damit sich dieser mittels des massiven Steuerruders, das nach gemachtem Gebrauche von der Hülse bei k losgeschraubt werden kann, rasch in die Richtung des Stromstrichs stellt, haben wir das untere Ende der Stange unseres Flügels mit einem halbkugeligen Ansatze (p) versehen lassen. .Zur Führung des Flügels dienen die Hülsen bei a, b, c, zur Feststellung die Klemmschrauben a, c und zur Ablesung des Stands der Flügelaxe unter Wasser der eingetheilte eiserne Rundstab t in Verbindung mit der obersten Hülse, welche bei Beginn der Messung so weit geschoben wird, dass ihre Oberfläche mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfällt, sobald die Flügelaxe im Wasserspiegel liegt. Die Flügelaxe (u s) befindet sich in einer genau abgedrehten konischen Büchse des Trägers C, bewegt sich äusserst leicht in derselben und trägt eine unendliche Schraube (u), welche wie bei der Woltman'schen Einrichtung in ein mit 100 Zähnen versehenes Rädchen (r) eingreift und dieses bei jeder ganzen Umdrehung um einen Zahn fortbewegt. Die Flügel (f, f) sind hier wie bei Turbinen schraubenförmig gekrümmt, ihr äusserer Umfang hat 11,9^{cm} und ihr innerer 2,9^{cm} Durchmesser, und der Abstand ihrer Druckmittelpunkte beträgt nahezu 10,5^{cm}. Um die Flügel hat Amsler einen Cylinder von Weissblech (v w) von 15^{cm} Durchmesser und 10^{cm} Höhe gelegt wohl in der Absicht, dieselben

gegen schwimmende feste Körper und gegen schädliche Seitenwirkungen des Wassers zu schützen. Ob diese Absicht ohne Veränderung der Geschwindigkeit, welche man eigentlich messen will, erreichbar ist, wird die

Fig. 337.



Erfahrung lehren: wir fürchten eine Geschwindigkeitsänderung um so mehr, als auch schon die Flügelstange (A) und die den Zählapparat einschliessende 3cm dicke Röhre (D) einen nicht unmerklichen Stau des Wassers veran-

lassen. Der fragliche Cylinder kann übrigens mit seinem Träger, der bei C an die Flügelaxe geschraubt ist, abgenommen werden.

Der electromagnetische Zählapparat besteht im Wesentlichen aus einer galvanischen Batterie von zwei Elementen, welche in dem hinteren Theile eines in der Nähe des Beobachters aufzustellenden polirten Kästchens (E) von 24^{cm} Höhe und 16^{cm} Breite und Tiefe eingeschlossen ist; dann einem Electromagneten (m) und einer Glocke (n) mit darauf liegendem Hammer; endlich aus einer von zwei 8^{m} langen Kupferdrähten gebildeten, von einem 7^{mm} dicken Guttaperchaschlauch umgebenen bei 0 mit der Röhre D und bei g mit dem Kästchen E verbundenen electrischen Leitung. Der durch die Batterie erzeugte galvanische Strom wird nach je hundert Umdrehungen des Flügels mittels des Hebels e, der das Plättchen i von der Leitung abhebt, unterbrochen, und diese Unterbrechung hat eben das zur Zeitbestimmung dienende sehr deutliche Glockenzeichen zur Folge.

§. 274. **Gebrauch.** Wenn der Flügel gehörig zusammengesetzt und auf die richtige Höhe eingestellt ist, kann die Geschwindigkeitsmessung beginnen. Man trägt das Kästchen, welches den electromagnetischen Apparat umschliesst, gleichzeitig mit dem Flügel an den Beobachtungsort und bringt es innerhalb des von der Leitung vorgeschriebenen Raums an einer sicheren Stätte unter. Während nun der Flügel an der lothrecht gestellten und leicht sich drehenden Eisenstange ins Wasser gehalten wird, hört man bald darauf das Läuten im Apparate. Hat dieses ein oder zwei Mal stattgefunden, so bereitet man sich vor, beim nächsten Glockenschlage die Zeit auf der Secundenuhr zu beobachten und einem Gehilfen zu dictiren. Diese Beobachtungen und Aufschreibungen können bei je 100 Umdrehungen wiederholt, oder es können die Vielfachen von 100 Umdrehungen gezählt und die Zeiten nur am Anfange und Schlusse des zehnten Hunderts auf der Uhr abgelesen werden, wodurch man die Zeit für 1000 Umdrehungen des Flügels erhält.

Bei einer grossen Zahl von Beobachtungen, wozu ein Chronometer mit springendem Secundenzeiger verwendet wurde, fanden an einer und derselben Stelle eines regelmässigen Werkcanals, d. i. bei gleichbleibender Geschwindigkeit des Wassers keine grösseren Zeitunterschiede als von 1 Secunde für je 100 Umdrehungen des Flügels statt, und diese Unterschiede würden vielleicht noch kleiner gewesen sein, wenn es möglich gewesen wäre, Bruchtheile von Secunden abzulesen. Die Ablesefehler werden übrigens gut ausgeglichen, wenn man den Flügel 1000 Umdrehungen machen lässt und die Zeit nur am Anfang und Ende beobachtet; der Zeitfehler von 1 bis 2 Secunden erstreckt sich dann über alle diese Umdrehungen.

Die Berechnung der Geschwindigkeit des Wassers geschieht entweder nach §. 269, Gl. (186), wenn die Constante k bekannt ist, oder nach §. 271, Gl. (193) oder Gl. (194), wenn die Constanten k_1 und k', beziehungsweise k_2 und k'' gegeben sind.

§. 275. **Bestimmung der Constanten.** Die Methoden zur Bestimmung des Werths k oder der Werthe k_1 k' und k_2 k'' sind von denen nicht verschieden, welche für den älteren Woltman'schen Flügel gelten und im §. 271 beschrieben sind; man kann also hiezu entweder ein fliessendes Wasser mit bekannter Geschwindigkeit oder ein ruhig stehendes benützen, worin der Flügel bewegt wird. Hat man in beiden Fällen eine grosse Zahl von Beobachtungen gemacht, so lässt sich daraus entweder nur k mit Hilfe der Gleichung $v = k\,n$, oder k_1 und k' mittels der Formel $v = k'\,n + k_1$, oder endlich k_2 und k'' auf Grund der Gleichheit $v = k''\,n + k_2$ ableiten, wobei es freigestellt bleibt, ob hiebei die Methode der kleinsten Quadrate angewendet werden will oder nicht.

Wir hatten aus dem oben angegebenen Grunde noch keine Gelegenheit zur directen Bestimmung der Constanten des Amsler'schen Flügels, womit wir auch eine Untersuchung über den Einfluss des den Flügel umgebenden Blechcylinders auf die Geschwindigkeitsmessung zu verbinden gedenken, sondern mussten uns vorläufig begnügen, diesen Flügel lediglich mit dem zu der Sammlung hydrometrischer Instrumente des hiesigen K. Polytechnicums gehörigen, von Petri in Augsburg verfertigten Flügel Nr. I zu vergleichen, dessen Constante $k' = 0{,}2911^{m}$ ist.

Sind t, t' die Zeiten, in welchen die Flügel A und B die Umdrehungen u, u' machen, wenn sie der Einwirkung einer gleichbleibenden Geschwindigkeit ausgesetzt sind, so ist diese Geschwindigkeit ausgedrückt durch

$$k\,\frac{u}{t} = k'\,\frac{u'}{t'}$$

und demnach die gesuchte Constante

$$k = \frac{t\,u'}{t'\,u}\,k'. \qquad (195)$$

Um die Zeitbestimmung möglichst fehlerfrei zu erhalten und auch jeden Wechsel der Geschwindigkeit des Wassers, welcher in Werkcanälen nie ganz zu vermeiden ist, gleichmässig auf beide Instrumente wirken zu lassen, wurden in dem regelmässigen Gerinne des Auer Mühlbachs bei München, und zwar innerhalb der Eichthal'schen Lederfabrik, an zwei vom Stromstriche gleichweit entfernten und nur etwas über einen Meter auseinander liegenden Stellen, für welche gleiche Wassergeschwindigkeiten vorausgesetzt werden durften, folgende Beobachtungen gemacht:

Nr.	500 Umdrehungen des Flügels von Amsler erfolgten in	Der Flügel von Petri machte in der voranstehenden Zeit
1	158 Secunden	585 Umdrehungen
2	149 „	568 „
3	126 „	576 „
4	134 „	573 „
5	133 „	581 „

Für jede dieser Beobachtungen ist $t = t'$ und daher

$$k = \frac{u'}{u} k'. \tag{196}$$

Berechnet man hienach die fünf Einzelwerthe von k und nimmt daraus das Mittel, so ist der vorläufig ermittelte Werth der Constanten des Amsler'schen Flügels $k = 0{,}3331$ Meter, und dieser Werth entspricht einer mittleren Wassergeschwindigkeit von einem Meter in der Secunde, so dass er bei den gewöhnlich vorkommenden, nicht aber bei sehr kleinen oder sehr grossen Geschwindigkeiten angewendet werden kann, und auch bei mittleren Geschwindigkeiten nur dann, wenn das Instrument von dem bekannten Blechcylinder umgeben ist, da der Coefficient k wahrscheinlich einen anderen Werth hat, wenn dieser Cylinder entfernt wird.

Alphabetisches Sachregister zum ersten Bande.

Die Zahlen bedeuten die Seiten.

A.

B.

T.

U.

V.

W.

Z.

